Université Abderrahmane Mira-Bejaia
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion

Département des Enseignements de Base-LMD

Laboratoire (facultatif) ....

Polycopié pédagogique

Dossier numéro (à remplir par l'administration) **:** ....

Titre

MICROECONOMIE I

Cours destiné aux étudiants de

Licence: Première année SEGC-LMD

Année : 2020/2021

Avant-propos

La microéconomie I est enseignée en première année SEGC-LMD, elle fait partie de l'unité fondamentale. Ce polycopié est consacré à la présentation du contenu du programme du premier semestre, à savoir : l'analyse du comportement du consommateur. Il est composé de trois chapitres et d'un complément d'exercices avec solutions détaillées.

Le présent polycopié, est le fruit de notre expérience acquise durant notre parcours d'enseignement de la Microéconomie au sein de la Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion à l'Université Abderrahmane MIRA, Bejaia.

Ce polycopié présente à l'étudiant une vision globale, simplifiée et rigoureuse de l'analyse microéconomique, nourrie d'exercices d'application qui ont été fait pour répondre, avec des méthodes d'approches différentes, aux besoins des étudiants.

L'étude de la théorie microéconomique pose souvent de nombreux problèmes aux étudiants débutants.

L'objectif principal de ce polycopié est d'une part, de poursuivre la présentation des concepts de base qui constitue une introduction à l'analyse microéconomique et d'acquérir les notions, principes et outils utilisés en analyse microéconomiques du consommateur afin d'aider à mieux comprendre un certain nombre de concepts et raisonnements élémentaires.

Et d'autre part, d'initier et de familiariser l'étudiant au raisonnement microéconomique, à travers un recueil lui permettant d'acquérir l'analyse microéconomique progressivement des outils de l'analyse économique pour comprendre, analyser et résoudre les problèmes microéconomiques. Par ailleurs, les applications retenues aident l'étudiant à se préparer aux différentes épreuves, notamment, l'examen final.

Introduction générale

L’importance de la Microéconomie dans la formation des économistes tient au fait que cette matière représente un common knowledge. C’est en quelques sortes le langage commun des économistes. Mais qu’entend-on par Microéconomie ? Formellement, les définitions que l’on peut en donner sont très diverses et surtout très nombreuses. Par commodité et pour les besoins de ce polycopié, nous disons que la Microéconomie se préoccupe des choix faits de manière décentralisée par des agents rationnels et des conséquences économiques de ces choix. C’est une définition qui en vaut bien d’autres, sauf qu’elle permettra d’attirer l’attention sur ce qui est au cœur du présent polycopié : le comportement du consommateur.

L’analyse du comportement du consommateur s’appuie sur trois approches, à savoir : l’approche verbale, l’approche mathématique et l’approche géométrique.

En effet, le polycopié permet aux étudiants d’acquérir une compréhension des fondements à la fois de l’équilibre du consommateur et ses choix permettent de limiter le recours à la formalisation, celle-ci constituant souvent un obstacle pour les étudiants qui commencent des études dans les filières des Sciences Économiques.

L’économie est une science du comportement humain. L’approche économique consiste à définir une série de principes qui expliqueront le comportement des agents, qui sont globalement rationnels, mais dans certaines limites.

La loi de la rareté est la caractéristique fondamentale de l’économie. Elle signifie que les besoins, ou désirs, de l’homme sont de loin supérieurs aux ressources existantes pour les satisfaire (matières premières, travail, capital, etc.). Cette loi permet de définir l’objet de la Science Economique : trouver les moyens permettant de déterminer en quelle quantité ces ressources rares doivent être allouées parmi l’éventail des biens services susceptibles de satisfaire les besoins humains.

Ce polycopié introduit les outils théoriques relatifs aux consommateurs. Au début de ce polycopié, une liste des concepts importants est proposée, suivie par une synthèse qui donne de brèves définitions de chaque notion avant d’entamer l’analyse microéconomique. L’objectif est de mettre à la disposition des étudiants quelques rappels mathématiques qu’ils utiliseraient éventuellement pour résoudre certain exercices. En fonction du niveau de chacun, il se trouve que certains étudiants gagneraient à revoir quelques notions mathématiques de base. A la fin de chaque chapitre, un ensemble d'exercices avec corrigés et exercices supplémentaires est proposé.

Ce polycopié est divisé en quatre chapitres. Le premier sera consacré à la fonction d'utilité, pour un bien ou un service donné. Le deuxième chapitre traite de la contrainte budgétaire d'une part, et de l'équilibre d'autre part. Le troisième, porte sur la demande du consommateur, et enfin le dernier chapitre qui consiste à présenter les concepts de fonction du producteur. Les exercices de ce polycopié sont destinés à familiariser l'étudiant avec quelques notions élémentaires de l'analyse microéconomique.

Chapitre introductif à l'analyse microéconomique

Ce chapitre est réservé essentiellement à la présentation de quelques concepts élémentaires, dont la compréhension est indispensable à la maîtrise de l'analyse du comportement du consommateur et de la théorie microéconomique, de façon générale.

1.1 Rappels mathématiques

Les notions de base mathématiques sont utiles dans le polycopié :

- **Pente :**

Soit une droite tracée dans le plan (x, y). La droite est définie par l'équation : y = $\alpha + \beta$x.

Le paramètre α représente l'ordonné à l'origine et Le paramètre β représente la pente. Graphiquement, on peut mesurer la pente de la droite en prenant arbitrairement deux points A et B sur la droite, comme cela est représenté sur la figure n°1, et en reportant ces points sur les deux axes, on a la pente donnée par :

$$\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{YB-YA}}{\mathbf{XB-XA}}$$

Lorsqu'on a une courbe définie par une fonction plus générale notée $\mathcal{F}$, avec : alors, on peut approximer ma pente de cette courbe, localement, par le même calcul, comme l'illustre la figure n°2. Par exemple, la pente locale autour du point A notée β_A pour montrer qu'elle est calculée au point A, est approximée par la quantité positive :

$$\boldsymbol{\beta_A} = \frac{\mathbf{YB-YA}}{\mathbf{XB-XA}} > \mathbf{0}$$

Et la pente locale autour du point C notée β_C est approximée par la quantité négative :

$$\boldsymbol{\beta_C} = \frac{\mathbf{YD-YC}}{\mathbf{XD-XC}} > \mathbf{0}$$

Cette quantité est bien négative car y_D est plus faible que y_C et x_D plus grand que y_C.

- **Dérivée :**

Reprenons le calcul de la pente. Celle-ci est donnée par :

$$\boldsymbol{\beta_A} = \frac{\mathbf{YB-YA}}{\mathbf{XB-XA}} = \frac{\boldsymbol{\mathcal{F}}(\mathbf{XB})-\boldsymbol{\mathcal{F}}(\mathbf{XA})}{\mathbf{XB-XA}} \qquad \text{(A.1)}$$

Cette quantité traduit donc la variation de la fonction $\mathcal{F}$ sur le segment AB rapporté à la longueur AB sur l'axe horizontal. Lorsqu'on fait tendre le point B vers le point A, la longueur du numérateur tend vers 0.

Pour une certaine classe de fonctions dites continues, le numérateur tend aussi vers 0.

Pour une certaine classe de fonctions dites dérivables, le ratio entre les deux quantités prend une valeur finie à la limite. On appelle $\mathcal{F}'(x_A)$ cette valeur limite, définie comme :

$$\boldsymbol{\mathcal{F}'(x_A) = \lim_{XB \to XA} \frac{\mathcal{F}(XB)-\mathcal{F}(XA)}{XB-XA}} \qquad \text{(A.2)}$$

Et on l'appelle la dérivée : c'est la pente exacte, obtenue quand l'approximation de la formule (A.1) devient exacte. C'est une fonction de x définie sur tous les points de l'intervalle où la quantité (A.2) prend une valeur finie.

Les dérivées les plus courantes sont les suivantes :

$$\mathcal{F}(x) = \alpha + \beta \mathrm{x} \Rightarrow \mathcal{F}'(x) = \beta$$

$$\mathcal{F}(x) = ax^2 \Rightarrow \mathcal{F}'(x) = 2ax$$

$$\mathcal{F}(x) = ax^3 \Rightarrow \mathcal{F}'(x) = 3ax^2$$

$$\mathcal{F}(x) = ax^n \Rightarrow \mathcal{F}'(x) = nax^{n-1}$$

$$\mathcal{F}(x) = logx \Rightarrow \mathcal{F}'(x) = \frac{1}{X}$$

$$[\mathcal{F}(x)Xg(x)]' = \mathcal{F}'(x) \;\; X\, g(x) + g'(x)\mathcal{F}(x)$$

$$[\mathcal{F}(x)/g(x)]' = \frac{\mathcal{F}\prime(x) \;\; X\, g(x) - g\prime(x)\mathcal{F}(x)}{g(x)2}$$

$$[\frac{1}{g(x)}]' = \frac{-g(x)}{g(x)2}$$

$$\{\mathcal{F}[g(x)]\}' = g'(x) \;\; X \;\; \mathcal{F}'[g(x)]$$

On note aussi la dérivée de cette manière : $\frac{df}{dx}(x) = f'(x)$

Où le d droit traduit la variation infinitésimale de f ou de x, comme dans la formule adaptée de l'équation(A.2) :

- **Optimisation :**

Le maximum d'une fonction est atteint lorsque sa dérivée est nulle : la pente est localement nulle est la courbe est localement plate. Donc, un maximum est atteint en un point x_0 si :

$$f'(x0) = 0$$

Pour distinguer un maximum d'un minimum, il faut encore vérifier, s'il s'agit d'un maximum, que la pente diminuait juste avant et augmentait juste après. En d'autres termes, que la dérivée seconde est négative au point x_0.

Pour résumer :

- Si $f'(x_0) = 0$, on a soit un maximum, soit un minimum de la fonction. On appelle ce point un extremum.
- Si $f'(x_0) = 0$ et Si $f''(x_0) < 0$, on a un maximum de la fonction.
- Si $f'(x_0) = 0$ et Si $f''(x_0) > 0$, on a un minimum de la fonction.
- Si $f'(x_0) = 0$ et Si $f''(x_0) = 0$, on doit regarder le signe de la dérivée suivante : $f'''(x_0)$ et appliquer la même règle qu'au-dessus : un maximum sera atteint si $f'''(x_0) < 0$.

1.2 Définitions de quelques concepts élémentaires :

1.2.1 L'économie :

L'économie est une science du comportement humain. L'approche économique consiste à définir une série de principes qui expliqueront le comportement des agents. Par exemple, les agents sont globalement rationnels, mais dans certaines limites. Cette approche systématique du comportement humain permet de comprendre beaucoup d'autres dimensions, la vie économique, mais aussi la criminalité, l'éducation, le sport, etc. (Wasmer, 2017, p. 10).

1.2.2 Le besoin

C'est un sentiment de manque qu'un individu ressent et cherche à satisfaire. Un besoin est dit économique s'il peut être satisfait par l'acquisition et la consommation d'un bien économique.

1.2.3 Le bien

C'est un objet physique ayant une capacité à satisfaire un besoin.

1.2.4 Le service

Le service se distingue d'un bien par son caractère immatériel.

Chapitre I : La fonction d'utilité du consommateur

Expression de la valeur des choses, l'utilité est une notion subjective que les économistes se sont, depuis le début du XIX^{e} siècle, efforcés d'évaluer. Deux types de mesure sont généralement retenus : l'utilité cardinale et l'utilité ordinale.

Section 1. L'approche cardinale de l'utilité

À la fin du XIX^{ème} siècle, les économistes pensaient pouvoir mesurer les satisfactions (utilité cardinale), mais ils n'y sont jamais parvenus (Carluer, 2008, p. 16).

Elle estime pouvoir mesurer l'intensité de la satisfaction (ou de la peine) retirée de la consommation des paniers du tableau n°. Elle suppose que le consommateur est à même d'associer des nombres arbitraires à chaque niveau d'utilité.

Si le consommateur attribue les valeurs suivantes exprimées en Util (unité supposée de mesure de l'utilité) : A=50, B=100, C=75, alors B est préférée à A, B à C et C à A.

1.1 L'utilité totale :

On appelle utilité d'un bien pour un consommateur, le niveau de satisfaction U procuré par la quantité x du bien X (De Montbrial & Fauchart, 2009, p. 89).

L'utilité est la capacité que possède un bien à satisfaire un besoin (Bernier & Védie, 2009, p. 23).

L'utilité totale est la somme des niveaux de satisfaction retirée de chaque unité du bien.

La théorie microéconomique fait de l'utilité une fonction des quantités consommées. Supposons que le consommateur achète deux biens, X et Y ; la fonction d'utilité s'écrit :

$$U = U(X ; Y)$$

Avec U = niveau d'utilité ;

X = quantité du bien X ;

Y = quantité du bien Y.

C’est cette fonction que le consommateur rationnel doit maximiser. Ici, pour donner une vision plus concrète de l’utilité cardinale, on considère que l’utilité de la consommation de chaque unité représente la quantité consommée Qx.

Application : Soit un bien X auquel on associe, exprimé en Utils, un niveau d’utilité pour chaque quantité (ou unité) comme le montre le tableau n°01 :

X Quantités de X	UTx Utilité totale de X	Umgx Utilité marginale de X
1	150	-
2	230	80
3	295	65
4	335	40
5	345	10
6	345	00
7	340	-05

L’utilité retirée d’une unité (la première) est de 150 Utils et celle associée à deux unités est (la première et la deuxième) vaut 230 Utils, etc. Le graphique n°01 illustre la fonction d’utilité totale. Il s’agit bien d’une fonction, U = U (X), puis qu’à chaque quantité du bien X est associée un niveau de satisfaction U.

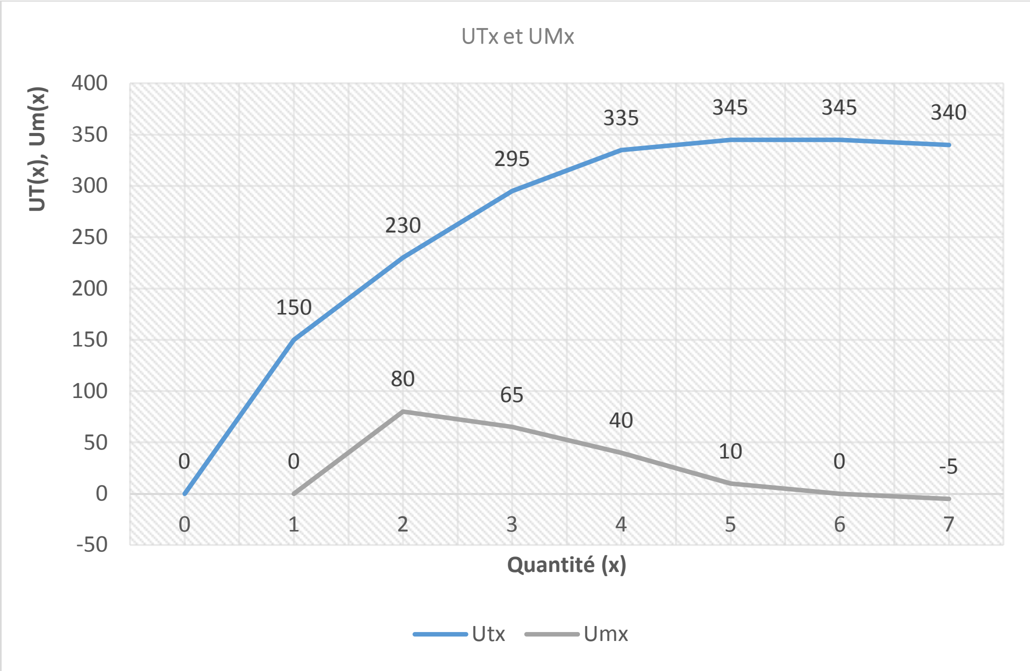
1.2. L’utilité marginale

La théorie de l’utilité marginale est due à Jevons [1871], Menger [1871] et Walras [1874] : c’est une théorie de la valeur d’usage en relation avec la quantité consommée. L’utilité de la dernière unité achetée est au moins égale à la valeur d’échange (le prix) de ce bien (Carluer, 2008, p. 18).

L’utilité marginale est l’utilité retirée de la consommation d’une unité additionnelle d’un bien.

Dans le tableau précédant, avec cette interprétation, on a pu définir les utilités des différentes quantités consommées de la première à la cinquième. Elles sont qualifiées de marginale, car chaque nouvelle unité procure un supplément d’utilité au consommateur.

Figure n°01 : Utilité totale et marginale



1.3 Principe de loi des rendements marginaux décroissants :

La loi des utilités marginales décroissantes spécifie qu'en matière de consommation, la baisse constante de l'utilité additionnelle liée à une unité supplémentaire d'un bien, apparait très rapidement.

Cette loi est purement empirique et n'a pour fondement que l'observation selon laquelle l'homme est en général très satisfait de posséder un premier magnétoscope et beaucoup moins par l'acquisition d'un deuxième puis d'un troisième, etc.

On constate que la notion d'utilité renvoie à des sensations psychologiques, telle que la satisfaction ou le plaisir, qui se prêtent donc mal à une mesure. Mais on peut supposer que le consommateur est capable de comparer les niveaux de satisfaction que lui apportent différentes quantités de bien (De Montbrial & Fauchart, 2009, p. 88).

À la fin du XIX$^{\text{ème}}$ siècle, les économistes pensaient pouvoir mesurer les satisfactions (utilité cardinale), mais ils n'y sont jamais parvenus. (Carluer, 2008, p. 16).

Section 2 : L'approche ordinale de l'utilité

Devant les difficultés présentées par l'établissement d'une mesure cardinale, les économistes ont retenu une solution moins ambitieuse. La mesure ordinale consiste à établir un ordre de préférences de paniers de consommation. L'exemple présenté dans l'utilité cardinale revient à une mesure ordinale puisque nous déduisons que l'ordre de préférences était : B $>$ C $>$ A.

Lorsque nous écrivons que les utilités des paniers A, B et C étaient 50, 100 et 75, nous faisons référence à l'utilité totale retirée par le consommateur de l'achat de chaque panier. De l'utilité totale est dérivé un concept très important, celui d'utilité marginale. Ces deux notions d'utilité sont maintenant précisées.

2.1 L'étude des préférences des consommateurs

2.1. La relation de préférence

Pour décider de l'achat de telle ou telle autre quantité de ce bien en fonction de son revenu et des prix, il faut supposer au préalable que le consommateur est capable de comparer les niveaux de satisfaction que peuvent lui apporter au moment du choix toutes les combinaisons de biens disponibles sur les marchés. En d'autres termes, il faut admettre que l'individu a déjà procédé au classement des biens en fonction du niveau de satisfaction procurée par ces derniers. Ce classement préalable fournit ce que l'on appelle l'échelle de préférence ou encore la fonction de satisfaction ou d'utilité du consommateur (Percheron, 2006, p. 65).

Supposons qu'on présente à un consommateur trois paniers de biens. La rationalité du consommateur est enfermée dans trois axiomes ou principes (Bernier & Védie, 2009, p. 23) :

- **Axiome de comparaison**

Le consommateur est capable de comparer ses préférences entre les paniers et de dire s'il préfère A à B, B à C ou s'il est indifférent.

- **Axiome de transitivité**

Si A est préféré à B et si B est préféré à C, alors A est préféré à C.

- **Axiome de non-satuartion**

Le consommateur préfère toujours plus que moins. Ceci signifie que si un panier C′ comprenant deux biens est présenté au consommateur, ce dernier préférera C′ à C.

Au sens propre, il s'agit de formaliser des choix conformes aux préférences de l'agent, de construire une axiomatique de ses choix. Quand l'individu (i) est confronté aux biens (j), son ensemble des choix possible doit être compact. Les résultats que la microéconomie de l'équilibre général se propose de démontrer exigent souvent en effet que l'ensemble des choix possibles soit non seulement compact, c'est-à-dire fermé et borné, mais aussi convexe. Ces propriétés se comprennent aisément dans un univers à deux biens.

Si n = 2, c'est-à-dire j =(1,2), l'individu (i) aura la possibilité de choisir des complexes (x_1 ; x_2) qui appartiennent à R^2 l'ensemble des nombres réels positifs dans un espace à deux dimensions. N'importe quel point du plan représente un panier de consommation accessible pour cet individu(i). Si n est arbitrairement grand mais fini, $x_i = (x_1 ;x_2…;x_j…;x_n)$, il suffit alors que $x_j \in R^+$, ∀ j pour que l'ensemble des possibles soit compact. Il s'identifie en effet à R^{n+}. Cela étant, comment le consommateur classe-t-il les biens économiques ?

Tous les couples possibles de biens peuvent être comparés grâce aux relations de préférence des consommateurs (Hountondji, 2012, p. 12).

La relation de préférence permet d'ordonner les paniers de biens selon les goûts du consommateur. Soient x, y et z trois complexes appartenant à l'ensemble des possibles d'un consommateur(i). La relation de préférence $\gtrsim$ qui signifie « préféré ou indifférent », permet de comparer, du point de vue du consommateur, tous les paniers deux par deux. En termes plus rigoureux, on dit que la relation de préférence est complète. Cela signifie que face à deux complexes x et y, soit le consommateur (Hountondji, 2012, p. 13) :

- Préfère x à y ;
- Préfère y à x ;
- Considère que x et y sont pour lui équivalents, qu'ils procurent le même niveau de satisfaction.

Formellement quand on écrit :

- x > y, on dit que x est strictement préféré à y ;
- y > x, on dit que y est strictement préféré à x ;
- x > y, on dit que le consommateur est indifférent entre ces deux biens.

Plus généralement, x $\gtrsim$ y signifie x préféré ou indifférent à y, mais encore que le consommateur préfère « faiblement » x à y. La complétude est le premier axiome de la théorie des choix du consommateur.

La relation de préférence a un certain nombre de propriétés mathématiques intéressantes. Non seulement elle définit un pré-ordre total sur l'ensemble des possibles mais de plus elle est connexe, monotone et convexe. (Carluer, 2008, p. 13).

2.2 Fonction d’utilité et courbes d’indifférence

La possibilité de hiérarchiser les différents paniers de biens de $\mathbb{R}^1$ permet de définir des surfaces de niveau dont l’utilité est constante, appelée courbe d’indifférence. Les graphiques suivants donnent une représentation de ces courbes dans $\mathbb{R}^2$ (panier de deux biens) et leurs principales propriétés :

Les courbes d’indifférence présentent l’instrument d’analyse dans le cadre de l’approche ordinale de l’utilité.

2.2.1. Définition :

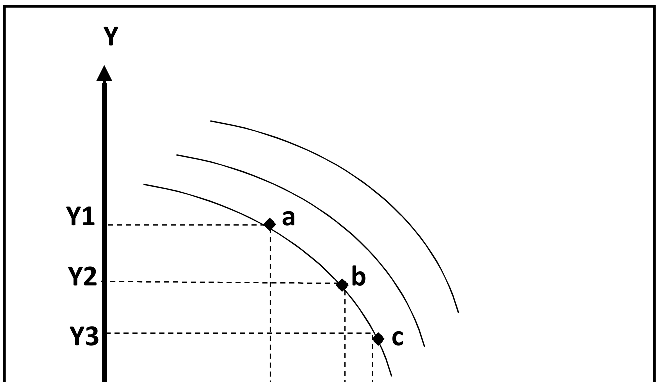
Une courbe d’indifférence est le lieu géométrique de toutes des points représentant les paniers de biens (x ; y) qui procurent au consommateur le même degré de satisfaction. Alors, le consommateur est indifférent quant aux choix de l’un de ces paniers. Un panier de biens est une combinaison de différentes quantités de biens et de services (Hamilton & Suslow, 2006, p. 38).

2.2.2 Caractéristiques des courbes d’indifférence

Les courbes d’indifférence sont caractérisées par (Ait Taleb & Chick-Amnache, 2016, pp. 82-83) :

- En général, Les courbes d’indifférence sont convexes et décroissantes du haut vers le bas et de gauche vers la droite (avec une pente négative). La forme générale d’une courbe d’indifférence est présentée dans la figure ci-après :

Figure n°02 : Tracé de la courbe d’indifférence



Les paniers a, b et c sont différents en terme de quantités de x et de y ; mais ils procurent pour le consommateur un niveau de satisfaction identique.

- Deux courbes d'indifférence ne se coupent pas

Pour expliquer cette caractéristique, supposons un panier de biens (x ; y), représenté par le point d'intersection entre la courbe I et la courbe II.

Si le panier (a) appartient à la fois aux courbes I et II, cela veut dire qu'il procure deux niveaux de satisfaction différents ; ce qui est impossible.

- Carte d'indifférence

La carte d'indifférence est l'ensemble des courbes d'indifférence donnant une image globale des goûts et des préférences du consommateur. Ce dernier est indifférent quant aux choix des paniers de biens (x ; y) qui s'offrent à lui sur la même courbe. Toutefois, il préfère toujours les paniers qui se situent sur la courbe d'indifférence la plus éloignée possible de l'origine à des paniers appartenant à des courbes plus proches de l'origine des axes.

2.3. Le Taux Marginal de Substitution ($TMS_{x\,y}$)

2.3.1 Définition :

Le taux marginal de substitution est la petite quantité d'un bien que l'on est prêt à sacrifier pour obtenir une unité supplémentaire d'un autre bien, l'utilité totale demeurant constante.

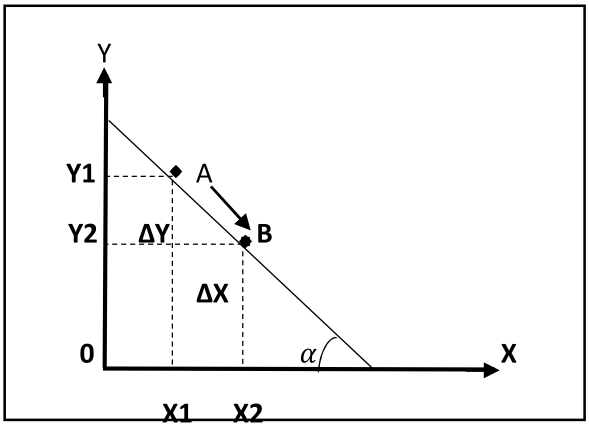
Il mesure le nombre d'unités du bien Y qu'un consommateur peut sacrifier, en vue d'obtenir une unité supplémentaire du bien X, tout en restant sur la même courbe d'indifférence, c'est à dire en préservant le même niveau de satisfaction. Le TMS_{xy} se calcule par la formule suivante : $\mathbf{TMS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}}$

2.3.2 Caractéristiques du TMS :

- Le TMS est négatif. Ceci découle du fait qu'il est courbe d'indifférence ; Le TMS varie le long d'une courbe d'indifférence puisqu'il est la valeur absolue de la pente en un point d'une telle courbe ;
- Le TMS est décroissant. Considérons, sur le graphique n°, les paniers de biens A, B, C, D et E sur U_0.

Supposons que les quantités additionnelles de X soient égales : $X_0X_1 = X_1X_2 = X_2X_3 = X_3X_4$. La convexité de courbe d'indifférence implique que les quantités auxquelles on est prêt à renoncer soient de plus en plus faibles : $Y_1Y_2 < Y_0Y_1$, etc. En outre, en chaque point tel que A, B, etc., le TMS s'écrit $|dy/dx|$. Or, dy devenant de plus en plus petit et dx demeurant constant, le rapport $|dy/dx|$, c'est-à-dire le TMS, décroît.

Figure n°03 : le TMS est décroissant



La décroissance du TMS n'est que la conséquence de la loi des utilités marginales décroissantes.

Sur le graphique n°, plus la quantité de Y diminue, plus son utilité marginales croît, alors que celle de X diminue en raison de l'augmentation de la quantité de ce bien.

2.4 Le lien entre le TMS et l'utilité marginale

Supposons la fonction d'utilité suivante : U = U(X, Y)

La différentielle totale de U est : $dU = \frac{dU}{dX}\,dX - \frac{U}{dY}\,dY$

Or, le long d'une courbe d'indifférence, dU=0, d'où :

$\frac{\partial U}{dX}dX - \frac{\partial U}{dY}\,dY = 0$, Soit : $-\frac{dY}{dX} = \frac{\partial U/\partial x}{\partial U/\partial Y}$

Dans l'expression (4), le membre de gauche est la pente de la courbes d'indifférence, c'est-à-dire le TMS, le membre de droite étant le rapport des utilités marginales de X et de Y. D'où l'égalité fondamentale : TMS = $\frac{\text{Umx}}{\text{Umy}}$

Exercices : Fonctions d'utilité du consommateur

Exercice n°01

Le tableau suivant indique les utilités totales en fonction de la quantité consommée du bien X.

X	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**
UT_X	**45**	**80**	**100**	**116**	**127**	**127**	**120**	**110**

1- Calculer les utilités marginales du bien X ?
2- Tracer les courbes des utilités totales et marginales du bien X ?
3- Délimiter sur le graphe les phases d'évolution de l'utilité et donner les caractéristiques de chacune d'elle ?

Exercice n°02

Considérons le tableau suivant qui présente les quantités consommées du bien X par un individu. Pour chaque unité consommée, on attribue une valeur de l'utilité é totale notée U(X).

Qx	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**	**07**	**08**	**09**
UT_X	**07**	**13**	**18**	**22**	**25**	**27**	**28**	**28**	**27**
UMx									

1. Reproduire le tableau et compléter la ligne relative à UMx ?
2. Cet exercice s'inscrit-il dans le cadre de la théorie cardinale ou la théorie ordinale de l'utilité ? Justifier la réponse ?
3. Construire un graphique présentant l'évolution d'UTx et d'UMx pour chaque unité de bien consommée. Commenter le graphique obtenu ?

Exercice n°0 3

Un consommateur mesure le degré de satisfaction que lui procure la consommation de deux biens X et Y. Le tableau suivant indique, pour chacun des deux biens, la valeur de l'utilité totale en fonction de la quantité consommée.

Quantité	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**
UT_X	**00**	**50**	**58**	**64**	**68**	**70**	**70**
UT_Y	**00**	**52**	**63**	**72**	**79**	**83**	**83**

1. Calculer les utilités marginales des biens X et Y ?
2. Si le revenu du consommateur est égal à et les prix des biens sont identiques ($P_X = 04^{DA}$, $P_Y = 07^{DA}$ et $R = 48^{DA}$), quelle serait la combinaison optimale à choisir ?
3. Que signifie économiquement la condition d'équilibre ?
4. La phase de désutilité est-elle représentée dans le tableau ?

Exercice n°04

Un consommateur mesure la satisfaction que lui procure la consommation séparée de deux biens X et Y. Le tableau suivant indique, pour chacune des deux biens, la valeur de l'utilité totale en fonction de la quantité consommée, avec :

Qx	00	01	02	03	04	05	06
UT_X	00	10	18	24	28	30	30
UMx							
Qy	00	01	02	03	04	05	06
UTy	00	12	23	32	39	43	43
UMy							

1. Compléter le tableau ?
2. Représenter graphiquement UMx et UMy ?
3. La loi de Gossen est-elle validée dans cet exercice ? Commenter ?

Correction d'exercices

Corrigé d'exercice n°01

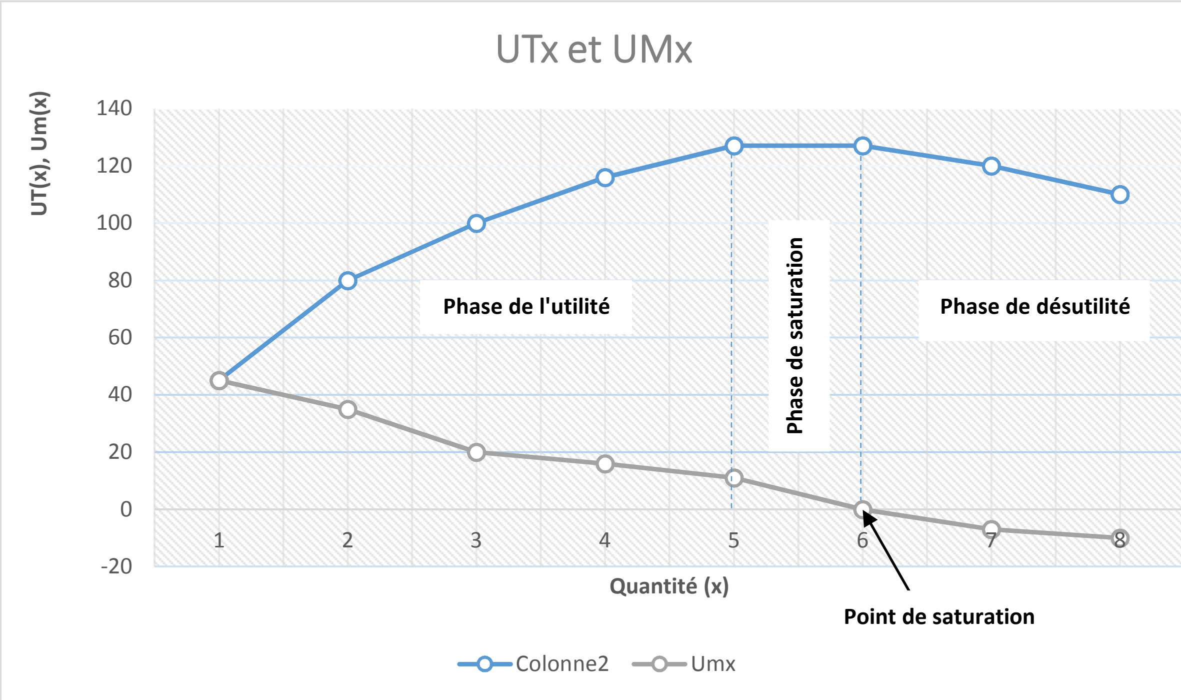
1. **Calcul des utilités marginales du bien X :**

Le calcul des utilités marginales se fait en utilisant la formule suivante :

$$UM_X = \frac{\Delta Ut}{\Delta x}$$

X	01	02	03	04	05	06	07	08
UT_X	45	80	100	116	127	127	120	110
UM_X	45	35	20	16	11	00	-07	-10

2. Tracé de la courbe de l'UTx et UMx et délimitation des trois zones de l'utilité :



3. Les caractéristiques des phases d'évolution de l'utilité :

- Dans la phase de l'utilité qui commence de 0 jusqu'à la 5ème unité, l'utilité totale augmente à des taux décroissants, à mesure que le nombre d'unités augmente et l'utilité marginale est décroissante et positive ;
- Dans la phase de saturation qui commence de l'unité 5 qui correspond au maximum de l'utilité totale jusqu'à la 6ème unité, dans cette phase l'utilité marginale s'annule et l'utilité totale est constante ;
- La phase de désutilité qui débute du point de saturation qui correspond ici à l'unité 6, dans cette phase, l'utilité totale diminue et l'utilité marginale est négative.

Corrigé de l'exercice n°02

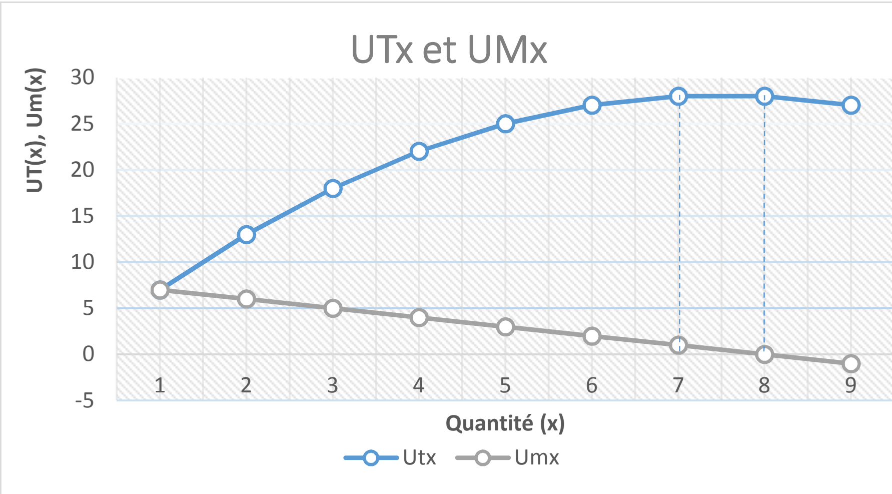
1. Calcul des utilités marginales du bien X

Qx	01	02	03	04	05	06	07	08	09
UTx	07	13	18	22	25	27	28	28	27
UMx	07	06	05	04	03	02	01	00	-01

2. Cet exercice s'inscrit dans le cadre de la théorie cardinale de l'utilité. En effet, selon la conception cardinale de l'utilité, on suppose que le consommateur est capable de mesurer l'utilité, d'exprimer par un nombre la quantité d'utilité consécutive à la

consommation d'une quantité déterminée d'un ou plusieurs biens. Par exemple, lorsqu'il consomme 03 unités du bien X, son utilité totale est de 18 Utils. Le passage de 02 unités du bien X consommées à 03 unités fait croître son utilité à la marge de 05 Utils.

3. **Représentation graphique de l'évolution de l'UTx et l'UMx**



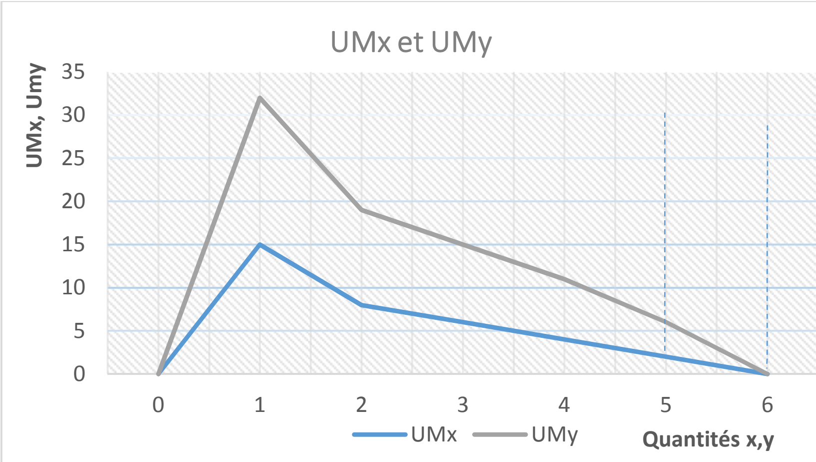
A mesure que le consommateur accroît sa consommation du bien X, son utilité totale UTx augmente. La fonction UTx est croissante mais sa pente devient nulle entre la 7ème et la 8ème unité du bien X consommé (graphiquement pour X=7,5). Entre 0 unité du bien X et 7,5 unités du bien consommé, l'utilité marginale est positive et décroissante : cela signifie que chaque nouvelle unité consommée lui procure de en moins d'utilité supplémentaire (donc marginale). Au-delà de 08 unités du bien consommé, l'utilité totale décroît (la fonction UTx devient décroissante) et l'utilité marginale devient négative (UMx coupe l'axe des abscisses).

Corrigé de l'exercice n°03

1. **Calcul des utilités marginales des bien X et Y**

Qx	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**
UTx	**00**	**15**	**23**	**29**	**33**	**35**	**35**
UMx	**00**	**15**	**08**	**06**	**04**	**02**	**00**
Qy	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**
UTy	**00**	**17**	**28**	**37**	**44**	**48**	**48**
UMy	**00**	**17**	**11**	**09**	**07**	**04**	**00**

2. **Représentation graphique de l'évolution de l'UMx et l'UMy**



3. La loi de l'utilité marginale décroissante est vérifiée pour chacun des deux biens. UMx et UMy diminuent quand x et y augmentent. Le gain de satisfaction induit est de moins en moins important quand les quantités augmentent. L'annulation de l'utilité marginale pour x=06 signifie que le consommateur éprouve la même satisfaction (UTx=35) et (UTy=48) en considérant la cinquième et la sixième unité de X. Le passage de la 5ème à la 6ème unité de X n'entraine pas de gain de satisfaction. L'utilité totale plafonne et le consommateur atteint son point de satiété.

Corrigé de l'exercice n°04

1. **Calcul des utilités marginales des biens X et Y :**

Quantité	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**
UM$_X$	**00**	**50**	**08**	**06**	**04**	**02**	**00**
UM$_Y$	**00**	**52**	**11**	**09**	**07**	**04**	**00**

2. **Détermination de la combinaison optimale à choisir :**

Sachant que le revenu du consommateur est égal à 48DA, le prix du bien X est de 04DA et le prix du bien Y est égal à 07DA.

Les deux conditions d'équilibre s'écrivent comme suit :

$$\begin{cases} \dfrac{UMx}{Px} = \dfrac{\text{UMy}}{\text{Py}} \\ \text{S/C } R = P_X X + P_Y Y \end{cases}$$

Il convient d'abord de calculer les valeurs des utilités marginales pondérées par leurs prix, afin de déterminer l'égalité : $\frac{UMx}{Px} = \frac{\text{UMy}}{\text{Py}}$

Quantité	01	02	03	04	05	06	07
UM_X/P_X	-	12,5	02	1,5	01	0,5	00
UM_Y/P_Y	-	7,42	1,57	1,28	01	0,57	00

Il ressort du tableau que :

$$\begin{cases} \frac{4}{4} = \frac{7}{7} \\ 30 = 4(4)\ 7(4) = 44 < R \end{cases}$$

Alors, à l'équilibre, le consommateur acquiert 04 unités du bien X et 04 unités du bien Y.

3. **La signification économiquement de la condition d'équilibre suivante :**

$$\begin{cases} \frac{UMx}{Px} = \frac{\text{UMy}}{\text{Py}} \text{ ....(1)} \\ \text{S/C } R = P_X X + P_Y Y \text{ ...(2)} \end{cases}$$

L'équation (1) signifie que le consommateur maximise son degré de satisfaction, en égalisant les utilités marginales pondérées par leurs prix pour les deux biens considérés.

L'équation (2) signifie que le consommateur dépense la totalité de son revenu dans l'achat des deux biens en question.

4. La phase de désutilité n'est pas représentée. Ceci, se justifie par le fait que toutes les valeurs des utilités marginales correspondant au tableau sont positives ou nulles.

Exercices supplémentaires

Questions de cours

1. Définir en quelques mots ce que l'on entend par comportement rationnel du consommateur ?
2. Que signifie le principe de raisonnement à la marge pour un consommateur ?
3. Donner le lien entre TMS et utilité ?
4. La courbe d'Engel indique les différentes quantités d'un bien que le consommateur désire acheter à différents niveaux de son revenu :

a. Pour chaque accroissement du prix du bien ;

b. Pour chaque accroissement de l'utilité totale ;

c. Toutes choses égales par ailleurs.

Exercice n°01

On considère la fonction d'utilité suivante : $U=f(X\,;\,Y) = 2X+Y$

1. Dessinez dans le plan (X, Y) des courbes d'indifférence pour les valeurs de Y suivantes : Y=01, Y=02 et Y=03 ?
2. Calculez l'utilité marginale de chacun de ces deux biens ?
3. Le taux marginal de substitution est-il strictement décroissant ?

Exercice n°02

Un consommateur mesure la satisfaction que lui procure la consommation séparée de deux biens X et Y. Le tableau suivant indique, pour chacune des deux biens, la valeur de l'utilité totale en fonction de la quantité consommée, avec :

x et y : respectivement nombre d'unités des biens X et Y.

Ux et Uy : respectivement utilité totale de X et utilité totale de Y.

Qx	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**
UTx	**00**	**10**	**18**	**24**	**28**	**30**	**30**
Qy	**00**	**01**	**02**	**03**	**04**	**05**	**06**
UTy	**00**	**12**	**23**	**32**	**39**	**43**	**43**

1. A partir du tableau, définir, calculer et représenter sur un même graphique les utilités totales et marginales des biens X et Y ?
2. L'individu, qui affecte la totalité de son revenu nominal R, à l'achat des biens X et Y, veut maximiser sa satisfaction, sachant que les biens X et Y ont le même prix unitaire et égal à 02^{DA} ($Px = Py = 02^{DA}$) et que $R = 18^{DA}$, quelle combinaison de quantités des deux biens le consommateur doit-il choisir?

Exercice n°03

Le tableau ci-dessous donne le barème individuel d'utilité marginale pour les biens X et Y. On suppose que X et Y sont les deux seuls biens disponibles et que leurs prix de vente est identique et se fixe à 02^{DA}. On suppose que le revenu du consommateur est de 08^{DA} et qu'il est intégralement dépensé.

1. Calculer l'optimum du consommateur ?
2. Quel est le niveau total d'utilité du consommateur quand celui-ci est en équilibre ?
3. Enoncer la condition mathématique de l'équilibre du consommateur ?

Quantité	01	02	03	04	05	06	07	08
UM_X	11	10	09	08	07	06	05	04
UM_Y	19	17	15	13	12	10	08	06

Chapitre II : L'optimum du consommateur

Section1. Contrainte de budget et courbes d'indifférence

1.1 La contrainte du budget

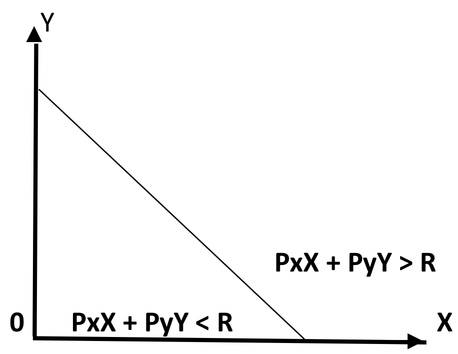
Si l'on peut discuter de l'héroïsme de l'hypothèse de rationalité et de maximisation de l'utilité du consommateur, on peut mettre en doute le réalisme de l'existence d'une contrainte au comportement de consommation. Cette contrainte est double. D'une part, le revenu de tout individu est, pendant une période déterminée, limité, et d'autre part, les prix des biens sont des données.

1.1.1 Définition :

La contraint budgétaire de l'agent est déterminée par son revenu et par le prix des biens qui constituent son panier de consommation. Elle indique l'horizon des dépenses que l'agent peut réaliser. Elle délimite donc l'espace budgétaire de l'agent, qui est l'ensemble des paniers de biens que l'agent peut acquérir compte tenu de son revenu et de leurs prix (Wasmer, 2017, p. 587).

Soit deux biens, X et Y, exprimés en quantités, soit P_X et P_Y les prix du marché de ces biens, et R le revenu nominal (ou budget) du consommateur. Ces deux caractéristiques définissent la contrainte de budget du consommateur (Bernier & Védie, 2009, p. 33).

Figure n°04 : La contrainte de budget



Supposons que ce dernier dépense, pour une période donnée, la totalité de son revenu à l'achat de X et Y ; on peut écrire :

$$\boldsymbol{R = P_X X + P_Y Y}$$

$$\boldsymbol{R - P_X X = P_Y Y}$$

En divisant les deux membres par P_Y, on obtient : Y = $\boldsymbol{\frac{R}{PY} - \frac{R}{PX} X}$

La relation exprime la contrainte financière du consommateur, est appelée droite de budget. Elle est tracée sur le graphique n° et a pour pente - $\frac{PX}{PY}$, le rapport des prix des deux biens ou prix relatifs.

Tous les paniers figurant dans la zone hachurée ou sur la droite, par exemple A et B, peuvent être achetés par le consommateur. Mais un panier tel que A ne sera pas choisi, car le revenu ne serait pas intégralement dépensé. Les paniers au-dessus de la droite, tels que C, ne peuvent non plus être choisis puisqu'ils violent la contrainte financière. Il s'ensuit que seuls les paniers figurant sur la droite de budget font l'objet d'un choix, ce que démontre le point suivant.

1.2 La maximisation de l'utilité : deux méthodes

Le choix optimal du consommateur, qui définit les quantités maximales des biens X et Y qu'il peut espérer obtenir, est matérialisé par la tangence entre la courbe d'indifférence et la droite de budget qui qui résume ses contraintes. Autrement dit, du point de vue mathématique les pentes des deux fonctions, notées respectivement (Redslob, 2012, p. 23) :

- $\frac{UMx}{UMy}$ et - $\frac{Px}{Py}$, sont égales, soit : $\frac{UMx}{UMy} = \frac{Px}{Py}$

La recherche de l'optimum du consommateur consiste à déterminer les quantités maximales de biens, X* et Y*, qui maximisent l'utilité sous contrainte budgétaire. Mathématiquement, il s'agit de trouver un extremum sous contrainte qui se formule ainsi :

$$\text{Max } U = U(X, Y)$$

Sous contrainte : $R = P_X X + P_Y Y$

Où R, P_X, P_Y sont des constantes. Deux solutions sont présentées : la solution intérieure et la solution en coin.

1.2.1 La méthode de Lagrange :

L'application de cette méthode consiste à écrire, dans un premier temps la fonction de Lagrange, en introduisant le multiplicateur (λ) qui mesure le supplément de satisfaction engendrée par chaque unité monétaire supplémentaire dépensée (au-delà du revenu initial).

$$\int(x, y, \lambda) = U - \lambda\,(R - P_x . x - P_y . y)$$

Aa l'équilibre, **$\int(x, y, \lambda)$ =U** parce que **$R-P_x . x - P_y . y = 0$.** Donc, maximiser U revient à maximiser le lagrangien.

⟹La détermination de l'optimum de la fonction de Lagrange passe par la vérification des conditions du 1er ordre suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} - \lambda Px=0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} - \lambda Py=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} - \lambda P\lambda=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{UMx}{Px} \\ \lambda = \frac{UMy}{Py} \\ R-P_xX-P_yY=0 \end{cases}$$

Le consommateur atteint l'optimum, lorsque les utilités marginales pondérées par leurs prix sont égales ; en d'autres termes le consommateur est en équilibre lorsque le rapport des utilités marginales est égal au rapport des prix.

$$\frac{\boldsymbol{UMx}}{\boldsymbol{Px}} = \frac{\boldsymbol{UMy}}{\boldsymbol{Py}} \Leftrightarrow \frac{\boldsymbol{UMx}}{\boldsymbol{UMy}} = \frac{\boldsymbol{Px}}{\boldsymbol{Py}}$$

Application : Un consommateur dispose d'un revenu monétaire R= 80 ^{DA}, les prix des biens sur le marché sont respectivement P_x = 02DA, P_y = 04DA et sa fonction d'utilité s'écrit :

U = 3xy+2

1- Déterminer les quantités de X et de Y qui maximisent la satisfaction du consommateur ?
2- Trouver la valeur de U et celle de λ à l'optimum ?

Solution :

1- Détermination de l'équilibre du consommateur

- Ecriture du programme du consommateur

Max U = f(x, y) = 3xy +2

S/C 80 = 2x + 4y

- Ecriture de la fonction de Lagrange

Max $\int$ = 3xy +2 + λ (80 – 2x – 4y)…(1)

- Les conditions du 1er ordre :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3Y - 2\lambda = 0 \\ 3X - 4\lambda = 0 \\ 80 - 2X - 4Y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3}{2} Y \ldots(1) \\ \lambda = \frac{3}{4} X \ldots(2) \\ 80 - 2X - 4Y = 0 \ldots(3) \end{cases}$$

$(1)= (2) \Rightarrow \frac{3}{2}\,Y = \frac{3}{4}\,X \Rightarrow Y = \frac{X}{2} \Rightarrow \ldots(4)$

Pour trouver la valeur de Y, remplaçons X par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$80 - 2\,(2Y) - 4\,Y = 0 \Rightarrow Y = 10$ unités

Pour trouver la quantité optimale de X, il suffit de remplacer Y par sa valeur dans l'équation (4), on aura :

X = 2 (10) = 20 unités

Les quantités qui permettent au consommateur d'atteindre l'équilibre sont :

(X*; Y*)= (10 ; 20)

-Calcul des valeurs (U et λ) à l'équilibre :

Pour calculer la valeur de U, remplaçons X et Y par leurs valeurs à l'équilibre

U = 3 (10) (20) + 2 = 602 Utils

Et pour la valeur de λ, remplaçons X et Y par leurs valeurs dans l'une des deux équations (1) et (2), on obtient :

λ = 15, ce qui signifie que chaque Dinar dépensé au-delà du revenu initial engendre 15 unités supplémentaires, en termes de satisfaction.

1.2.2 Méthode de substitution

Réécrivons le programme du consommateur :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) \ldots (1) \\ \text{S/C } R = P_X X + P_Y Y \ldots (2) \end{cases}$$

Pour résoudre ce programme par cette méthode, déterminons d'abord Y en fonction de X, à partir de l'équation (2) :

$$Y = \frac{R}{PY} - \frac{R}{PX} X \ldots (3)$$

Remplaçons, par la suite, Y par sa valeur dans l'équation (1) :

$$U = f(X, Y(X))$$

Puis, dérivons la fonction U par rapport à X :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = U'x + U'y(\frac{\partial U}{\partial x})$$

Comme $\frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{Px}{Py}$; à partir de l'équation (3) :

L'utilité sera maximale pour : $\frac{\partial U}{\partial x} = U'x + U'y\,(-\frac{Px}{Py})$

D'où l'on déduit : $\frac{U'x}{U'y} = \frac{Px}{Py} \Longrightarrow \frac{U'x}{Px} = \frac{U'y}{Py}$

Application :

- En maintenant l'énoncé de l'application précédente, déterminer, par la méthode analytique, l'équilibre du consommateur ?

Solution :

Reprenons le programme du consommateur, écrit précédemment :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = 3xy + 2 \ldots (1) \\ \text{S/C } 80 = 2x + 4y \ldots (2) \end{cases}$$

Déterminons d'abord Y en fonction de X, à partir de l'équation (2) :

$Y = 20 - \frac{1}{2} X$ …(3)

Remplaçons la variable Y par sa valeur dans l'équation (1) :

$$U = f(X, Y(X)) = 3X\,(20 - \frac{1}{2} X) + 2$$

$$U = f(X, Y(X)) = 60X - \frac{3}{2} X^2 + 2$$

Puis, dérivons la fonction U par rapport à X et annulons le résultat :

$$\frac{\partial U}{\partial x} = 60 - 3X = 0 \Longrightarrow X = 20 \text{ unités}$$

Pour déterminer la quantité de Y, remplaçons X par sa valeur dans l'équation (3) :

$Y = 20 - \frac{1}{2} (20) = 10$ unités

Donc, à l'équilibre, les quantités consommées sont représentées par le panier suivant :

$(X^* ; Y^*) = (20 ; 10)$

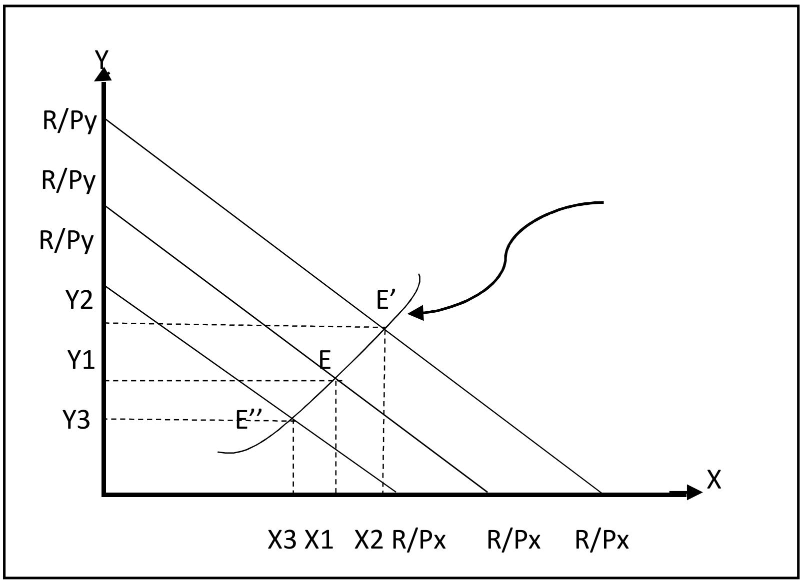
Section2. Modification de l'optimum

Le déplacement du point d'équilibre peut être dû à la modification du revenu du consommateur ou à celle des prix des biens considérés.

2.1 Effets de la variation du revenu à prix inchangés :

Toute modification du revenu nominal, entraine un déplacement de la situation de l'équilibre. Pour la plupart des biens (biens normaux), lorsque le revenu augmente, la droite budgétaire se déplace vers la droite et le point d'équilibre se déplace vers une courbe d'indifférence plus élevée (l'exemple du passage de **E** vers **E' s**ur la figure n°05)

Figure n°05 : Equilibre et variation du revenu



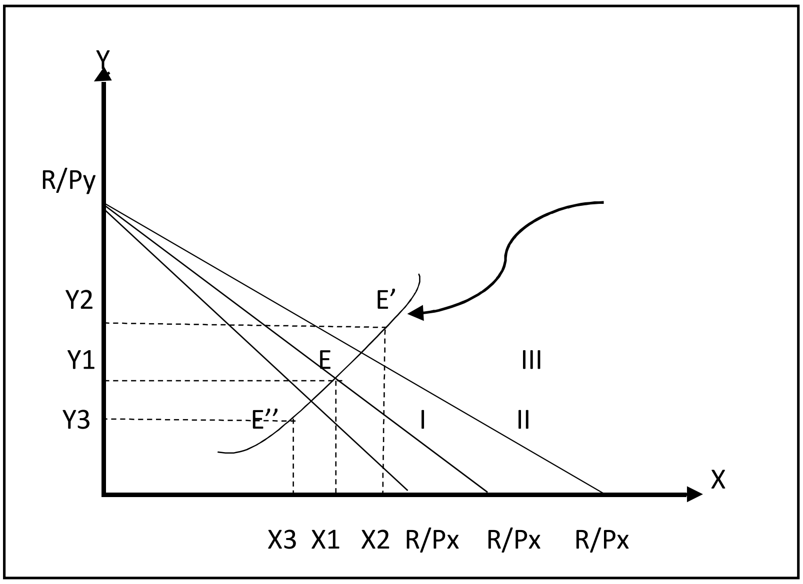
Courbe Consommation-Revenu (CCR)

La CCR représente le lieu géométrique de l'ensemble des points d'équilibre obtenus à l'occasion des différentes modifications du revenu du consommateur (les prix des biens sont constants). Cette courbe est déduite de la CCR.

2.2 Effets de la variation du prix d'un des biens :

Dans le cas où le prix du bien X (ou de Y) augmente ou diminue, le rapport R/P_X varie le sens de la variation du prix (hausse ou baisse du pouvoir d'achat) ; et selon la nature économique du bien considéré.

Figure n°06 : Equilibre et variation du prix



Courbe Consommation-Prix (CCP)

La CCP est le lieu géométrique des différents points d'équilibre du consommateur engendrés par la variation du prix du bien considéré (le revenu nominal du consommateur et le prix du bien Y restent inchangés).

2.3 Effet de substitution et Effet de revenu

L'effet total de variation du prix d'un bien est égal à la variation de la quantité demandée de ce bien lorsque le consommateur se déplace d'un point d'équilibre à un autre, le long de la courbe consommation-prix (tel que présentée dans la section précédente). Cet effet total peut être décomposé en effets à savoir :

L'effet de substitution (effet de Marshall) et l'effet de revenu.

2.3.1 L'effet de substitution :

L'effet de substitution est l'effet d'une variation de prix sur les quantités consommées qui n'est pas attribuable à une variation du pouvoir d'achat. On isole cet effet en déterminant comment le consommateur ajustera ses achats si on le compense pour que son utilité demeure la même, avant et après la variation du prix, c-à-d pour qu'il choisisse en définitive un nouveau panier de consommation sans changer de courbes d'indifférence (Parkin, Bade, & Gonzàlez, 2011, p. 237).

2.3.2 L’effet de revenu :

L’effet revenu représente la part de l’ajustement de la demande à la suite d’une variation de prix qui est attribuable à une variation du pouvoir d’achat. Il constitue le complément de l’effet substitution pour obtenir l’effet total de la variation de prix. Autrement dit, l’effet revenu est l’effet total moins l’effet substitution (Parkin, Bade, & Gonzàlez, 2011, p. 238).

Pour cela, deux méthodes peuvent être utilisées, à savoir : la méthode de Hicks qui isole les deux effets en considérant que l’utilité est invariable et la méthode de Slutsky qui les distingue en considérant que le pouvoir d’achat est constant. Notons ici que l’intérêt de ces deux méthodes est le même, contentons-nous de décomposer l’effet total par la méthode de Hicks.

- **Méthode géométrique**

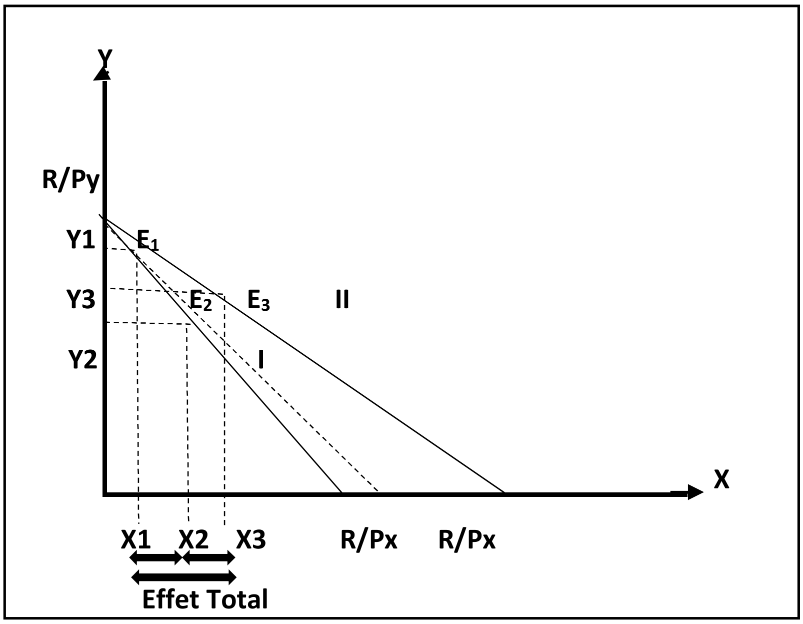
Graphiquement, il est possible de séparer l’effet de substitution et revenu comme le montre la figure n°07.

Supposons que le prix du bien X baisse, le prix du bien Y et le revenu du consommateur restent inchangés. Cette variation serait donc à l’origine de deux impacts :

- Comme le prix du bien Y est constant, la baisse du prix du bien X induit la modification du rapport des prix. Le bien Y devient relativement plus cher. Par conséquent, le consommateur est incité à acheter davantage le bien dont le prix a baissé (le bien X). Cette réaction décrit l’effet substitution.
- Comme le revenu nominal du consommateur reste inchangé, la baisse du prix du bien X provoque un accroissement du revenu réel (une augmentation du pouvoir d’achat du consommateur). Ce dernier n’est pas obligé d’orienter la totalité de ce supplément de pouvoir d’achat vers le bien X : il peut affecter une partie de ce supplément de pouvoir d’achat pour consommer aussi plus de bien Y ; ou bien d’affecter exclusivement pour la consommation du bien Y, tout dépend de ses préférences. Ce comportement interprète l’effet de revenu.

Pour mieux visualiser ces deux impacts, considérons le graphique suivant qui les met en évidence, dans le cas général où X et Y sont des biens normaux.

Figure n°07 : Effet de substitution et effet de revenu



La méthode de Hicks consiste à déplacer parallèlement la nouvelle droite budgétaire vers le bas jusqu'à ce qu'elle soit tangente à la courbe d'indifférence (I). Il s'agit du point E_2 sur le graphe ci-dessus qui représente la situation intermédiaire ou fictive permettant la séparation des deux effets.

L'impact total de la baisse du prix des biens X sur la quantité demandée de ce bien, se matérialise par le passage à un niveau de satisfaction supérieure. La ligne budgétaire pivote vers la droite suite à la diminution du prix de X. La décomposition du passage de E_1 à E_3 se fait en deux temps :

- Le passage de E_1 à E_2 matérialise l'effet de substitution ;
- Le passage de E_2 à E_3 matérialise l'effet de revenu.

Effet total :

L'effet total d'une variation du prix du bien X mesure l'impact de cette variation sur la quantité demandée de ce bien à l'optimum.

L'effet total est égal à la somme des effets de substitution et de revenu.

Effet de substitution

Par l'effet de substitution, on mesure la variation de la quantité demandée engendrée par la seule variation du prix du bien considéré lorsque le déplacement de l'équilibre se réalise le long d'une même courbe d'indifférence, et le revenu réel représenté par la droite fictive (en ligne discontinue) étant gardé constant.

Effet de revenu

L'effet de revenu mesure la variation de la quantité demandée (quantité optimale) due à la modification du rapport des prix, c'est-à-dire à la variation du revenu réel du consommateur.

- **Méthode algébrique**

L'effet total peut être décomposé en effets de substitution et de revenu par la méthode algébrique, en suivant quatre étapes :

Etape 1 : Détermination de l'équilibre initial

Pour trouver les quantités de l'équilibre initial (X* ; Y*), il faut résoudre le programme initial du consommateur :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y)\ldots(1) \\ \text{S/C } R = P_X X + P_Y Y\ldots(2) \end{cases}$$

Pour ce faire, il convient d'utiliser l'une des méthodes algébriques (méthode de Lagrange ou méthode de substitution) que nous avons présenté précédemment.

Etape 2 : Détermination de l'équilibre de la situation finale

Les quantités optimales de la situation finale (X′* ; Y′*) sont obtenues en résolvant algébriquement le problème de la situation finale du consommateur :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y)\ldots(1) \\ \text{S/C } R = P_X X + P_Y Y\ldots(2) \end{cases}$$

Il est aussi possible de calculer les dites quantités en remplaçant les variables par leurs valeurs respectives dans les équations de demande des deux biens, lorsque ces dernières sont obtenues dans la première étape, tout en considérant le nouveau prix du bien X.

Etape 3 : Détermination de l'équilibre de la situation intermédiaire

Pour déterminer les quantités optimales de la situation intermédiaire (X''^* ; Y''^*), il faut résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} TMS_{xy} = \frac{Px}{Py} \ldots(1) \\ U(X ; Y) = U(X^* ; Y^*) \ldots(2) \end{cases}$$

La première équation de ce système représente la caractéristique de la situation d'équilibre et la deuxième représente l'équation de la courbe d'indifférence sur laquelle est situé le point d'équilibre intermédiaire.

Etape 4 : Décomposition de l'effet total

L'effet total est égal à la somme des effets de substitution et de revenu (ET = ES+ER). Les effets de substitution et de revenu se calculent selon le cas comme suit :

Biens	**Situation initiale**	**effets substitution**	**Situation intermédiaire**	**Effet revenu**	**Situation finale**	**Effet total**
X	X^*	$X''^* - X^*$	X''^*	$X'^* - X''^*$	X'^*	$X'^* - X^*$
Y	Y^*	$Y''^* - Y^*$	Y''^*	$Y'^* - Y''^*$	Y'^*	$Y'^* - Y^*$

Application :

Soit la fonction d'utilité d'un consommateur qui s'écrit : $U(X ; Y) = \frac{1}{2} X^2Y + 1$

- Déterminer les équations de fonctions de demande des deux biens X et Y ?
- Si $R=27^{DA}$ et $Px = Py = 03^{DA}$, calculer les quantités qui maximisent le niveau d'utilité du consommateur ?
- Si le prix du bien X baisse à 01^{DA}, le revenu du consommateur et le prix du bien Y restent inchangés, déterminer les valeurs des effets de substitution et de revenu relatifs aux biens X et Y?

Solution :

1- Le programme du consommateur s'énonce comme suit :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = \frac{1}{2} X^2Y+1 \ldots(1) \\ \text{S/C } R = P_XX + P_YY\ldots(2) \end{cases}$$

Pour déterminer les équations des fonctions de demande, appliquons la méthode de Lagrange qui consiste d'abord à construire la fonction Lagrangienne ʆ :

ʆ = ½ X^2Y +1+ λ (R-Px-Py) …(1)

Pour maximiser la fonction ʆ, les dérivées partielles premières de la fonction ʆ par rapport aux variables X ; Y et λ doivent être nulles.

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} XY - \lambda\, Px = 0 \\ \frac{1}{2} X^2 - \lambda\, Py = 0 \\ R - Px\, X - PyY = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{XY}{Px} \ldots(1) \\ \lambda = \frac{X2}{2Py} \ldots(2) \\ 30 - X - 5Y = 0 \ldots(3) \end{cases}$$

$$(1)= (2) \Rightarrow \frac{XY}{Px} = \frac{X2}{2Py}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{PxX}{2Py} \Rightarrow \ldots(4)$$

On remplace Y par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$$R - Px\,X - Py\,(\frac{PxX}{2Py}) = 0 \Rightarrow X= \frac{2R}{3Px} \ldots(5)$$

Cette dernière relation correspond à l'équation de la fonction de demande du bien X.

Pour déterminer l'équation de la fonction de demande du bien Y,

$$Y = \frac{Px(\frac{2R}{3Px})}{2Py} \Rightarrow Y= \frac{R}{3Py} \ldots(6)$$

Cette dernière relation correspond à l'équation de la fonction de demande du bien Y.

2- Pour calculer les quantités optimales (X* ; Y*), dans le cas où R=27 DA, Px=Py=03DA, il faut simplement remplacer les variables par des valeurs dans les équations des fonctions de demande :

$$X= \frac{2(27)}{3(03)} = 06 \text{ unités}$$

$$Y= \frac{(27)}{3(03)} = 03 \text{ unités}$$

Le panier optimal de la situation initiale (X* ; Y*) = (06 ; 03)

3- Détermination des valeurs des effets de substitution et de revenu relatifs aux biens X et Y dans le cas où le prix du bien X baisse à 01 DA et le prix du bien Y reste inchangé.

Etape 1 : Détermination de l'équilibre initial

Le panier optimal de la situation initiale (X* ; Y*) est déterminée dans la question (2) : (X* ; Y*) = (06 ; 03)

Etape 2 : Détermination de l'équilibre de la situation finale

Il s'agit de trouver les coordonnées du panier de la situation finale (X″* ; Y″*), en remplaçant le nouveau prix dans les équations des fonctions de demande des biens X et Y.

$$X= \frac{2(27)}{3(01)} = 18 \text{ unités}$$

$$Y= \frac{(27)}{3(03)} = 03 \text{ unités}$$

Donc le panier optimal de la situation finale (X″* ; Y″*) = (18 ; 03)

Etape 3 : Détermination de l'équilibre de la situation intermédiaire

Pour calculer les quantités optimales de la situation intermédiaire (X″* ; Y″*), il convient de résoudre le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} TMS_{xy} = \frac{P'x}{Py} = \frac{1}{3} \ldots(1) \\ U(X ; Y) = U\ (X^* ; Y^*) = U\ (06 ; 03) \end{cases}$$

L'équation de la courbe d'indifférence sur laquelle est situé le point d'équilibre intermédiaire est déduite en remplaçant les quantités optimales de la situation initiale (X* ; Y*) dans la fonction de l'utilité : U(X ; Y) =½ $(06)^2$ (03) + 1= 55 utils

L'équation de la courbe d'indifférence serait : $Y=2(U-1)/X^2 = 108/X^2$

En ce point d'équilibre intermédiaire, le consommateur est confronté au nouveau rapport des prix qui est le rapport des prix de la situation finale. En ce point le taux marginal de substitution est égal au nouveau rapport des prix :

$$TMS_{xy} = \frac{P'x}{Py} = \frac{1}{3}$$

En général, quel que soit le point considéré de la courbe sur laquelle se situe le point d'équilibre intermédiaire, le taux marginal de substitution de X par Y est donné par l'équation : $TMS_{xy} = -\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{2X(108)}{X4} = \frac{216}{X3}$

En ce point d'équilibre intermédiaire, le TMS_{xy} est égal au nouveau rapport des prix :

$$TMS_{xy} = \frac{216}{X3} = \frac{1}{3} \Longrightarrow X = \sqrt[3]{648} = 8,65 \text{ unités}$$

La quantité du bien X en situation intermédiaire est de : X″* = 8,65 unités

Pour déterminer la quantité du bien Y en situation intermédiaire (Y″*), X est remplacé par sa valeur dans l'équation de la courbe d'indifférence trouvée précédemment :

$Y''^* = 108/(8,65)^2 = 1,44$ unités

Donc le panier optimal de situation intermédiaire : (X ″* ; Y″*) = (8,65 ; 1,44)

Etape 4 :

Après avoir déterminé les quantités optimales des biens X et Y pour les trois situations (initiale, intermédiaire et finale), calculons maintenant les valeurs des effets (total, de substitution et de revenu) relatifs à chacun des biens.

Biens	Situation initiale	effet substitution	Situation intermédiaire	Effet revenu	Situation finale	Effet total
X	06	2,65	8,65	9,35	18	12
Y	03	-1,56	1,44	1,56	03	00

Exercices : Courbes d'indifférence et TMS

Exercice n°01

Le tableau suivant présente cinq paniers de biens X et Y qui procurent pour le consommateur le même niveau de satisfaction.

Paniers	Quantité du bien X	Quantité du bien Y
A	**03**	**27**
B	**04**	**19**
C	**05**	**13**
D	**06**	**09**
E	**07**	**07**

1. Tracer la courbe d'indifférence de ce consommateur ?
2. Déterminer les valeurs du TMS_{xy} pour tous les points consécutifs de cette courbe d'indifférence ?
3. Donner les caractéristiques du TMS_{xy} ? Parmi ces caractéristiques, laquelle justifie la forme de de cette courbe d'indifférence ?

Exercice n°02

Les préférences d'un consommateur sont représentées par la fonction suivante :

$$U = F(X ; Y) = 4\ X^{0,5}\ Y^{0,75}$$

Le revenu consommateur est de 600^{DA}, le prix du bien X est de 03^{DA} et le prix du bien Y est de 06^{DA}.

1. Ecrire le programme du consommateur ?
2. Déterminer la combinaison de quantités X et Y qui maximisent le degré de satisfaction de ce consommateur ?
3. Donner la valeur de l'utilité à l'optimum ?

4. Si le revenu augmente à 35^{DA}, quel serait l'effet de cette variation sur l'utilité totale ?
5. Quelle est la variation du revenu nécessaire pour atteindre un niveau de 1000 Utils ?

Exercice n°03

Considérons la fonction de satisfaction suivante : $U = f(X ; Y) = 3XY+3X$

1. Déterminer l'équation de la Courbe-Consommation-Revenu ?
2. Déduire l'équation du sentier d'expansion du revenu dans le cas où $P_x = 12^{DA}$ et $P_y = 15^{DA}$?
3. Déterminer la Courbe d'Engel pour chaque bien ?

Exercice n°04

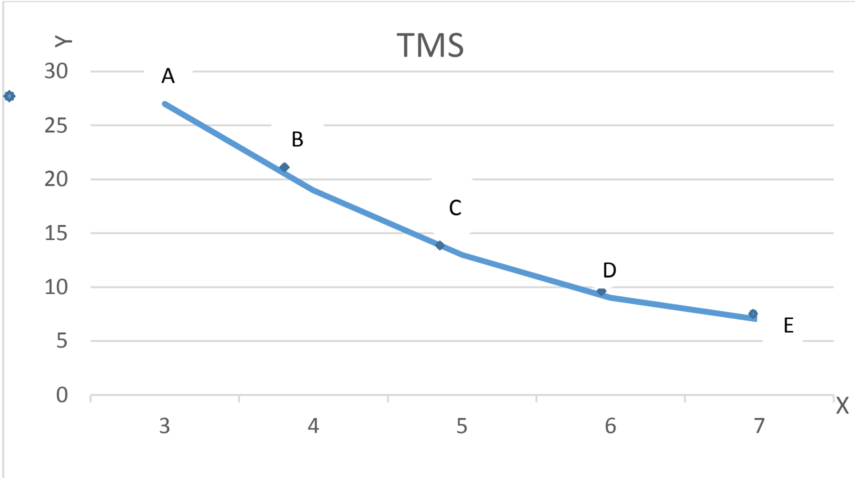
Soit un consommateur qui consomme seulement deux biens X et Y. Ses préférences peuvent être représentées par la fonction d'utilité suivante : $U = \frac{1}{3}X^3Y$. Ce consommateur dispose d'un revenu R qu'il alloue en totalité à l'achat de ces deux biens. Soit P_x et P_y les prix des biens X et Y.

1. Supposons que le niveau d'utilité soit fixé à $U_0 = 09$. Donnez l'équation de la courbe d'indifférence de ce consommateur et tracez-la ?
2. Supposons que R=60, Px=06 et Py=03. Donnez l'équation de sa la droite de budget et tracez-la sur le même graphique ?
3. Déterminer le Taux Marginal de Substitution TMS du bien Y au bien X en un point quelconque ?
4. Ecrivez le programme de maximisation du consommateur et déterminez ses fonctions de demande des biens X et Y. Représentez ce panier sur le même graphique ?

Correction des exercices

Corrigé d'exercice n°01

1. **Le tracé de la courbe d'indifférence du consommateur**



2. **Calcul du TMS_{xy} le long de la courbe d'indifférence :**

Le calcul du TMS_{xy} le long de la courbe d'indifférence représentée dans le graphique ci-dessus, se fait en utilisant la relation suivante : $TMS_{xy} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Paniers	**Quantité du bien X**	**Quantité du bien Y**	**TMS_{xy}**
A	**03**	**27**	**-**
B	**04**	**19**	**08**
C	**05**	**13**	**06**
D	**06**	**09**	**04**
E	**07**	**07**	**02**

3. **les caractéristiques du TMS_{xy} :**

- Il est décroissant, car dans un premiers temps, le consommateur est prêt à abandonner beaucoup d'unités de Y, pour obtenir une unité supplémentaire de X. Toutefois, au fur et à mesure que le consommateur sacrifie Y, ce dernier prend la valeur et devient de moins en moins prêt à le sacrifier.
- Il prend des valeurs négatives, car il y a toujours une diminution de la quantité demandée de l'un de ces deux biens, lorsque celle consommée de l'autre bien augmente. C'est pour cette raison que la formule est précédée par le signe (-).

Corrigé d'exercice n°02

1. **Le programme du consommateur s'énonce comme suit :**

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = 4\,X^{0,5}\,Y^{0,75} \ldots(1) \\ \text{S/C } 600 = 3X + 6Y \ldots(2) \end{cases}$$

2. **la combinaison de quantités X et Y qui maximisent le degré de satisfaction de ce consommateur**

Pour déterminer les équations des fonctions de demande, appliquons la méthode de Lagrange qui consiste d'abord à construire la fonction Lagrangienne ʆ :

ʆ $= 4\,X^{0,5}\,Y^{0,75} + \lambda\,(600-3X-6Y) \ldots(1)$

Pour maximiser la fonction ʆ, les dérivées partielles premières de la fonction ʆ par rapport aux variables X ; Y et λ doivent être nulles.

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2X^{-0,5}\,Y^{0,75} - 3\lambda = 0 \\ 3X^{0,5}\,Y^{-0,25} - 6\lambda = 0 \\ 600 - 3X - 6Y = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \lambda = \frac{2}{3}\,X^{-0,5}\,Y^{0,75} \ldots(1) \\ \lambda = \frac{1}{2}\,X^{0,5}\,Y^{-0,25} \ldots(2) \\ 600 - 3X - 6Y = 0 \ldots(3) \end{cases}$$

$(1) = (2) \Rightarrow = \frac{2}{3}\,X^{-0,5}\,Y^{0,75} = \frac{1}{2}\,X^{0,5}\,Y^{-0,25} \Rightarrow X = \frac{4Y}{3} \Rightarrow \ldots(4)$

Pour trouver la valeur de Y, remplaçons X par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$$600 - 3\left(\frac{4Y}{3}\right) - 6Y = 0 \Rightarrow Y = 60 \text{ unités}$$

Pour trouver la quantité optimale de X, il suffit de remplacer Y par sa valeur dans l'équation (4), on aura :

$$X = \frac{4(60)}{3} = 80 \text{ unités}$$

Les quantités qui permettent au consommateur d'atteindre l'équilibre sont :

$$(X^*; Y^*) = (80 ; 60)$$

3. Calcul des valeurs (U et λ) à l'équilibre :

Pour calculer la valeur de U, remplaçons X et Y par leurs valeurs à l'équilibre

$$U = 4\,(80)^{0,5}\,(60)^{0,75} = 771,28 \text{ Utils}$$

Et pour la valeur de λ, remplaçons X et Y par leurs valeurs dans l'une des deux équations (1) et (2), on obtient :

$\lambda = \frac{2}{3}\,(80)^{-0,5}\,(60)^{\,0,75} = 1,06$

$\lambda = \frac{1}{2}\,(80)^{0,5}\,(60)^{\,-0,25} = 1,06$

λ = 1,06, ce qui signifie que chaque Dinar dépensé au-delà du revenu initial engendre 1,06 unités supplémentaires, en termes de satisfaction.

4. L'effet de l'augmentation du revenu de 35^{DA} sur l'utilité totale

On a : $\lambda = \frac{\Delta UT}{\Delta R} \Longrightarrow \Delta UT = \lambda * \Delta R = (1,06) * (+35) = +56\text{Utils}$

Lorsque R augmente de 35^{DA}, l'utilité totale augmente de 56Utils

5. La variation nécessaire du revenu pour atteindre un niveau de 1000Utils

Pour atteindre 1000 Utils :

On a : UTmax = 771,28Utils et pour atteindre U=1000 Utils, il faut :

$\Delta UT = 1000-771,28 = +228,72$ Utils

Et $\Delta R = \frac{\Delta UT}{\lambda} = \frac{+228,72}{1,06} = +142,95^{DA}$

Une variation du revenu de $142,95^{DA}$, permettra d'atteindre un niveau d'utilité de 1000 Utils.

Corrigé d'exercice n°03

1. L'équation de la Courbe-Consommation-Revenu

Afin de trouver l'équation de la courbe de Consommation-Revenu, appelée aussi l'équation du sentier d'expansion du revenu, il faut d'abord commencer à résoudre le problème du consommateur par la méthode de Lagrange :

- Ecriture du programme du consommateur

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = 3XY+3X \\ \text{S/C } R = PxX+ PyY \end{cases}$$

- Ecriture de la fonction de Lagrange

$$\textbf{Max } \int = 3XY+3X+ \lambda\,(R - Px - Py)$$

- Les conditions du 1er ordre :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3Y+3 - \lambda Px = 0 \\ 3X - \lambda = 0 \\ R - PxX- PyY = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3Y+3}{Px} \ldots(1) \\ \lambda = \frac{3X}{Py} \ldots(2) \\ R - PxX- PyY = 0 \ldots(3) \end{cases}$$

En égalisant les deux valeurs de λ, on obtient l'équation (4) représentant l'équation de la courbe de Consommation-Revenu :

$$\frac{3Y+3}{Px} = \frac{3X}{Py} \Leftrightarrow (Y+1)\,Py = PxX$$

$$\Rightarrow Y= \frac{Px}{Py} X -1\ldots(4)$$

2. L'équation du sentier d'expansion du revenu

En remplaçant les prix par leurs valeurs dans l'équation (4), L'équation du sentier d'expansion du revenu est déduite :

$$Y= \frac{4}{5} X-1\ldots(5)$$

3. La Courbe d'Engel pour chaque bien

Pour déterminer les courbes d'Engel, on remplace Y par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$$R - PxX - Py\,(\frac{Px}{Py} X -1) =0$$

$$R – PxX – PyX \frac{Px}{Py} +Py =0$$

$$R – PxX – PyY + Py = 0$$

$$X = \frac{R}{2Px} + \frac{Py}{2Px} = 0 \text{ …(4)}$$

Cette dernière relation correspond à l’équation de la fonction de demande du bien X.

Pour déterminer l’équation de la fonction de demande du bien Y, on remplace X par sa valeur dans l’équation (4) :

$$Y = (\frac{R}{2Px} + \frac{Py}{2Px}) \frac{Px}{Py} - 1\text{…(4)}$$

$$Y = \frac{R}{2Py} - \frac{1}{2} \text{ …(6)}$$

Cette dernière relation correspond à l’équation de la fonction de demande du bien Y.

Les courbes d’Engel sont déduites en remplaçant les prix par leurs valeurs dans les équations des fonctions de demande trouvées ci-dessus :

$$X = \frac{R}{24} + \frac{5}{8} = 0 \text{ …(7)}$$

$$Y = \frac{R}{30} - \frac{1}{2} \text{ …(8)}$$

A partir de l’équation (7), il ressort que le bien X est un bien normal de nécessité (lorsque R=0$\Longrightarrow$ $X = \frac{5}{8}$) et à partir de l’équation (8), il ressort que le bien Y est un bien de luxe.

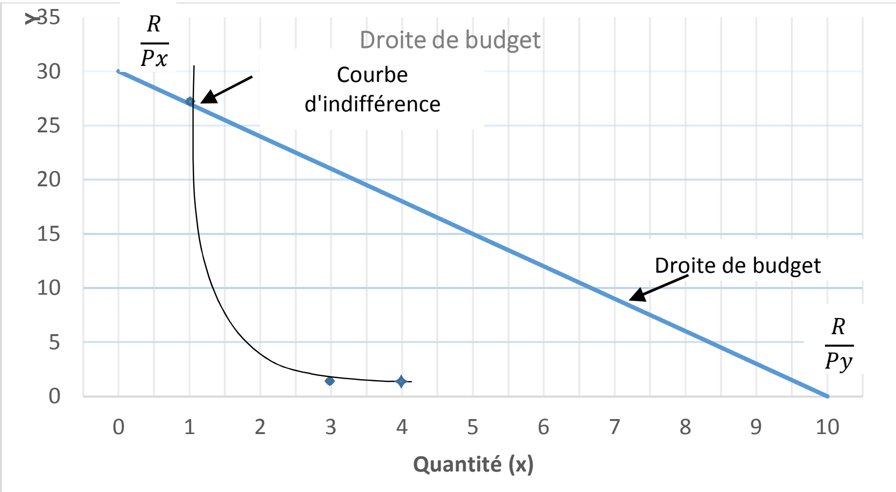
Corrigé d'exercice n°04

1. **L'équation de la courbe d'indifférence et représentation graphique :**

Nous avons la fonction d'utilité suivante : U $=\frac{1}{3}X^3Y$.

Pour U_0=09, nous obtenons : $\frac{1}{3}X^3Y$ = 09, d'où : Y = $\frac{27}{X3}$: l'équation de la courbe d'indifférence.

Pour tracer la courbe d'indifférence, nous donnons des valeurs à X et en fonction de ces valeurs, nous déterminons Y. Pour X=01, Y=27 ; pour X=02, Y=3,37 ; pour X=03, Y=01. Le graphique a la forme suivante :



2. **L'équation de sa la droite de budget et représentation graphique :**

L'équation de la droite de budget a la forme suivante : R = PxX + PyY

En remplaçant R=30, Px=03 et Py=01, nous obtenons : 30 = 3X+Y⇒ Y = 30 – 3X

Pour sa représentation graphique :

- Pour X=01 ⇒Y=27 ;
- Pour X=02 ⇒Y=24 ;
- Pour X=03⇒ Y=21 ;

Les points où la droite de budget coupe les axes :

- L'axe O_X : Y = $\frac{R}{Px}=\frac{30}{03}=10$

- L'axe O_y : $Y = \frac{R}{Py} = \frac{30}{01} = 30$

3. **L'expression du TMS_{yx} en un point quelconque :**

$$TMS_{yx} = \frac{UMy}{UMx} = \frac{1/3 * X3}{1/3*(3)*X2*Y} = \frac{X}{3Y}$$

4. **La valeur du TMSTxy pour X= 03 et Y=01**
5. $TMS_{yx} = \frac{UMy}{UMx} = \frac{1/3 * X3}{1/3*(3)*X2*Y} = \frac{X}{3Y} = \frac{3}{3(1)} = 1$

Exercices supplémentaires

Questions de cours

1. Définissez les courbes d'indifférence entre deux biens de consommation. Comment interprétez-vous leur pente ?
2. Laquelle, parmi les affirmations suivantes est vraie :

a. Au point d'équilibre, le coût d'opportunité est égale à la satisfaction marginale du bien consommé ;

b. Au point d'équilibre, le consommateur atteint le point de satiété ;

3. Laquelle, parmi les affirmations suivantes est fausse :

a. Le point d'équilibre du consommateur se fait lorsque le taux marginal de Substitution entre deux biens est égal au prix relatifs des deux biens ;

b. Le taux marginal de Substitution est constant le long d'une courbe d'indifférence ;

c. La droite de budget a une pente égale (en valeur absolue) au prix relatif ;

d. Plus la courbe d'indifférence s'éloigne du point d'origine, plus la satisfaction de l'agent est forte.

Exercice n°01

On considère la fonction d'utilité continue dans le modèle à deux biens : $U(X, Y) = XY^2$

1. Représenter graphiquement les courbes d'indifférence pour les valeurs 04 et 16 de la fonction d'utilité ?
2. Déterminer le Taux Marginal de Substitution du bien Y au bien X (TMSyx) et commenter ?

Exercice n°02

Soit la fonction d'utilité suivante : U(X, Y) =X (Y+3)

Sachant que : $R=100^{DA}$, $Px=10^{DA}$ et $Py=15^{DA}$:

1. Déterminer les coordonnées du point d'équilibre E ?
2. Calculer la valeur du multiplicateur de Lagrange λ et commenter ?
3. Représenter graphiquement l'équilibre du consommateur ?

Exercice n°03

Un consommateur a pour fonction d'utilité : U(X, Y)=XY, où X et Y sont les quantités consommées de deux biens. Le revenu disponible R est de 20^{DA} pour la période et le prix du bien X est de 01^{DA} ?

1. Déterminer la consommation qui maximise sa satisfaction lorsque $Py=01^{DA}$?
2. Qu'en est-il si le prix du bien Y augmente :$Py=02^{DA}$?
3. Quel revenu le consommateur aurait-il dû avoir pour obtenir, lorsque $Py=02^{DA}$, la même satisfaction que lorsque $Py=01^{DA}$?
4. Si on suppose qu'il possède ce revenu, comparer sa nouvelle consommation avec celle de la première question ?

Chapitre III : Théorie de la demande et élasticité

Section 1. La fonction de demande du consommateur

1.1 La fonction de demande individuelle

On appelle fonction de demande individuelle du bien X la fonction associant à chaque niveau du prix P du bien X, à chaque niveau du revenu R et à chaque niveau du prix P_Y des n autres biens (x = 1,…,n), la quantité du bien X que le consommateur souhaite acquérir (Carluer, 2008, p. 78). Elle représente l'ensemble de ses intentions psychologiques d'achat, à un moment donné, pour différents niveaux du prix du bien considéré ; toutes choses égales par ailleurs (Ceteris-Paribus). On note cette fonction : Q ***= f (Px, P_y, R)***

Où Px représente le prix du bien X, P_y le prix des autres biens et R le revenu des consommateurs.

1.2 La fonction de demande et la loi de la demande :

Pour un revenu donné, l'augmentation du prix entraine une diminution de la quantité optimale demandée, au contraire, une baisse du prix génère une hausse de la quantité demandée. Cette relation décroissante entre les prix et de la quantité demandées correspond à la loi générale de la demande formulée à l'origine par Cournot [1801-1877]. (Vasselin, 2018, p. 104)

1.3 Courbe de demande individuelle (CDI)

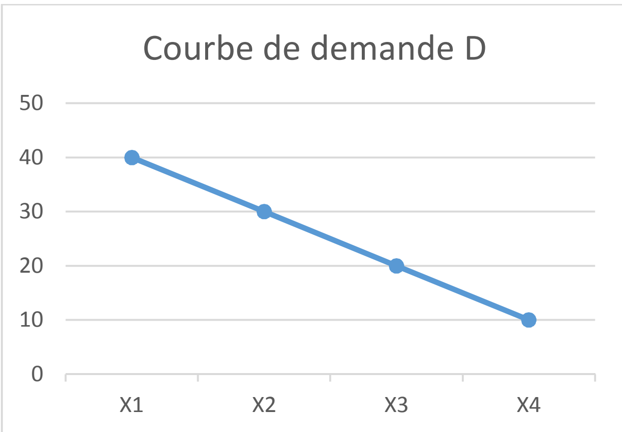
On appelle courbe de demande individuelle pour le bien X, la courbe D_i (qui est ici une droite), tracée dans le plan à deux dimensions (X, P), et associant à chaque niveau de prix P (principale variable explicative) la quantité du bien X que le consommateur souhaite acquérir pour ce prix, les autres variables de la fonction de demande individuelle étant supposées constantes (Carluer, 2008, p. 78).

La courbe de demande est une représentation de la fonction de demande, notée :

$$X = F\ (Px, Py, R, G)$$

La CDI met en relation les différents niveaux de consommation d'un bien donné, à l'équilibre et les différents niveaux de prix correspondant (Toutes choses étant égales par ailleurs).

Figure n°08 : Courbe de demande individuelle



1.4 Courbe de demande agrégée

On appelle demande agrégée d'un bien la totalité des quantités de ce bien entrant dans le choix des consommateurs selon différents niveaux de prix et pour un temps donnée (Carluer, 2008, p. 81).

On obtient l'expression de demande agrégée en effectuant la somme, pour chaque prix, des quantités demandées individuellement.

Si on note l'équation de la courbe de demande individuelle du consommateur i et si N consommateurs sont présents sur le marché, on écrit :

$$\boldsymbol{Qd\ (P) = \sum_{i=1}^{N} Xi\ (P)}$$

Section 2. Notion d'élasticité de la demande

Il est possible d'examiner d'une manière plus fine la conséquence de la variation du prix du bien sur la quantité demandée de ce bien. Pour ce faire, des prérequis mathématiques sont nécessaires à la fois au niveau des hypothèses posées et des conventions adoptées en microéconomie. Ceci aboutit au concept d'élasticité qui est un concept général, très utilisé dans tous les domaines de l'économie. Il permet une évaluation quantitative de l'influence d'une variable sur une autre. Ce concept est particulièrement utile dans l'analyse de la demande du consommateur où l'on distingue plusieurs types d'élasticité.

2.1 Le prix du bien et l'élasticité-prix directe

Pour tous les biens connus, lorsque seul le prix du bien varie, la variation de la quantité demandée se fait dans le sens inverse de celle du prix : si le prix augmente (diminue), la quantité demandée du bien diminue (augmente). Donc, la dérivée partielle de la fonction de demande par rapport au prix du bien est de signe négatif.

La traduction mathématique de la loi de la demande décroissante s'écrit :

$$\boldsymbol{\frac{\partial Qd\ (P, Px, R)}{\partial P} < 0}$$

Au-delà de cette règle générale de la demande décroissante par rapport au prix, il est très souvent utile de mesurer la sensibilité de la variation de la demande aux variations de son prix.

2.1.1 Définition :

L'élasticité-prix directe mesure l'influence d'une variation du prix d'un produit X sur les quantités consommées de ce même produit, toutes choses égales par ailleurs. (Médan, 2008, p. 23). On appelle élasticité-prix directe de la demande pour le bien X, le rapport entre la variation relative (en%) de la quantité demandée du bien et la variation relative (en%) du prix de ce bien (Carluer, 2008, p. 89).

$$\varepsilon_p\,(P, P_x, R) = \frac{\Delta Qd(P,Px,R)/Qd(P,Px,R)}{\Delta P/P}$$

Ou encore : $$\varepsilon_p\,(P, P_x, R) = \frac{\Delta Qd(P,Px,R)}{\Delta P} \times \frac{P}{Qd(P,Px,R)}$$

2.2 Les prix des autres biens et l'élasticité-prix croisée

Lorsque seul varie le prix d'un autre bien, les deux biens considérés sont appelés :

- **Biens substituts**

On appelle biens substituts deux biens dont la quantité demandée de l'un varie dans le même sens que le prix de l'autre. L'élasticité-prix croisée de la demande de chacun de ces biens par rapport au prix de l'autre est donc positive. Les exemples sont ici nombreux : Thé et café, Coca et Pepsi, Peugeot et Renault,…etc.

Quand la variation de la quantité demandée du premier bien s'effectue dans le même sens que celle du prix de l'autre bien :

$$\frac{\partial Qd\,(P, Px, R)}{\partial Px} > 0$$

- **Biens complémentaires**

On appelle biens complémentaires deux biens dont la quantité demandée de l'un varie dans le sens opposé du prix de l'autre. L'élasticité-prix croisée de la demande de chacun de ces biens par rapport au prix de l'autre est donc négative. Des exemples caractéristiques sont : l'essence et les pneumatiques, le pain et la levure, un costume et une cravate,…etc.

Bien étendu, la distinction entre biens substituts ou biens complémentaires est propre à chaque individu.

Quand la variation de la quantité demandée du premier bien s'effectue dans le sens opposé à celle du prix de l'autre bien :

$$\frac{\partial Qd\,(P, Px, R)}{\partial Px} < 0$$

2.2.1 Définition :

On appelle élasticité-prix croisée de la demande pour le bien X, par rapport au prix d'un autre bien, le rapport entre la variation relative (en%) de la quantité demandée du bien X et la variation relative (en%) du prix de l'autre bien (Carluer, 2008, p. 97).

$$\varepsilon_p\,(P,P_x,R) = \frac{\Delta Qd(P,Px,R)/Qd(P,Px,R)}{\Delta P/Px}$$

On voit que : $$\varepsilon_p\,(P,P_x,R) = \frac{\Delta Qd(P,Px,R)}{\Delta Px} \times \frac{Px}{Qd(P,Px,R)}$$

Lorsque la variation du prix est infinitésimale, on a donc :

$$\varepsilon_p\,(P,P_x,R) = \frac{\partial Qd(P,Px,R)}{\partial Px} \times \frac{Px}{Qd(P,Px,R)}$$

On distingue trois cas différents :

La valeur de l'élasticité croisée entre deux biens mesure leur degré de substituabilité ou de complémentarité (De Montbrial & Fauchart, 2009, p. 105) :

- ε croisée > 0 si les deux biens sont substituables. En effet, si $\Delta P_Y > 0$, ceci implique que $\Delta P_X > 0$ puisque les consommateurs reportent leur consommation du bien Y vers le bien X ;

- ε croisée > 0 si les deux biens sont **substituables**. En effet, si $\Delta P_Y > 0$, ceci implique que $\Delta P_X > 0$ puisque les consommateurs reportent leur consommation du bien Y vers le bien X ;

- ε croisée < 0 si les deux biens sont **complémentaires**. En effet, la baisse de consommation du bien Y due à une hausse de P_Y se répercute également sur la consommation du bien X ($\Delta P_Y < 0$) ;

- ε croisée = 0 si les deux biens sont **indépendants**.

2.3 Le revenu du consommateur et l'élasticité-revenu

La quantité demandée d'un bien normal varie dans le même sens que le revenu du consommateur.

- Si le revenu augmente, la quantité demandée d'un bien normal augmente pour chaque niveau de prix : la courbe de demande se déplace vers la droite.
- Si le revenu diminue, la quantité demandée d'un bien normal diminue pour chaque niveau de prix : la courbe de demande se déplace vers la gauche.

D’où la formule suivante :

$$\frac{\partial \boldsymbol{Qd}\ (\boldsymbol{P}, \boldsymbol{Px}, \boldsymbol{R})}{\partial \boldsymbol{R}} > \mathbf{0}$$

La quantité demandée d’un bien inférieur varie dans le sens opposé au revenu du consommateur.

- Si le revenu augmente, la quantité demandée d’un bien inférieur diminue pour chaque niveau de prix : la courbe de demande se déplace vers la gauche.
- Si le revenu diminue, la quantité demandée d’un bien inférieur augmente pour chaque niveau de prix : la courbe de demande se déplace vers la droite.

D’où la formule suivante : $\frac{\partial \boldsymbol{Qd}\ (\boldsymbol{P}, \boldsymbol{Px}, \boldsymbol{R})}{\partial \boldsymbol{R}} < \mathbf{0}$

Là encore, la notion d’élasticité permet d’améliorer la qualité de l’information disponible.

2.3.1 Définition : On appelle élasticité-revenu de la demande pour le bien X, le rapport entre la variation relative (en%) de la quantité demandée du bien X et la variation relative (en%) du revenu (Carluer, 2008, p. 99).

$$\boldsymbol{\varepsilon_p}\ \boldsymbol{(P, P_{x, R})} = \frac{\boldsymbol{\Delta Qd}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Px},\boldsymbol{R})/\boldsymbol{Qd}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Px},\boldsymbol{R})}{\boldsymbol{\Delta R}/\boldsymbol{R}}$$

On voit que : $$\boldsymbol{\varepsilon_p}\ \boldsymbol{(P, P_x, R)} = \frac{\boldsymbol{\Delta Qd}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Px},\boldsymbol{R})}{\boldsymbol{\Delta R}} \times \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{Qd}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Px},\boldsymbol{R})}$$

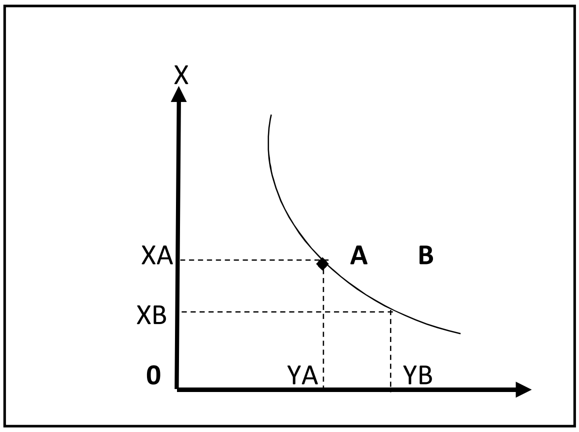
Lorsque la variation du prix est infinitésimale, on a donc :

$$\boldsymbol{\varepsilon_p}\ \boldsymbol{(P, P_x, R)} = \frac{\partial \boldsymbol{Qd}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Px},\boldsymbol{R})}{\partial \boldsymbol{R}} \times \frac{\boldsymbol{R}}{\boldsymbol{Qd}(\boldsymbol{P},\boldsymbol{Px},\boldsymbol{R})}$$

2.4 L’élasticité d’arc :

2.4.1 Définition : La valeur **($e_{y/x}$)** mesure la distance entre deux points A et B limitant un arc représentant un segment de la courbe correspondant aux différentes combinaisons (X, Y) ; d’où son nom d’élasticité d’arc. Dans la pratique, les résultats obtenus sont différents, selon le sens du mouvement considéré (de A vers B ou de B vers A). Pour remédier à cette différence qui dépend du sens considéré (le point de référence), le coefficient d’élasticité est calculé en se référant à un point situé à mi-distance (entre A et B).

Figure n°09 : L’élasticité d’arc



Dans le cas où l’on dispose d’une fonction algébrique, la variation relative de Y est calculée par l’expression δx/x.

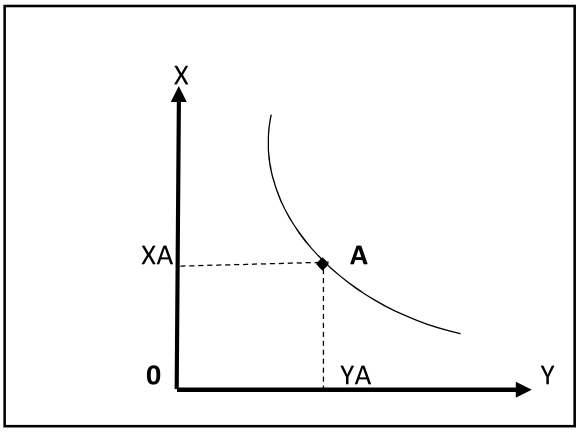
Donc $\mathbf{e_{x/y} = (\delta y/y)/ (\delta x/x)}$

Ou encore $\mathbf{e_{x/y} = (\delta y/x)/ (\delta x/y)}$

2.5 L’élasticité ponctuelle :

Le coefficient d’élasticité est calculé pour une valeur ponctuelle d’où son nom élasticité point.

Figure n°10 : L’élasticité ponctuelle



Pour interpréter correctement les valeurs des coefficients d’élasticité, il faut prendre en considération les deux aspects suivants (Ait Taleb & Chick-Amnache, 2016, p. 44) :

- Le signe de la valeur de l'élasticité qui permet de connaitre le sens de variation de la variable « effet » suite à la variation de la variable cause.
- La valeur absolue de l'élasticité qui renseigne sur le degré de sensibilité (fort ou faible).

Exercices : Fonctions de demande et élasticité

Exercice n°01

Soit la fonction de demande du bien X suivante :

X = 100 - 0,3Px + 0,4Py + 5R

Sachant que : Px = 50 ^{DA}, Py =30 ^{DA} et R= 120DA

1. Déterminer et commenter les valeurs des coefficients d'élasticité suivants : e_p , e_c, er ?
2. Déterminer la nature économique du bien X avec précision en combinant les valeurs de e_p et de e_r ?

Exercice n°02

Soit la fonction de demande individuelle :

Qd=f (Px, Py,R) = 1070 – 10Px + 7Py – 1,1R

1. Calculer les élasticités-prix de la demande du bien x et interpréter le résultat ?
2. Sachant que le prix du bien Y a subi une baisse de 10%, quel sera l'effet de cette réduction sur la demande du bien X?
3. Déduire alors la nature de la relation entre les biens X et Y ?
4. Comment évolue la demande du bien X si le revenu subit une hausse de 20% ?

Exercice n°03

Soit un consommateur ayant la fonction d'utilité suivante :

U(X ; Y) = 2XY+5

Sachant que le prix du bien X est de 01DA, le prix du bien Y est de 05DA et le revenu du consommateur est de de 30DA.

1. Ecrire le programme de ce consommateur ?
2. Déterminer les fonctions d'Engel des deux biens ?

3. Déduire la nature économique du bien X, ainsi que le type de la relation (substitution ou complémentarité) qui relie le bien Y avec X ?

Exercice n°04

Considérons la demande du bien X exprimée en fonction du revenu du consommateur, toutes choses égales par ailleurs. Le tableau suivant indique les coordonnées des points connus de la courbe représentative de la demande.

R : Revenu en DA	**30**	**50**	**75**	**90**	**110**
X : nombre d'unités de X demandées	**20**	**34**	**44**	**50**	**52**
Points	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**

1. Représentez graphiquement la courbe de demande du bien X ?
2. Mesurer l'élasticité-revenu de demande entre les points A, B, C, D et de E de sa courbe représentative. Commenter ?

Correction des exercices

Corrigé d'exercice n°01

X = 100 - 0,3Px + 0,4Py + 5R

Avec : Px=50 ^{DA}, Py=30 ^{DA} et R=120 ^{DA}

1. **Calcul des valeurs d'élasticité :**

Avant de déterminer les valeurs des coefficients d'élasticité, trouvons d'abord la quantité demandée correspondante, en remplaçant les prix et le revenu par leurs valeurs respectives dans la fonction de demande :

X = 100 – 0,3 (50) + 0,4 (30) + 5 (120) = 697 unités

a. **L'élasticité-prix directe de la demande :**

L'élasticité-prix directe de la demande est calculée en appliquant la formule suivante :

$$ep = \frac{\partial Dx}{\partial Px} \cdot \frac{Px}{Dx} = (-0,3)\ \frac{50}{697} = -0,021$$

Interprétation : lorsque le prix du bien X varie de 1%, la quantité demandée de ce bien varie dans le sens inverse de 0,021%. Le bien X est un bien typique et sa demande est inélastique (|ep|<1).

b. L'élasticité-prix croisée de la demande :

Le calcul de l'élasticité-prix croisée de la demande se fait comme suit :

$$ec = \frac{\partial Dx}{\partial Py} \cdot \frac{Py}{Dx} = (+0{,}4)\,\frac{30}{697} = +0{,}017$$

Interprétation : lorsque le prix du bien Y varie de 1%, la quantité demandée du bien X varie dans le même sens de 0,017%. Les bien X et Y sont des biens substituables (ec>0).

c. L'élasticité-revenu de la demande :

Le calcul de l'élasticité-revenu de la demande se fait comme suit :

$$ec = \frac{\partial Dx}{\partial R} \cdot \frac{PR}{Dx} = (+5)\,\frac{120}{697} = +0{,}86$$

Interprétation : lorsque le revenu du consommateur varie de 1%, la quantité demandée de ce bien varie dans le même sens de 0,86%. Le bien X est un bien de Luxe (er>0).

2. Détermination de la nature économique du bien X avec précision :

En combinant les valeurs de ep et er. Comme 0<ep<1 et 0<er<1. Donc, le bien X est un « bien de nécessité ».

Corrigé d'exercice n°02

X = 205 - 2 Px + 3 Py + 1,5 R

Avec : Px=02 ^{DA}, Py=04 ^{DA} et R=38 ^{DA}

1. Calcul des valeurs d'élasticité :

Avant de déterminer les valeurs des coefficients d'élasticité, trouvons d'abord la quantité demandée correspondante, en remplaçant les prix et le revenu par leurs valeurs respectives dans la fonction de demande :

X = 205 – 2 (02) + 3 (04) + 1,5 (38) = 270 unités

a. **L'élasticité-prix directe de la demande :**

L'élasticité-prix directe de la demande est calculée en appliquant la formule suivante :

ep = $\frac{\partial Dx}{\partial Px} \cdot \frac{Px}{Dx}$ = (-02) $\frac{02}{270}$ = - 0,014

Interprétation : lorsque le prix du bien X varie de 1%, la quantité demandée de ce bien varie dans le sens inverse de 0,014%. Le bien X est un bien typique et sa demande est inélastique (|ep|<1).

2. **L'effet de la baisse du prix du bien Y de 10% sur la demande du bien X :**

Calcul de l'élasticité-prix croisée de la demande :

Le calcul de l'élasticité-prix croisée de la demande se fait comme suit :

ec = $\frac{\partial Dx}{\partial Py} \cdot \frac{Py}{Dx}$ = (+03) $\frac{04}{270}$ = +0,044

Interprétation : lorsque le prix du bien Y varie de 1%, la quantité demandée du bien X varie dans le même sens de 0,044%. Les bien X et Y sont des biens substituables (ec>0).

On a : ec = $\frac{\Delta Dx/Dx}{\Delta Py/Py} \Rightarrow \Delta Dx/Dx$ = ec $*\Delta Py/Py$ = (+0,044) $*$(-10%) = +0,44%

Lorsque le prix du bien Y baisse de 10%, la demande du bien X diminue de 0,44%.

3. **L'effet la de hausse du revenu de 20% sur la demande du bien X :**

Calcul de l'élasticité-revenu :

Le calcul de l'élasticité-revenu de la demande se fait comme suit :

ec = $\frac{\partial Dx}{\partial R} \cdot \frac{PR}{Dx}$ = (+1,5) $\frac{38}{270}$ = +0,211

Interprétation : lorsque le revenu du consommateur varie de 1%, la quantité demandée de ce bien varie dans le même sens de 0,21%. Le bien X est un bien normal (er>0).

On a : ec = $\frac{\Delta Dx/Dx}{\Delta R/R} \Rightarrow \Delta Dx/Dx$ = er $*\Delta R/R$ = (+0,211) $*$ (+20%) = +4,22%

Lorsque le revenu augmente de 20%, la demande du bien X augmente de 4,22%.

Corrigé d'exercice n°03

1. **Ecriture du programme du consommateur**

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = 2XY+5 \\ \text{S/C } 30 = X + 5Y \end{cases}$$

2. **Détermination des fonctions d'Engel :**

Pour déterminer les fonctions d'Engel, il faut résoudre le problème du consommateur par la méthode la méthode de Lagrange, afin de trouver les équations de demande pour les deux biens X et Y :

- Le problème à résoudre est :

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x, y) = 2XY+5 \ \ldots(1) \\ \text{S/C } R = PxX + PyY \ \ldots(2) \end{cases}$$

$$\textbf{Max } \mathcal{L} = \mathbf{2XY+5+ \lambda\ (R - Px - Py)}$$

- Les conditions du 1er ordre :

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial x}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial y}=0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda}=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2Y - \lambda\, Px = 0 \\ 2X - Py\, \lambda = 0 \\ R - PxX - PyY = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{2Y}{Px} \ldots(1) \\ \lambda = \frac{2X}{Py} \ldots(2) \\ R - PxX - PyY = 0 \ldots(3) \end{cases}$$

En égalisant les deux valeurs de λ, on obtient l'équation (4) représentant l'équation de la courbe de Consommation-Revenu :

$$\frac{2Y}{Px} = \frac{2X}{Py} \Leftrightarrow 2Y\ Py = 2XPx$$

$$\Rightarrow Y = \frac{Px}{Py} X \ \ldots(4)$$

Pour déterminer les courbes d'Engel, on remplace Y par sa valeur dans l'équation (3), on obtient :

$$R - Px\ X - Py\ (\frac{Px}{Py} X) = 0$$

$$R - Px\ X - Px\ X = 0$$

$$R – 2\ Px\ X = 0$$

$$X = \frac{R}{2Px} = 0 \ldots(5)$$

Cette dernière relation correspond à l'équation de la fonction de demande du bien X.

Pour déterminer l'équation de la fonction de demande du bien Y, on remplace X par sa valeur dans l'équation (4) :

$$Y = \frac{Px}{Py} \left(\frac{R}{2Px}\right) \ldots(4)$$

$$Y = \frac{R}{2Py} \ldots(6)$$

Cette dernière relation correspond à l'équation de la fonction de demande du bien Y.

Les courbes d'Engel sont déduites en remplaçant les prix par leurs valeurs dans les équations des fonctions de demande trouvées ci-dessus :

$$X = \frac{R}{2} \ldots(7) \ ; \ Y = \frac{R}{10} \ldots(8)$$

3. **La nature du bien X**

À partir de l'équation (7), il ressort que le bien X est un bien normal (lorsque R=0$\Longrightarrow$X $= \frac{R}{2}$)

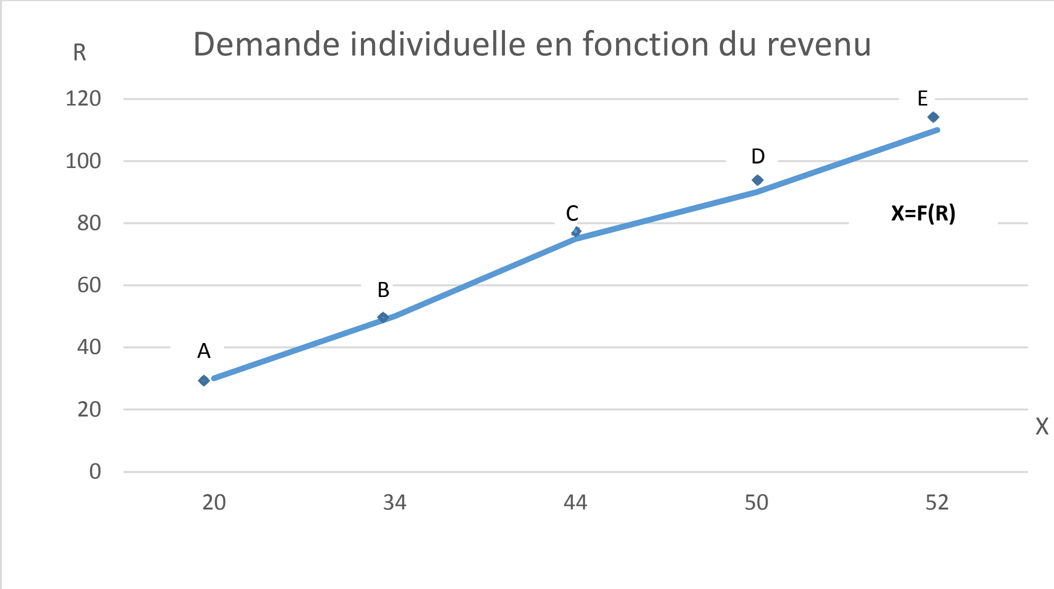
Corrigé d'exercice n°04

1. **Représentation graphique de la courbe de demande du bien X**

La courbe de demande individuelle est représentée sur la figure n°

La quantité demandée du bien X est fonction croissante du revenu.

Le calcul de l'élasticité-revenu de cette demande permet d'illustrer cette remarque et de la préciser.



2. Calcul de l'élasticité-revenu de demande entre Les points A, B, C, D et E

L'élasticité-revenu de demande mesure le degré de sensibilité de la demande à une variation du revenu du consommateur, entre deux points d'une courbe de demande, elle égale au rapport suivant : er = $\frac{\Delta Dx/Dx}{\Delta R/R}$;

Avec : $\frac{\Delta Dx}{Dx}$: Variation relative de la quantité demandée de X.

$\frac{\Delta R}{R}$: Variation relative du revenu R.

En Calculant l'élasticité-revenu de demande entre les points connus de la courbe de demande du consommateur, entre les points A(R=15 ; x=10) et B(R=25 ; x=17), on obtient :

er = $\frac{\Delta Dx/Dx}{\Delta R/R}$ Avec : $\frac{\Delta Dx}{Dx} = \frac{34-20}{20} = \frac{14}{20} = \frac{07}{10}$ et $\frac{\Delta \mathrm{R}}{DR} = \frac{50-30}{30} = \frac{2}{3}$

On obtient : er = $\frac{7/10}{2/3} = \frac{7}{10} * \frac{3}{2} = \frac{21}{20}$ = 1,05

En procédant de la même manière entre les points B et C, C et D, D et E, on obtient les résultats suivants :

Entre B et C, er = 0,58 ;

Entre C et D, er = 0,40 ;

Entre D et E, er = 0,18 ;

La valeur l'élasticité-revenu permet de déterminer la nature du bien considéré, pour un niveau donné du revenu.

- L'élasticité-revenu est toujours positive : la demande du bien augmente avec le revenu du consommateur ;
- Entre les points A et B, le revenu augmente de 30 ^{DA} à 50 ^{DA}, er = 1,05. La quantité demandée croit proportionnellement plus que le revenu du consommateur, le bien X peut être classé dans la catégorie des « biens de Luxe »
- Entre les points B, C, D et E, de la courbe de demande, 0 < e r < 1. La quantité demandée croit proportionnellement moins que le revenu, le bien X devient un « bien normal ».

Exercices supplémentaires

Questions de cours

1. Décrire le comportement d'un bien de Veblen et d'un bien de Giffen. Expliquer en particulier pourquoi ils ont des propriétés en apparence identiques ?

2. La clause « Ceteris-Paribus » est utilisée dans l'étude de l'effet :

a. De plusieurs facteurs, tout en supposant qu'il y a un seul qui est gardé à son niveau initial ;

b. De plusieurs facteurs, tout en supposant qu'il y a quelques-uns qui sont gardé à leur niveau initial ;

c. D'un seul facteur, tout en supposant que tous les autres sont gardé à leur niveau initial ;

3. Soit deux biens complémentaires : le café et le sucre. Leur élasticité-prix croisée est :

a. Positive
b. Nulle
c. Négative

4. Si la consommation d'un bien particulier augmente lorsque son prix augmente, alors il s'agit d'un bien de :

a. Luxe
b. Giffen
c. Supérieur

Exercice n°01

On considère que la fonction de demande d'un nouveau médicament est donnée par : **D(x) = - 5P³ + 1000**

1. Calculer l'élasticité-prix de la demande lorsque le prix du médicament est de 01^{DA} ?
2. Calculer l'élasticité-prix de la demande lorsque le prix du médicament est de 02^{DA} ?
3. l'élasticité-prix de la demande de ce médicament est-elle croissante ou décroissante du prix ?

Exercice n°02

On envisage une fonction de satisfaction suivante :

$U=F(X, Y)= X^{3/4}Y^{1/4}$

1. Déterminer l'expression des fonctions de demande rationnelle de X et Y ?
2. Etudier la forme des fonctions de demande obtenues à la question 1 ?

Exercice n°03

La demande d'un bien est donnée par la relation fonctionnelle suivante :

Q = 40 – P

Q représente la quantité demandée et P le prix unitaire du bien.

1. Déterminer les caractéristiques de la courbe de demande et de la droite budgétaire qui lui est associée ?
2. A partir de la représentation graphique de ces courbes, donner les relations qui existent entre ces deux grandeurs ?

Exercice n°04

Soit la fonction de demande suivante : **X = 12PxR**

1. Trouver les valeurs des coefficients e_p et e_R et interpréter les résultats ?
2. Si Px augmente de 2% et le revenu augmente de 15%, quelle serait l'impact de ces augmentations sur le volume des achats du bien X ?

Chapitre IV : La fonction du producteur

La fonction de production représente dans l'analyse microéconomique l'un des facteurs déterminants de la pérennité économique de l'entreprise. La fonction de production générale peut également être un instrument pour comparer les productivités au niveau international et les structures de prix relatives de certains produits dans différents pays. Cette dernière approche s'intéresse à diverses caractéristiques du procédé de fabrication de l'entreprise et fait intervenir des facteurs concernant la sélection des technologies de production.

Section 1. Définition et typologie des fonctions de la production

a. Définition :

En microéconomie, une fonction de production exprime la relation entre les facteurs de production d'une organisation et la quantité produite. Elle indique sous forme d'équation ou de représentation graphique, ce qu'il est possible de produire à partir de différentes quantités et combinaisons de facteurs de production.

La fonction de production définit les règles techniques de transformation des inputs en outputs. Dans le cas simple où un output unique est produit à partir d'une combinaison donnée de facteurs, on peut écrire la quantité produite (p) comme une fonction des quantités d'inputs xi utilisées :

$$P = f\,(x_1, x_2, \ldots, x_n) \quad (1)$$

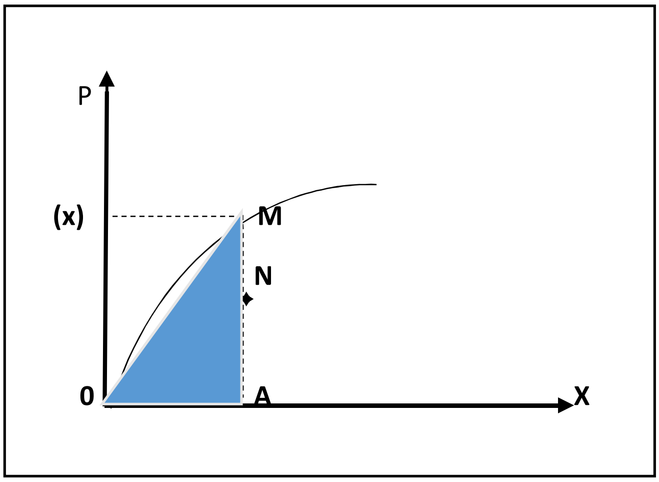
Exemple : Soit $p = f\,(x_1, x_2) = 2x_1 + 5x_2$. Si $x_1 = 02$Unités et $x_2 = 04$Unités. Donc, p = 24Unités.

b. Typologie des fonctions de production

i. **Dans le cas où un seul facteur** est utilisé en quantité x, il est facile de représenter graphiquement la fonction de production et l'ensemble de production.

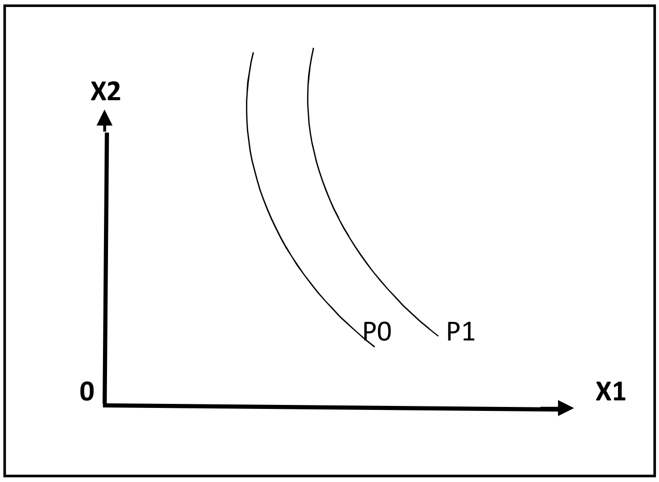
   Pour une valeur x donnée, la production maximale f(x) est donnée par la fonction de production p=f(x) au point M. Cependant, il est toujours possible avec cette même quantité de produire moins efficacement (point du segment AM), par exemple au point N. L'ensemble de production possible pour une valeur x comprise entre 0 et A est l'ensemble grisé de la figure.

Figure n°11 : Production



ii. **Dans le cas de deux facteurs**, utilisés en quantités respectives x_1 et x_2, on peut également représenter graphiquement la fonction de production comme une courbe de niveau dans l’espace de ces deux facteurs. Ces courbes sont appelées les isoquantes (égale quantité produite le long d’une isoquante). L’équation de l’isoquante p est : $p= f(x_1,x_2)$

Figure n°12 : Production



La fonction de production exprime le fait que le volume de production (ou la quantité du produit (p) dépend des quantités (x_1) et (x_2) de facteurs utilisées. La fonction de production fixe le niveau maximal de production (p) relatif à chaque niveau d’input. (Carluer, 2008, p. 45)

La fonction de production est supposée continue sur son intervalle de définition. Cela implique que les quantités des facteurs de production sont divisibles « à l’infini ».

- Elle indique la quantité maximale que l'entreprise peut produire en utilisant ses ($_{n-1}$) inputs en quantités (p_1,…, p_{n-1}).
- La fonction de production décrit la manière dont peuvent être combinés les différents inputs pour donner un niveau de production p.

c. **Le court terme et le long terme**

i. **Le court terme :** Le court terme (CT) est la période de temps pendant laquelle l'entreprise ne peut pas modifier ses intrants fixes. Néanmoins, le court terme est suffisamment long pour permettre les changements des intrants variables.

ii. **Le long terme :** Le long terme (LT) est défini comme la période de temps suffisamment longue pour permettre des modifications pour tous les intrants, aucun d'entre eux n'étant plus fixe, même pour la technologie.

d. **Les facteurs de production**

La classification des facteurs de production (inputs) est relativement complexe, car elle correspond à plusieurs caractéristiques :

i. **L'origine des facteurs utilisés :** on distingue les **consommations intermédiaires** (déjà transformées dans d'autres entreprises) et les **facteurs primaires** (travail d'un salarié de l'entreprise correspond à un facteur primaire, tandis que celui d'un consultant est une consommation intermédiaire. Plus la quantité de facteurs internes est importante, plus la valeur ajoutée (part de valeur créée dans l'entreprise) croit. La tendance actuelle est à une augmentation de la part des consommations intermédiaires qui dépassent souvent 50% du coût de production).

ii. **Le caractère fixe ou variable des facteurs :**

On distingue le plus souvent deux facteurs de production le travail, désigné par la lettre L, et le capital représenté par la lettre K. Le capital comprend tous les biens durables (outils, machines, bâtiments, etc.) utilisés par le producteur pour produire d'autres biens. La fonction de production d'un bien X s'écrit alors : p = f (k, l)

- **Les facteurs fixes** (capital, terre,…) ne peuvent être changé au cours de la période de production considérée. Ils conditionnent donc en partie la fonction de production et la capacité de production de l'entreprise (exemple : avec une quantité de terre doublée, les possibilités de production agricole sont en effet plus importantes).

- **Les facteurs variables** sont directement liés à la quantité produite (par exemple l'électricité dans la fabrication de l'aluminium). Cette distinction dépend essentiellement de la période d'analyse choisie : à court terme les facteurs fixes sont considérés comme des contraintes pour l'entreprise qui peut, à plus long terme, s'en affranchir par l'investissement.

A partir de la relation « technique » qui relie le volume du produit (p) aux quantités de facteurs k et l, on définit les concepts de productivité totale, productivité moyenne et productivité marginale d'un facteur de production.

- **Le caractère substituable ou complémentaire des facteurs :** les facteurs substituables peuvent être remplacés l'un par l'autre pour la production d'un bien, sans changer le niveau de la production (exemple : il est possible de substituer des fils de cuivre par des fils d'aluminium pour conduire le courant électrique, tout au moins pour une certaines gammes d'utilisation).

Section 2. Fonction de production à court terme

2.1 Définition :

Une fonction de production à court terme se réfère à la période au cours de laquelle l'installation de nouvelles machines ou de nouveaux équipements pour augmenter le niveau de production n'est pas possible.

En d'autre terme, la fonction de production à court terme fait allusion à la période de temps dans laquelle au moins un facteur de production est fixe.

Dans l'analyse microéconomique de la fonction de production, un certain nombre de paramètres intervient, avec les définitions suivantes :

Un intrant (ou facteur) fixe (IF) est un intrant dont le volume ne peut être modifié rapidement à court terme pour répondre au souhait de l'entreprise de changer son niveau de production. Les intrants ne sont pas fixes dans l'absolu, même à court terme. Cependant, en pratique les coûts de mise en œuvre des modifications pour l'intrant fixe peuvent être prohibitifs. A titre d'exemple, les machines ou équipements de production, l'espace disponible pour la production, le personnel de direction, sont des intrants fixes.

Par contre, un intrant (ou facteur) variable (IV) est un intrant dont le volume peut facilement être modifié pour répondre à une augmentation ou à une réduction de production. Par exemple, l'électricité, les matières premières, la main d'œuvre.

2.2 Les concepts de productivité physique des facteurs

2.2.1 La productivité physique totale d'un facteur de production

La productivité physique totale d'un bien est la quantité totale produite de ce bien. C'est le résultat des contributions des deux facteurs à la production de l'entreprise. Pour mesurer ces contributions, on a recours au concept de productivité : productivité de travail, productivité de capital.

Reprenons la relation(1) ci-dessus et supposons donnée la quantité k du facteur K. Soit k0 cette quantité constante de K. La fonction de production précédente devient fonction d'une seule variable, la quantité l du facteur L. Elle s'écrit :

$$PPT=f\ (k_0,\ l) \quad (1)$$

La relation (2) exprime le fait que le volume de production (p) varie en fonction de la seule variable l puisque k0 est une constante. Elle représente la productivité totale du facteur L. Elle est obtenue à l'aide d'une combinaison d'une quantité variable du facteur L et d'une quantité constante du facteur K.

2.2.2 La productivité physique moyenne d'un facteur de production

La productivité physique moyenne (PPM) est la production totale par unité d'intrant (ou facteur) utilisé.

Si la relation (2) représente la productivité totale du facteur L, alors on en déduit que la productivité moyenne du facteur K sera :

$$PPM=f\ (k_0,\ l)/l \quad (2)$$

La relation (3) montre que la productivité moyenne du facteur L est égale au rapport de la quantité totale (p) du produit sur la quantité (l) du facteur L utilisée pour obtenir (p).

2.2.3 La productivité physique marginale d'un facteur de production

La productivité marginale d'un facteur de production exprime la variation de la productivité totale de ce facteur lorsque la quantité utilisée de ce facteur.

La productivité physique marginale (PPmg) est le supplément de production par unité de temps résultant de l'utilisation d'une unité supplémentaire du facteur variable.

Reprenons la fonction de production donnée par la relation (1) ci-dessus. Nous avons supposé qu'elle était continue sur son intervalle de définition. De la relation (1), on avait tiré la relation (2) qui exprime le fait que le volume de la production est fonction de la seule variable (1). Appelons Δl la variation du facteur L et Δp la variation correspondante de p. On définit la productivité marginale du facteur L comme la limite du rapport Δp/Δl quand Δl tend vers 0. Autrement dit, si PPmg désigne la productivité marginale du facteur L, on aura :

$$\text{PPmg} = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta l} = \frac{\delta p}{\delta l} = f'(k_0, l) \quad (3)$$

La productivité marginale d'un facteur L est égale à la variation de la productivité totale consécutive à la variation d'une unité de la quantité (1) utilisée de ce facteur. Elle s'exprime à l'aide de la dérivée partielle de la fonction de production (1).

2.3 La loi des rendements décroissants :

En courte période, le facteur travail varie, tandis que le facteur capital reste constant. La question est alors de savoir si la production varie aussi vite que l'augmentation du facteur travail. La loi des rendements décroissants (mise en évidence dès le début du XIXe siècle par Turgot et présentée de façon systématique par Ricardo) nous apprend que lorsqu'on fait varier la quantité d'un facteur et que la quantité de l'autre facteur reste constante, la production totale augmente d'abord proportionnellement plus que le facteur (rendements croissants), puis proportionnellement moins (rendements décroissants).

Application : Soit p=f (k_0, l) la fonction de production d'un producteur rationnel qui utilise les quantités de facteurs capital (k) et de travail (l) pour réaliser une quantité donnée du produit final (p). On suppose, dans la courte période, que la quantité utilisée de capital reste constante : k=k_0. La fonction de production s'écrit dans ce cas : p=f (k_0, l)=f(l) :

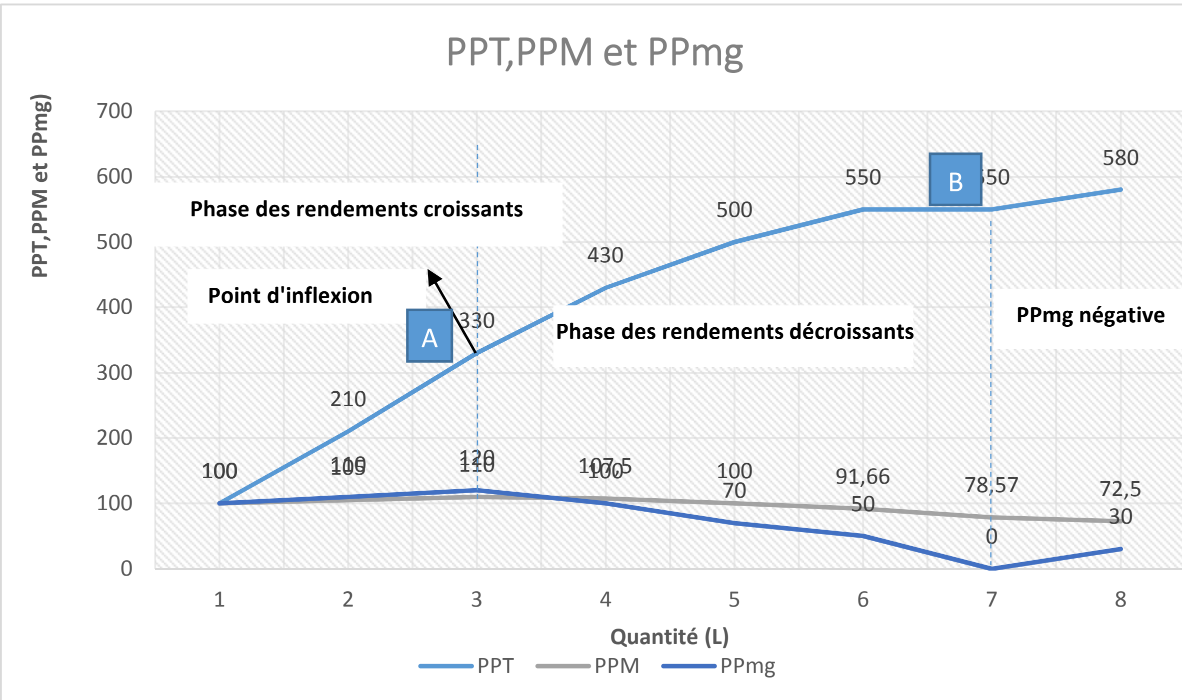
Unité de capital	Unité de travail	Produit total	Produit moyen	Produit marginal
1	1	100	100	100
1	2	210	105	110
1	3	330	110	120
1	4	430	107,5	100

1	5	500	100	70
1	6	550	91,66	50
1	7	550	78,57	00
1	8	580	72,5	30

Ceci fait apparaitre deux choses :

- Ajouter de facteur travail à un facteur capital fixe atteindra une situation optimale avant de dégrader cette situation. A un certain moment, les travailleurs supplémentaires ne seront plus utiles pour faire croitre la production.
- On perçoit ainsi que, contrairement à ce qu'avance la théorie, les facteurs de production ne sont pas parfaitement substituables. S'il en allait ainsi, un peu de travail supplémentaire remplacerait un peu de capital de manière à maintenir une proportion optimale entre ces facteurs de production.

Figure n°13 : Produits physiques total, moyen et marginal



Commentaires :

On distingue trois phases d'évolution de production :

Première phase : du point 0 au point A, à chaque fois que l'entreprise utilise plus de travailleurs, la production totale augmente avec un taux croissant, c.-à-d. avec des quantités de plus en plus importantes. La productivité marginale est donc croissante ; chaque unité supplémentaire du travail génère une augmentation de production de plus en plus importante. Cette phase appelée « phase de la productivité marginale croissante » ou « la phase des rendements marginaux croissants ». Le point d'inflexion de la courbe PPT marque la limite de cette première phase.

Deuxième phase : à partir du point d'inflexion de PPT, à chaque fois que l'entreprise utilise plus de travailleurs, la production totale continue d'augmenter mais avec un taux décroissant, c.-à-d. avec des quantités de moins en moins importantes. La production marginale est donc décroissante. Les unités de facteurs travail ajoutées au processus de production engendrent des augmentations de plus en plus faibles de la production. Cette phase est appelée « la phase de la productivité marginale décroissante» ou «phase des rendements marginaux décroissants». Le point maximum de la production (point B) marque la limite de cette deuxième phase.

Troisième phase : A partir du point maximum de PPT, à chaque fois que l'entreprise utilise plus de travailleurs, la production totale diminue. La productivité marginale est donc négative.

Conclusion générale

Dans ce présent polycopié, nous avons présenté le comportement du consommateur dans sa version théorique de base. Ainsi, nous avons montré que les choix du consommateur dépendent de son revenu, du prix des biens et de ses préférences.

La théorie du consommateur ou d'une manière générale la théorie de la demande, tente d'expliquer comment les agents économiques sont conduits à demander une certaine quantité d'un bien, ou d'un service. Parmi les facteurs qui déterminent la demande, les goûts ou les préférences de l'individu occupent une place privilégiée.

Nous avons présenté le comportement du consommateur dans sa version théorique de base. On a découvert le rapprochement entre l'approche primale de maximisation de l'utilité et l'approche duale de la minimisation des prix. En outre, nous avons entamé la théorie du comportement du producteur dans le dernier chapitre, en s'intéressant plus particulièrement à la fonction de production de courte période.

En conclusion, nous pouvons dire que la théorie du consommateur microéconomique repose sur l'analyse du processus de décision qui précède l'acte de consommation. Ainsi, nous pouvons conclure que la fonction de production établit une relation entre les biens produits (extrants) et les facteurs (intrants) utilisés.

L'approche microéconomique s'intéresse aux comportements des individus et permet d'analyser les principales décisions individuelles qui résultent de leurs choix et de leurs arbitrages. Le marché est le mécanisme fondamental qui permet aux individus de réaliser leurs échanges. Par ailleurs, les choix individuels s'effectuent dans un environnement de rareté où le rôle des prix est fondamental. Pour le comprendre, nous nous pencherons sur l'étude de la détermination de l'équilibre du marché dans une futur perspective, en essayant d'étudier et d'analyser son évolution dans le temps, ainsi que les déséquilibrent qui rationnent soit l'offre soit la demande, on peut obtenir de nouveau résultats.

Enfin, toutes remarques et/ou suggestions, pouvant contribuer à l'amélioration du contenu de ce polycopié, sont les bienvenues.

Bibliographie

Ait Taleb, A., & Chick-Amnache, S. (2016). *Microéconomie I: Analyse du comportement du consommateur (Cours et exercices corrigés).* Alger, Algérie: El-Amel.

Bernier, B., & Védie, H.-L. (2009). *Initiation à la microéconomie* (Vol. 3ème édition). Paris, France: Dunod.

Carluer, F. (2008). *Leçons de microéconomie(Exercices corrigés).* Grenoble, France: PU.

De Montbrial, T., & Fauchart, E. (2009). *Introduction à l'économie: Microéconomie-Macroéconomie.* Paris, France: Dunod.

Hamilton, J., & Suslow, V. (2006). *Guide de l'étudiant en microéconomie* (Vol. 6ème édition). Paris, France: Pearson Education.

Hountondji, G. (2012). *Comprendre la microéconomie.* Grenoble, France: PU.

Médan, P. (2008). *Microéconomie* (éd. 4ème). Paris, France: Dunod.

Parkin, M., Bade, R., & Gonzàlez, P. (2011). *Introduction à la Microéconomie moderne.* Québec, Canada: Renouveau Pédagogique INC.

Percheron, S. (2006). *Exercices de Microéconomie.* Paris, France: Armand Colin éditions.

Redslob, A. (2012). *Exercices de Microéconomie.* Paris, France: L'Esprit des Lois.

Vasselin, F. (2018). *Economie générale:Microéconomie-Macroéconomie.* Paris, France: ESKA-MA éditions.

Wasmer, E. (2017). *Principes de Microéconomie: Méthodes empriques et Théories modernes* (Vol. 3ème édition). Paris, France: Pearson.

Table des matières

Chapitre III : Théorie de la demande et élasticité

Chapitre IV : La fonction du producteur