



Université Abderrahmane Mira-Bejaia
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion

Département des Enseignements de Base pour le Domaine SEGC.

Laboratoire : L.E.D

Polycopié pédagogique

Cours de Microéconomie 1

Cours destiné aux étudiants de première année, SEGC.

Dr. Nabil KANDI

Maitre de Conférences

Université de Bejaia

Année : 2021

AVANT-PROPOS

Ce support de cours a pour objectif de présenter aux étudiants de la première année SEGC l'essentiel de la microéconomie en étroite adéquation avec le programme officiel. Il est le fruit des enseignements de plusieurs années à l'Université de Bejaia et il présente une synthèse de la théorie néoclassique. Le cours est consolidé par des séances de travaux dirigés, lors desquelles, les étudiants appliqueront des formules mathématiques moins complexes. Les résultats obtenus après calculs permettront de concevoir une analyse du comportement de tout agent économique (Consommateur et/ou producteur) et d'en tirer des conclusions.

Ce cours permettra à l'étudiant, par un développement cohérent d'ensemble, d'assimiler des connaissances liées à la microéconomie en général et au comportement rationnel du consommateur et du producteur en particulier. La compréhension du cours peut se réaliser de manière graduelle et continue en suivant un raisonnement global adopté. Mais chaque partie du cours nécessite, souvent, des prérequis.

Ce présent cours permettra aussi aux étudiants de recevoir un cumul du fondement théorique de l'école néoclassique, en tenant compte d'un glossaire fondamental accompagné d'un outil mathématique et logique. Cette composition a pour but d'assurer une certaine adéquation dans l'analyse économique des phénomènes issus de la discipline « microéconomie ». Dans le but de combler le manque de connaissances préalables, un instrument mathématique est mis à la disposition des étudiants pour appliquer les procédés d'analyse de chaque partie. Enfin, une épreuve complète d'applications résolues est insérée à la fin du support afin de proposer aux étudiants des moyens d'apprentissage et de préparation à des séances de travaux dirigés (TD) où la série sera examinée de manière claire et détaillée.

Dr. Nabil KANDI

Bejaia, Octobre 2021

SOMMAIRE

Avant-propos

Introduction

Chapitre préliminaire : Concepts de l'économie et problème économique

Chapitre 1 : Théorie du comportement du consommateur

- *Théorie de l'utilité mesurable (quantifiable) ;*
- *Hypothèses de la théorie d'utilité mesurable ;*
- *Typologie d'utilité (globale (totale) et marginale).*

Chapitre 2 : Théorie de l'utilité ordinale (analyse par les courbes d'indifférence)

- *Analyse par les courbes d'indifférence, le taux marginal de substitution, la contrainte budgétaire, l'équilibre du consommateur, l'effet de substitution et de revenu ;*
- *Fonction de la demande (concept de la fonction de la demande, la représentation mathématique par la fonction de la demande, la fonction de la demande individuelle, les élasticités).*

Chapitre 3 : La théorie du comportement du producteur

- *Définition et typologie des fonctions de production ;*
- *Fonction de production à court terme.*

Bibliographie

Table des matières

INTRODUCTION

En tant qu'étudiant en première année, vous êtes au début d'un nouveau départ dans votre formation universitaire en SEGC. Durant l'année universitaire, vous serez surchargé de définitions, concepts et modèles dans le domaine en question. Il est indispensable, pour l'enseignant du module de traiter avec ses étudiants des questions fondamentales à propos de cette discipline qu'est la microéconomie. Essentiellement, ce cours présente non seulement certains concepts microéconomiques, mais aussi un outil mathématique indispensable à la réalisation des analyses économiques. Bien que nous utilisions des notions de base, nous leur donnerons toujours une interprétation. Une analyse économique nécessite le recours à un modèle purement mathématique dans lequel les résultats seront interprétés de manière cruciale et elle est un élément essentiel de toute analyse économique. En effet, le cours devrait apprendre aux étudiants à poser des questions d'analyse et à apprendre des concepts fondamentaux, liés à la microéconomie, auxquels nous nous intéressons.

Les étudiants en SEGC devraient maîtriser le calcul mathématique. Les analyses mathématiques sont donc à la disposition des étudiants qui peuvent les comprendre. De nombreux raisonnements microéconomiques sont beaucoup plus faciles à comprendre si on utilise un calcul mathématique alors les étudiants en SEGC peuvent résoudre et aborder les problèmes économiques d'un point de vue analytique.

Ce manuscrit contient plusieurs éléments qui correspondent à une séance de cours. Nous avons suivi le programme officiel qui consiste à étudier d'abord des rappels de la science économique et les concepts fondamentaux de l'économie et de la rareté. De plus, le contenu du cours traite de la théorie du consommateur puis de la théorie du producteur. Mais nous avons consacré un peu plus de réflexion à la théorie du consommateur puisque le programme de microéconomie l'a exigé.

Dans chaque partie du cours, nous avons illustré par de nombreux exercices, l'utilisation des calculs mathématiques pour résoudre les problèmes soulevés en analyse théorique. Les graphiques consistent aussi d'enrichir l'analyse et d'arriver à certaines conclusions. Mais l'intérêt réel de l'analyse économique demeure dans la résolution des problèmes économiques par des résultats quantitatifs. Tous les étudiants en SEGC devraient avoir la faculté d'expliquer une situation économique sous la forme d'une équation ou d'une formulation numérique. En conséquence, nous avons réalisé une partie consacrée aux exercices et corrigés qui comportent une part indissociable de ce manuscrit. Cette partie d'exercices a été rédigée par nos soins afin de consolider le cours par un outil pratique. Nous

pensons que les exercices et les corrigés-types peuvent assister amplement l'étudiant dans son étude afin de l'initier à comprendre l'essentiel de la microéconomie.

CHAPITRE PRÉLIMINAIRE : CONCEPTS DE L'ÉCONOMIE ET PROBLÈME ÉCONOMIQUE

Comprendre l'économie est indispensable pour l'analyse des comportements humains et pour l'étude des décisions prises par un individu ou un groupe. Il se pose alors un certain nombre de questions à savoir : *Pourquoi étudions-nous l'économie ? D'où provient le problème économique ? Quel est l'objet d'analyse de la science économique ?* Cette partie introductive aborde des éléments de réponse à l'ensemble de ce questionnement et nécessairement à d'autres notions correspondantes à la discipline de la microéconomie.

I. DÉFINITIONS DE L'ÉCONOMIE

Les définitions de l'économie et de la science économique sont multiples et variées. Dans cette partie, nous allons prendre en réflexion quelques-unes des plus connues à travers de célèbres économistes qui ont contribué à mieux comprendre cette science et son objet d'étude.

Définition 1 : Lionel Robbins définit l'économie comme suit : « L'économie est la science qui étudie le comportement humain en tant que relation entre les fins et les moyens rares à usages alternatifs » (Robbins, 1947).

Définition 2 : Selon O. Lange : « L'économie politique, ou encore l'économie sociale, est la science des lois sociales régissant la production, et la distribution des moyens matériels à satisfaire les besoins humains ».

Définition 3 : La définition de E. Malinvaud est la suivante : « L'économie est la science qui étudie comment des ressources rares sont employées pour la satisfaction des besoins des hommes vivants en société ; elle s'intéresse d'une part aux opérations essentielles que sont la production, la distribution et la consommation des biens, d'autres parts aux institutions et aux activités ayant pour objet de faciliter ces opérations » (Malinvaud, 1968).

Définition 4 : Selon Alexis Jacquemin, Henry Tulkens et Paul Mercier, « l'économie est la science sociale qui étudie les comportements humains devant des moyens rares sollicités par des fins multiples » (Mercier, 2001). Les réflexions que suggère cet énoncé se regroupent autour de deux thèmes complémentaires : le comportement économique comme forme générale de toute activité humaine et le domaine économique comme champ particulier d'activité.

Toutes ces définitions évoquent l'hypothèse sous-jacente de l'économie. **La rareté** est la question fondamentale du « *problème économique* ». La rareté résulte donc de deux faits indépendants : la quantité limitée des ressources disponibles et le caractère insatiable de leurs besoins. Il est primordial d'appréhender le concept de la rareté et le problème économique qui sont deux phénomènes économiques très liés.

1.1. La rareté : fondement de l'économie

Si les ressources n'étaient pas limitées, ou si les « exigences n'étaient pas nombreuses »¹, il n'y aurait donc pas de problème économique. Ceci limite, en fait, le domaine des « ressources » qui relève de l'économie : un bien sans utilité pour l'homme (dont personne n'a besoin) ne donne lieu à aucune décision humaine et ne saurait intervenir dans un problème de choix ; Pour ce type de biens appelés aussi : **biens libres**, du fait de leur abondance. En revanche, et à l'opposé des biens libres, les « **biens économiques** » sont les biens qui sont limités par rapport aux besoins. Ces biens sont appelés « **biens rares** » (Mercier, 2001) ou **biens économiques**. En économie, la **rareté** d'un bien ne désigne pas un faible degré d'abondance physique dans la nature mais plutôt la relation entre le degré d'abondance et l'intensité des besoins éprouvés par les hommes à l'égard de ce bien.

1.2. La rareté et la nécessité des choix

Le « **problème économique** » naît de la confrontation des besoins humains, multiples et insatiables, à la limitation et donc à la rareté des ressources disponibles. Face à ce problème économique, les agents qui composent cette économie sont contraints de faire un choix. Ce choix relève de la rationalité de chacun pour la satisfaction de chaque besoin. La science économique est, de ce fait, la science de l'allocation des ressources rares d'une économie sous contrainte. Si les besoins éprouvés par les hommes dépassent ce que les moyens disponibles leur permettent d'obtenir, il est impossible de les satisfaire tous complètement : il faut choisir. Pour chaque homme, des choix individuels doivent répondre à la question : à quels besoins consacrer mes ressources limitées, et dans quelle mesure ?

II. QUELQUES NOTIONS COMPLÉMENTAIRES A LA COMPRÉHENSION DE LA SCIENCE ÉCONOMIQUE

- ***Qu'est-ce qu'un besoin ?*** Un besoin est un état de manque, de privation, d'envie que l'on doit ou que l'on désire faire disparaître face à ce qui est nécessaire ou ressenti comme tel par l'homme vivant en société. Éprouver un besoin est donc un état dans lequel se trouvent les personnes qui ressentent une insatisfaction qu'elles désirent supprimer. La naissance d'un

¹ L'être humain de part sa nature est insatiable. À chaque fois qu'il atteint un niveau de satisfaction donné, il exprimera un besoin d'en avoir un niveau plus haut.

besoin provient toujours d'une sensation de manque, d'origine physique ou psychologique. Pour Pierre Guoguelin, « le besoin est une charge dont on ne peut se défaire, quelque chose que l'on doit satisfaire et combler de façon à retrouver un état interne de stabilité. » (Guy, 2016). Ainsi, le sujet « subit » son besoin, tandis qu'il « exprime » son désir, son projet, sa vocation. Cette première définition nous paraît trop restrictive dans la mesure où certains besoins issus de l'éducation nous paraissent plus construits que subis. L'éducation crée sans cesse de nouveaux besoins de connaissances au travers d'une recherche active et non passive. Le besoin en économie exprime la nécessité d'être satisfait qui provient d'un désir et d'un sentiment de manque. Le besoin met l'homme dans la nécessité qui exige une satisfaction. On distingue les besoins primaires et les besoins secondaires. Les besoins sont différents d'un individu à l'autre et évoluent dans le temps et l'espace. Ils sont illimités.

- **Qu'est-ce qu'un bien ?** Un bien est susceptible de procurer une satisfaction à son usage. Un bien est dit rare lorsqu'il est produit en quantité limitée.

- **Bien libre :** Tout bien est utile, facilement accessible, abondant et gratuit. **Exemple d'un bien libre :** l'air que nous respirons est un bien libre ;

- **Bien économique :** Tout bien est utile, n'est accessible qu'avec un effort, quantités limitées et a une valeur monétaire (un prix). **Exemple d'un bien économique :** Le pétrole est un bien économique, car il y a rareté des quantités de ce bien qui peuvent y être extraites, par rapport aux besoins des industriels.

- **Objet d'analyse de la science économique :** La science économique s'intéresse d'une part aux opérations essentielles qui sont la production, la distribution et la consommation des biens, d'autre part aux institutions et aux activités ayant pour objet de faciliter ces opérations.

III. DISCIPLINES ET BRANCHES PRINCIPALES DE LA SCIENCE ÉCONOMIQUE

- **La microéconomie :** (étude du comportement individuel des agents économiques). La théorie microéconomique a pour objet l'étude des comportements économiques individuels et de leurs interactions, interactions analysées par Léon Walras dans le cadre de l'équilibre général. L'expression théorie microéconomique s'est imposée au milieu du XXe siècle. **Exemple :** Étudier le comportement individuel des achats des portables de marque "Condor" (un produit local) par rapport à la marque "Samsung" (un produit importé).

- **La macroéconomie :** (étude du comportement d'une économie dans son ensemble). Théorie macroéconomique qui concerne les relations entre grandeurs agrégées : consommation, investissement, emploi, etc. **Exemples :** Étudier le comportement des agrégats suivants : Consommation nationale, chômage, importation, exportation, Investissement privé, dépenses publiques, PIB, ... etc.

IV. DÉFINITION DE LA MICROÉCONOMIE

Explicitement, les définitions que l'on peut étudier sont nombreuses et variées. Selon Guéliffo Hountondji, la « microéconomie se préoccupe des choix faits de manière décentralisée par des agents rationnels et des conséquences économiques de ces choix. C'est une définition qui en vaut bien d'autres, sauf qu'elle permettra d'attirer l'attention sur ce qui est au cœur du présent ouvrage : le concept d'équilibre » (Guéliffo, 2012). La microéconomie est une branche de l'économie qui, comme l'écrit Lionel Robbins (1898-1984), est « la science du comportement humain qui relie des fins supposées illimitées à des moyens rares et incertains, à usage alternatif » (Hountondji, 2012). Cette discipline s'attache donc à l'étude du comportement humain considéré à l'échelon individuel, dans sa capacité à allouer, de façon optimale, ses ressources supposées rares et incertaines. Les économistes considèrent les fins (entendues au sens de finalités ou d'objectifs) comme illimitées. L'agent souhaite a priori atteindre son objectif de la façon la meilleure pour lui, tout en respectant les contraintes qui s'imposent à lui en termes de ressources. Dès lors, il devra arbitrer, faire un choix entre deux biens pour le consommateur, deux facteurs de production pour le producteur (le travail et le capital). C'est ce qu'il faut entendre lorsqu'on utilise l'expression « usage alternatif » (Gendron, 2014).

La microéconomie est une branche de la science économique. Autrement dit, c'est une discipline qui s'attache à l'étude du comportement humain considéré individuel, dans sa capacité à allouer, de façon optimale, ses ressources supposées rares. Autrement dit, la microéconomie est la branche de la science économique qui étudie les comportements individuels du consommateur (structure des dépenses, choix de la combinaison des biens destinés à la consommation), du producteur (choix de la nature et du volume des produits à offrir, des facteurs de production nécessaires) et analyse la manière dont les prix et les rémunérations s'établissent sur un marché. En résumé, la microéconomie explique comment les agents déterminent leurs choix et leurs actions en fonction des signaux que leur envoie l'environnement et en particulier le marché et met en évidence les interactions qui existent entre les agents (interdépendances des comportements).

L'analyse microéconomique est développée vers la fin de XIX^{ème} siècle par les économistes néoclassiques ou marginalistes (Jevons, Menger et Walras). Selon cette théorie, qui est largement influencée par la philosophie utilitariste, l'individu rationnel est supposé être égoïste et recherchant le maximum de satisfaction ou « d'utilité ». Les économistes néoclassiques agissent par le raisonnement à la marge, pour argumenter leurs thèses. L'agent n'atteint sa satisfaction maximum qu'au moment où la dernière unité du bien demandée ne

lui procure aucune satisfaction. Cette satisfaction supplémentaire ou marginale constitue la base de la pensée néoclassique. L'objet principal de la théorie microéconomique est d'étudier la détermination simultanée des prix et des quantités produites, échangées et consommées. On dit théorie microéconomique (par opposition à la théorie macroéconomique), car elle respecte l'individualité de chaque bien et de chaque agent.

V. LES HYPOTHESES FONDAMENTALES DE LA MICROECONOMIE

- **La rationalité des agents** : Les agents économiques sont supposés être caractérisés par des préférences ou des objectifs qu'ils visent à atteindre tout en respectant des contraintes qui limitent leur choix des possibles. Ainsi un consommateur visera à tirer le meilleur parti de son revenu en adoptant un comportement de dépenses qui reflète ses goûts, compte tenu des prix des biens dont il peut envisager l'acquisition. La rationalité de l'agent économique est la recherche à dégager la plus grande utilité possible (satisfaction maximale) compte tenu de sa contrainte budgétaire. Elle est constituée par trois hypothèses :

- **H1 : Insatiabilité du consommateur** : À chaque fois que l'agent pourra accéder à l'acquisition d'une unité supplémentaire d'un bien, il le fera.

- **H2 : Choix Unique** : Lorsque l'agent est en face d'un choix de deux biens X, et Y, il est capable d'exprimer sa préférence. Ainsi, il pourra dire qu'il préfère X à Y, Y à X ou s'il est indifférent.

- **H3 : Transitivité des choix** : Lorsque l'agent est en face de trois biens X, Y et Z, et s'il préfère X à Y et Y à Z, alors nécessairement, il préfère X à Z.

- **L'échange marchand** : L'analyse microéconomique s'intéresse surtout à la manière dont les individus réalisent leurs objectifs à travers *l'échange marchand*. C'est donc le concept de marché qui est au cœur de l'analyse microéconomique. Viviana Zelizer, une des sociologues à l'origine du renouveau de la sociologie économique explique que l'échange marchand ou de façon générale, les marchés « sont des ensembles de relations sociales dans lesquelles les acteurs transfèrent des biens et des services en établissant des listes prix-quantité-qualité qui gouvernent ces transferts » (Velly, 2009).

CHAPITRE 1 : THÉORIE DU COMPORTEMENT DU CONSOMMATEUR

La pensée néoclassique s'attache au principe du marché et en particulier au mécanisme de l'échange. Les économistes néoclassiques appuient leurs raisonnements théoriques sur une représentation qui résulte d'une simplification du réel. L'objectif de toute construction théorique est en effet de réduire la complexité du réel afin de n'en conserver que les traits saillants et pouvoirs ainsi dégager des mécanismes simples de fonctionnement

du marché. Un marché est donc une rencontre entre deux ou plusieurs agents économiques, leur permettant de confronter leurs intentions ; les uns cherchent à acquérir certains biens ou services : ce sont les acheteurs ou « demandeurs » ; pour les autres, il s'agit de fournir ce qu'ils ont produit : ce sont les vendeurs ou « offreurs ». La contrepartie est généralement exprimée en monnaie (taux de l'échange ou appelé prix). La formation du prix d'équilibre sur le marché d'un bien constitue l'objectif des néoclassiques à travers l'analyse marginaliste qu'ils proposent comme fondement de leur démarche. Le consommateur est demandeur d'un bien sur le marché parce qu'il lui procure de l'utilité. L'utilité devient alors un élément du comportement rationnel du consommateur qui demandera des biens en vue d'en tirer un maximum d'utilité.

Un consommateur achète et consomme différents biens selon un critère de préférence. Dans tous les cas, le consommateur cherche à maximiser sa satisfaction sous contrainte de son revenu, bien qu'il le fasse de manière très différente. On admet que tous maximisent leur satisfaction sous contrainte de leur revenu. Ainsi, « on ne raisonne pas sur la manière dont les agents effectuent leurs choix ; on ne retient que le résultat du comportement supposé identique pour tous les agents » (Bruno, 2014). Ils peuvent avoir d'autres motivations que celles de maximiser la satisfaction. Par exemple, pour le consommateur, rien ne l'empêche d'adopter des modes de consommation considérés comme marginaux. Sa motivation est donc peut-être de se démarquer des autres consommateurs. Mais l'économiste ne retiendra que la satisfaction pour *le* consommateur, y compris celui qui veut se démarquer. Selon la théorie microéconomique, le consommateur adopte un comportement individuel et rationnel. Ce comportement est un mode de raisonnement individuel, au sens de la méthode utilisée, chaque consommateur est supposé maximiser sa satisfaction sous contrainte de son revenu, et ce quels que soient les biens qu'il consomme.

Le caractère mesurable de l'utilité n'est pas absolument nécessaire à la théorie. Celle-ci est initialement présentée dans l'hypothèse de l'utilité mesurable (cardinale), mais ultérieurement certains auteurs ont montré que l'on pouvait se passer de cette hypothèse moins réaliste. On peut en effet construire une théorie du consommateur rationnel en supposant que l'individu est seulement capable de classer ses choix, d'ordonner ses préférences d'où le terme de théorie de l'utilité ordinaire.

I. THÉORIE DE L'UTILITÉ MESURABLE (QUANTIFIABLE)

Il s'agit de concevoir une échelle numérique d'utilité, l'individu pouvant dire que telle quantité de "X" lui donne une satisfaction qu'il peut évaluer numériquement. L'instauration d'une telle échelle pose des problèmes lorsqu'il faut agréger les utilités individuelles, chacun ayant sa propre estimation de l'utilité.

I.1. La notion d'utilité

L'utilité est la disposition que possède un bien à satisfaire un besoin. L'utilité traduit la satisfaction qu'une personne procure de la consommation d'un bien. L'utilité est un instrument de mesure, utilisé par les néoclassiques pour comprendre comment les consommateurs rationnels dispensent leurs ressources limitées entre les différents biens qui leur procurent une certaine satisfaction. L'utilité d'un bien dans cette signification se fait attribut "objectif" alors « qu'elle ne s'impose pas aux acteurs, bien au contraire, au point qu'elle peut se trouver justifiée a posteriori par la rareté existante » (Langlois, 1998).

I.2. La notion d'utilité totale

L'utilité totale Ut , d'un bien x quelconque, « mesure la satisfaction globale que l'individu retire de la consommation de ce bien » (Thibault, 2009). Le niveau de satisfaction Ut dépend de la quantité du bien x consommé. Autrement dit, Ut est fonction de x , ce qui s'écrit : $Ut = f(x, y)$. L'utilité totale procurée par un bien est celle que retire l'individu du choix d'une certaine quantité de ce bien. L'utilité totale d'un bien varie en fonction de la quantité qui est choisie. Elle est définie pour une quantité fixée des autres biens entrant dans la fonction d'utilité.

I.3. La notion d'utilité marginale

L'expression « utilité marginale » (Fillieule, 2010) a été inventée par Wieser (1884) pour désigner la valeur subjective d'une unité d'une quantité d'un bien (le terme original en allemand *Grenznutzen* a été traduit en 1889 par *marginal utility*). Soit un individu qui possède un stock d'unités d'un bien :

- Les unités de ce stock sont par définition *identiques* aux yeux de l'individu, sans quoi elles représenteraient pour lui des biens différents ;
- Comme elles sont interchangeables, chacune de ces unités a pour l'individu la *même valeur* subjective que chacune des autres ;
- L'utilité marginale d'un bien est définie comme la valeur subjective d'une unité du stock de ce bien (si le stock se réduit à une 1 unité, alors l'utilité marginale est égale à l'utilité totale) ;

- **La loi de l'utilité marginale** : l'utilité marginale d'un bien est l'importance du besoin *le moins urgent* que l'individu compte satisfaire avec une unité de son stock de ce bien ;
- Cette loi est une loi *praxéologique* au sens de von Mises (1985 [1949], p. 130) : ce n'est pas une loi observable, empirique, expérimentale ou testable, mais une loi formelle et a priori de l'action, nécessairement vraie par définition même des termes employés.

L'utilité marginale d'un bien x , notée Umg_x est l'utilité retirée de la consommation d'une unité additionnelle d'un bien. L'utilité marginale d'un bien est l'augmentation de l'utilité totale obtenue à partir de la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien, si la consommation des autres biens reste constante. L'utilité marginale mesure donc l'évolution de l'utilité totale « à la marge » c'est-à-dire pour une variation très petite de la quantité consommée.

1.4. La loi des utilités marginales décroissantes : (la loi de Gossen)

À chaque unité supplémentaire consommée, l'envie du consommateur diminue. Donc chaque unité supplémentaire possède une utilité inférieure à celle de l'unité précédente : Soit : Utilité marginale (1ère unité consommée) supérieure à Utilité marginale (2ème unité consommée) etc. La loi de l'utilité marginale n'énonce que l'utilité marginale d'un bien a tendance à diminuer, à mesure que l'on en accroît la consommation. Cette loi est purement empirique et n'a pour fondement que l'observation selon laquelle l'individu est en général très satisfait de posséder un premier bien et beaucoup moins par l'acquisition d'un deuxième puis d'un troisième.

B-Bawerk (1959 [1889], p. 143) illustre la loi de « l'utilité marginale » (Fillieule, 2010) en reprenant un exemple de Menger, celui d'un fermier isolé qui dispose après sa récolte de cinq sacs de blé. Par ordre d'importance : le 1er sac va servir à assurer son minimum de subsistance jusqu'à la prochaine récolte, le 2e à accroître la quantité de ses repas quotidiens pour le maintenir en bonne santé, le 3e sera utilisé pour nourrir des volailles qui lui donneront de la viande qui diversifiera ses repas, le 4e servira à produire par distillation des boissons alcoolisées, et le 5e à nourrir des animaux de compagnie.

Les cinq sacs sont supposés identiques : ils contiennent la même quantité de blé, sans aucune différence de qualité. Comme ils sont interchangeables, chacun d'eux a pour le fermier exactement la même valeur que chacun des autres. Quelle est cette valeur ? Pour la déterminer, il faut tout simplement se demander quelle est la satisfaction à laquelle le fermier choisirait de renoncer s'il était privé de l'un d'eux. Il est clair que si l'un des sacs était détruit, il ne renoncerait pas à se nourrir. Il choisirait de renoncer à satisfaire le besoin *le moins important*, en l'occurrence maintenir en vie ses animaux de compagnie. L'utilité marginale

de son stock de blé correspond donc à l'importance du « dernier » besoin qui serait satisfait avec une unité de son stock.

1.5. La fonction de l'utilité

Selon l'approche de l'utilité cardinale, la fonction d'Utilité est peut-être formalisée, à partir des hypothèses de la rationalité du consommateur, ce qu'on pourrait appeler « *une fonction d'utilité* ». Elle est représentée par la formule mathématique de la manière dont un consommateur catégorise les différents biens qui lui sont accessibles. La fonction d'utilité **Ut**, « est la **traduction mathématique** de l'échelle des préférences de consommation exprimée par un individu face à plusieurs alternatives de consommation » (Boumoula, 2015). Elle exprime le degré de satisfaction ou d'utilité que procure la consommation d'une quantité (x) du bien **X** ou de plusieurs biens ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n$). Elle s'écrit :

a. Cas d'un seul bien : Supposons qu'il n'existe qu'un seul bien sur le marché : le bien **x**. Pour le cas d'un seul bien **x**, la fonction d'utilité s'écrit : **Ut = f(x)**.

b. Combinaison de biens : Une combinaison de biens est une « association » de quantités de deux biens **x** et **y**. Soit **x** la quantité consommée du bien **X** et **y** la quantité consommée du bien **Y**, le couple (**x, y**) représente une combinaison des deux biens **x** et **y**. La fonction d'utilité pour le cas d'une combinaison de deux biens **x** et **y** est représentée sous la forme suivante : **Ut = f(x, y)**.

c. complexe de biens : Un complexe de biens est une association de quantités de (**n**) biens. Soit une économie où il n'existe (on le suppose) que trois biens **x, y et z**. Un complexe de biens sera représenté par le triplet (**x, y, z**) et **y** formé des quantités **x, y et z** des biens **X, Y et Z**. L'utilité dans ce cas est représentée par : **Ut = f(x, y, z)**.

Plus généralement, dans une économie, il existe **n** biens. Aussi, un complexe de biens sera représenté par (**x₁, x₂, x₃, ... , x_n**) formé des quantités des biens. Ainsi, la fonction de l'utilité donnée par la formule précédente n'est qu'un cas particulier. Dans le cas général, la fonction d'utilité devient : **Ut = f(x₁, x₂, x₃, ... , x_n)**.

La fonction objective du consommateur « est de maximiser son utilité » (Berrebeh, 2013), c'est-à-dire sa satisfaction. L'objectif du consommateur est de distinguer parmi toutes les composantes de biens celle qui lui donne un maximum de satisfaction, c'est à dire qui maximise sa fonction d'utilité.

Conséquence : C'est à travers plusieurs situations d'équilibre du consommateur qu'on peut déterminer sa fonction de demande. Toute fonction de demande est le résultat de la solution du problème de maximisation de sa fonction d'utilité.

1.6. Les postulats de base de la fonction d'utilité

Les postulats de base de la fonction d'utilité sont représentés comme suit :

Postulat 1 : La fonction d'utilité est la traduction mathématique du niveau de satisfaction que les consommateurs procurent de la consommation de différents complexes de biens. Le consommateur peut faire le choix entre deux complexes de biens C_1 et C_2 . Ainsi si $U_1 > U_2$, il exprime par là sa préférence à l'égard du complexe de biens C_1 qui lui procure un degré d'utilité supérieur à celui que lui procure un autre complexe C_2 .

Postulat 2 : La fonction d'utilité est définie pour une période temporelle donnée. Cela signifie que l'analyse du comportement du consommateur relève de l'analyse statique. Cette analyse ne tient pas en considération les variations du degré de satisfaction dans le temps (consommations différées).

Postulat 3 : La fonction d'utilité est, d'après les marginalistes, supposée être continue et dérivable sur son intervalle de définition. Cela indique que le passage d'une valeur à une autre, elle prend toutes les valeurs intermédiaires. Du point de vue de la signification économique, ce postulat veut dire que les biens sont divisibles à l'infini. Ce postulat est néanmoins essentiel puisqu'il permet d'utiliser les propriétés mathématiques de la continuité des fonctions.

1.7. Utilité totale (UT) et Utilité marginale (Umg)

1.7.1. L'Utilité Totale

On sait que le consommateur peut choisir sur le marché une infinité de biens ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$). Dans le but d'étudier la fonction d'utilité totale pour le cas d'un seul bien, on suppose à présent que pour le moment que $n = 1$. Cela signifie que sur le marché, il ne se vend qu'un seul bien (X). La fonction d'utilité totale est donnée par la formule : $Ut = f(x)$. À mesure que le consommateur accède à des unités supplémentaires de bien consommées (x), les degrés d'utilité procurés varient. On peut donc supposer que le consommateur est capable de dresser « un tableau des utilités totales » (Boumoula, 2015) que lui procure la consommation de quantités variables du bien X , de la manière suivante :

Quantités (x) consommées du bien X	Niveau d'Utilité totale (Ut) procuré
0	0
1	50
2	88
3	121
4	150
5	150

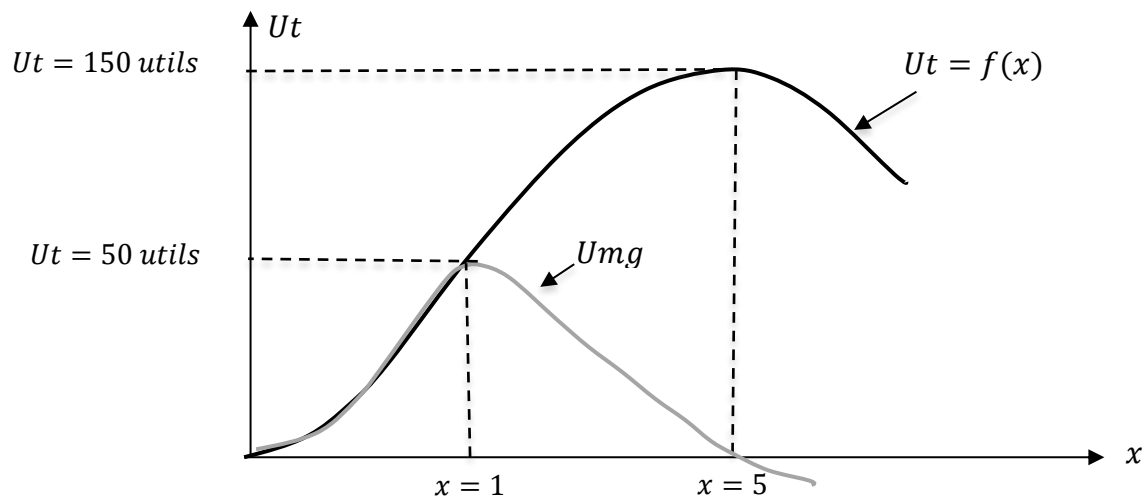
Le tableau précédent énonce qu'à mesure que le consommateur accroît sa consommation de bien (X), son utilité totale (Ut) augmente. La fonction (Ut) est croissante. Autrement dit, à chaque fois que le consommateur continue à consommer davantage des unités de bien (x), le niveau d'utilité totale augmente. Cette augmentation de l'utilité n'est pas nécessairement proportionnelle, par conséquent, l'augmentation de l'utilité s'opère à un taux décroissant. D'après le postulat de l'insatiabilité des fonctions d'utilité, le consommateur n'est pas censé consommer indéfiniment des unités de bien (X), mais, il signifie que le consommateur est disposé à augmenter ses consommations jusqu'à la satisfaction complète du besoin exprimé. Il existe donc un niveau d'utilité maximal (le point de satiété) au-delà duquel, l'utilité totale n'augmente plus avec l'augmentation des quantités consommées (x). En prenant en considération le tableau précédent, on dira que le passage de ($x = 5$) à ($x = 6$) ne s'explique pas par une augmentation du niveau l'utilité procurée. Cette situation de saturation s'explique par le fait que le consommateur n'éprouve plus le besoin de « continuer » à consommer du bien (X).

Conséquence : Au point de satiété, l'utilité totale commence à décroître. On dit alors que l'**utilité marginale** du bien X est nulle.

1.7.2. L'Utilité Marginale

Elle est la satisfaction qu'un individu retire de la consommation de la dernière quantité de bien consommée. Elle est définie comme la mesure de la variation d'utilité qui résulte d'une modification d'une unité de la quantité consommée d'un bien. En reprenant le tableau de l'utilité total établi précédemment, on peut donc calculer à l'aide de cet exemple l'utilité marginale Umg , correspondant aux **variations unitaires** des quantités consommées du bien X .

Quantités (x) consommées du bien X	Niveau d'Utilité totale (Ut) procuré	Utilité Marginale
0	0	—
1	50	$Umg1 = \frac{50-0}{1-0} = 50$
2	88	$Umg2 = \frac{88-50}{2-1} = 38$
3	121	$Umg3 = \frac{121-88}{3-2} = 33$
4	150	$Umg4 = \frac{150-121}{4-3} = 29$
5	150	$Umg5 = \frac{150-150}{5-4} = 0$

Figure 1 : Représentation graphique des données de l'exercice

Liens entre l'utilité totale (Ut) et l'utilité marginale (Umg) :

- Lorsque l'utilité totale atteint son maximum, l'utilité marginale s'annule. ($Ut' = f'(x) = 0$)
- Lorsque l'utilité totale décroît, l'utilité marginale est négative. ($Umg < 0$)
- Lorsque l'utilité marginale atteint son maximum, la trajectoire de la courbe d'utilité totale change de direction. ($Ut'' = f''(x) = Umg' = 0$), ce qu'on appelle le point d'inflexion.
- À un niveau de consommation donnée $Ut = \sum_{i=1}^n Umg_i$. **Exemple** : Au niveau $x = 4$, $Ut = 50 + 38 + 33 + 29 = 150$ Utils.

La définition préalable de l'utilité marginale Umg peut être exprimée par la formule mathématique suivante : On sait que $Ut = f(x)$ est l'expression mathématique de la fonction de l'utilité totale Ut . Elle traduit le degré d'utilité que procure la consommation de quantités variables (x) du bien (X) pour un consommateur donné. L'utilité marginale du consommateur est décroissante : « Plus on dispose d'un bien en grande quantité plus la satisfaction engendrée par la consommation d'une unité supplémentaire de ce bien est faible (même si l'utilité totale continuera toujours à augmenter) ». (Laurie Bréban, 2020). On remarque que l'utilité totale est la somme des niveaux de satisfaction retirée de chaque unité de bien. Pour chaque quantité consommée, l'utilité totale est égale à la somme des utilités marginales.

L'utilité totale est, en effet, supposée **continue** selon le postulat (**P3**). Ainsi, si (Δx) représente la variation de la quantité consommée du bien (X), l'utilité totale varie et cette variation correspond à : (ΔUt). On définira l'utilité marginale (Umg) du bien (X) comme **la limite** du rapport $\frac{\Delta Ut}{\Delta x}$ quand Δx tend vers **zéro**. L'utilité marginale (Umg) du bien (X)

représente dans ce cas, la variation de l'utilité (Ut) suite à une variation **infinitésimale** de la quantité (x). D'autre part, la limite du rapport $\frac{\Delta Ut}{\Delta x}$ quand Δx tend vers zéro exprime la **dérivée** de la fonction $Ut = f(x)$ c'est-à-dire en mathématique :

$$Umg(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Ut}{\Delta x} \right) = \frac{\partial Ut}{\partial x} = (Ut)' = f'(x)$$

On peut définir l'utilité marginale comme le supplément de satisfaction généré par la consommation d'une unité supplémentaire d'un bien. Formellement, c'est donc la dérivée de la fonction d'utilité (Ut) par rapport à un bien (x) puisqu'il s'agit donc du rapport entre une variation d'utilité (ΔUt) et la variation (infinitésimale) (Δx) de la quantité du bien consommé.

En réalité, le consommateur est en face de lui une multitude de biens qu'il consomme : ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$). Il exprime à cet égard ses besoins en fonction de plusieurs biens de sorte que l'on ait : $Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. En appliquant le même raisonnement par rapport au cas d'un seul bien (X), il est réalisable de calculer la variation de l'utilité totale suite aux variations des quantités consommées de chacun des biens. On applique pour cela le concept connu en mathématique sous le nom de **dérivée partielle**.

Cas d'une combinaison de deux biens : supposons, dans ce cas que ($n = 2$). Cela implique que la fonction d'utilité totale du consommateur aura l'expression mathématique suivante : $Ut = f(x, y)$ où (x) représente la quantité consommée du bien (X) et (y) la quantité consommée du bien (Y).

1. La dérivée partielle de l'utilité totale (Ut) par rapport à (x) se traduit par l'utilité marginale procurée par le bien (X) est donnée par l'expression :

$$Umg(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Ut}{\Delta x} \right) = \frac{\partial Ut}{\partial x} = (Ut)' = f'(x)$$

2. De même, la dérivée partielle de l'utilité totale (Ut) par rapport à (y) se traduit par l'utilité marginale procurée par le bien (Y) est donnée par l'expression :

$$Umg(y) = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Ut}{\Delta y} \right) = \frac{\partial Ut}{\partial y} = (Ut)' = f'(y)$$

3. Finalement, lorsque $U_t = f(x, y)$ on a :

$$\begin{cases} Umg(x) = \frac{\partial Ut}{\partial x} \\ Umg(y) = \frac{\partial Ut}{\partial y} \end{cases}$$

Généralisation : On a $Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, x_n)$ une fonction d'utilité à plusieurs variables, en application du postulat de la dérivée partielle et on obtient :

$$\begin{aligned}
 Umg_{x_1} &= f'(x_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots \dots \dots \bar{x}_{n-1}, \bar{x}_n) \\
 Umg_{x_2} &= f'(\bar{x}_1, x_2, \bar{x}_3, \dots \dots \dots \bar{x}_{n-1}, \bar{x}_n) \\
 Umg_{x_3} &= f'(\bar{x}_1, \bar{x}_2, x_3, \dots \dots \dots \bar{x}_{n-1}, \bar{x}_n) \\
 " \quad " & \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \\
 " \quad " & \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \quad " \\
 Umg_{x_{n-1}} &= f'(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots \dots \dots x_{n-1}, \bar{x}_n) \\
 Umg_{x_n} &= f'(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots \dots \dots \bar{x}_{n-1}, x_n)
 \end{aligned}$$

CHAPITRE 2 : THÉORIE DE L'UTILITÉ ORDINALE (ANALYSE PAR LES COURBES D'INDIFFÉRENCE)

I. L'APPROCHE CARDINALE DE L'UTILITÉ

Parmi les auteurs de la micro-économie (Bruno, 2014), citons Menger (1840-1921) et Jevons (1835-1882) qui se sont attachés à rechercher comment il est possible de mesurer, de façon numérique (mesure cardinale), l'utilité d'un bien, entendu au sens du plaisir que l'usage de ce bien procure au consommateur. Cette approche de pensée suppose que le consommateur est capable de mesurer les quantités d'utilité qu'il obtient en consommant une certaine quantité d'un bien déterminé. Dans cette conception dite « cardinale », l'utilité apparaît comme une grandeur mesurable au même titre que n'importe quel autre bien. Il s'agit de construire une échelle numérique d'utilité, l'individu pouvant dire que telle quantité de (x) lui confère une satisfaction qu'il peut évaluer numériquement. L'instauration d'une telle échelle pose des problèmes lorsqu'il faut agréger les utilités individuelles, chacun ayant sa propre estimation de l'utilité. « On supposera que les consommateurs sont capables de mesurer, de chiffrer, la satisfaction liée à la consommation d'une quantité déterminée d'un bien ou d'un panier de plusieurs biens » (Medan, 2015).

En réalité, cette hypothèse n'est pas facile à examiner (la quantification de l'utilité) : en effet, s'il est parfaitement plausible qu'un consommateur soit capable, à tout moment, d'exprimer ses préférences de consommation, il préfère le bien (X) au bien (Y) , aucun consommateur ne pourra raisonnablement dire qu'il retire beaucoup plus d'utilité (ou de satisfaction) dans la consommation du bien (X) plutôt que dans la consommation d'un bien (Y) . Cela signifie que le consommateur exprime un ordre de préférence parmi tous les biens qui satisfont à ses besoins. Cette évaluation ordinaire de l'utilité que procure la consommation des biens fonde la théorie des courbes d'indifférence. En définitive, les néoclassiques fondent leur analyse de la demande sur le comportement rationnel du consommateur supposé opérer des choix de consommation en fonction d'une échelle de

préférence établie sur la base de l'évaluation qu'il fait du degré d'utilité que lui procurent différentes combinaisons des biens auxquels il peut accéder sur le marché.

1.1. Hypothèses délimitant la rationalité du consommateur

Dans l'hypothèse où le consommateur est rationnel, il est supposé capable de faire le meilleur choix de consommation. D'après les tenants de l'approche cardinale, la rationalité du consommateur est délimitée par trois hypothèses qui sont :

a. L'hypothèse de l'insatiabilité

À mesure qu'un consommateur aura la possibilité d'acquérir des quantités supplémentaires d'un bien, il en saisit l'opportunité : cette hypothèse est appelée aussi l'hypothèse de **non-saturation** des besoins. Autrement dit, le consommateur cherche toujours à avoir un niveau de satisfaction meilleur que le précédent. Par conséquent, l'utilité du consommateur est, en effet, une fonction croissante.

b. L'hypothèse du choix unique

Les choix des individus en matière de consommation dépendent de leurs préférences qui sont par essence subjectives (Johanna Enter, 2014). Les économistes n'ont pas besoin de connaître parfaitement les traits de personnalité de tous les consommateurs. Pour comprendre leurs choix, il suffit de représenter leurs préférences de façon plus ou moins fine ou, plus précisément, d'en comprendre les principales propriétés. Ainsi, lorsque le consommateur a le choix de consommer deux biens (X) et (Y), il peut exprimer sa préférence. De ce fait, il préfère consommer (X) à (Y), (Y) à (X), ou encore s'il est indifférent de consommer (X) ou (Y). Il choisira en tout état de cause, une seule de ces trois possibilités.

c. L'hypothèse de la transitivité

On suppose qu'il existe sur le marché trois biens (X), (Y) et (Z), le consommateur peut ordonner ses choix de consommation selon le critère suivant : si ce consommateur préfère (X) à (Y), et (Y) à (Z), alors certainement, il optera à la consommation de (X) que (Z).

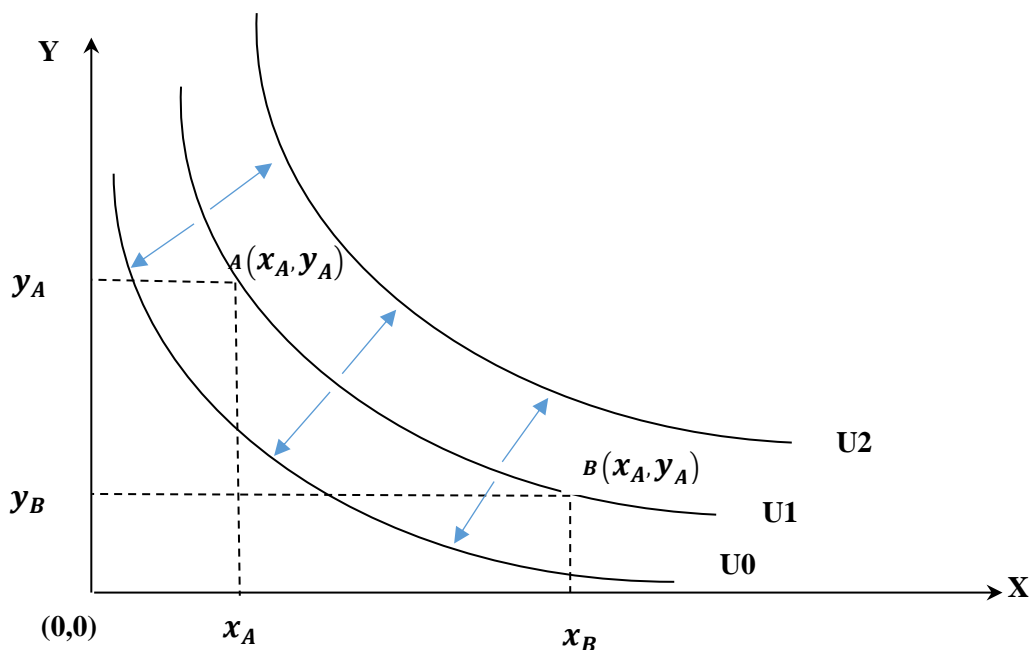
Les analyse microéconomique se base souvent sur les hypothèses de la rationalité du consommateur (agent économique concerné par l'étude) où il est souvent présenté sous forme de problèmes d'optimisation dans lesquels il est supposé rechercher le meilleur choix parmi un ensemble d'alternatifs qui lui sont accessibles. Ces trois hypothèses sont importantes dans l'étude de la théorie du comportement du consommateur. Si ces hypothèses se vérifient, il est admis de construire une fonction d'utilité. Cette approche d'étude concerne

les bases de la théorie ordinaire de l'utilité, fondée pour l'essentiel sur la notion de courbe d'indifférence.

1.2. Les courbes d'indifférence

La courbe d'indifférence se définit « comme l'ensemble des paniers qui procurent la même utilité au consommateur » (Moussa, 2016). Ainsi lorsque le consommateur se dit indifférent entre les différents paniers, cela suppose que ces paniers lui procurent la même utilité. Dans ce cas, ces paniers se trouvent sur la même courbe d'indifférence. De ce fait, il existe une infinité de paniers qui procurent la même utilité au consommateur du fait que la courbe d'indifférence est une fonction continue. Mathématiquement, la courbe d'indifférence représente le lieu géométrique de l'ensemble des paniers (x, y) (dans l'hypothèse de l'existence de deux biens x et y) permettant d'obtenir un même niveau d'utilité (Ut). Elle est appelée aussi « iso-utilité ». La figure ci-dessous représente la CI :

Figure 2 : Courbes d'indifférence ou d'iso-utilité



D'après la figure, les combinaisons de biens $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ se trouvent sur la même courbe : elles procurent au consommateur, le même niveau d'utilité $U1$. De même, les combinaisons de biens qui se situent sur une même courbe : elles procurent au consommateur le même niveau d'utilité que ce soit pour $U0$ ou $U2$.

1.3. Les propriétés fondamentales des courbes d'indifférence

Les courbes d'indifférence possèdent 6 propriétés :

- ✓ Elles sont descendantes, représentées par des fonctions décroissantes (pente négative) ;
- ✓ Deux courbes d'indifférence du même consommateur ne peuvent jamais se couper ;

- ✓ La variation de l'utilité totale le long de la courbe d'indifférence est nulle ;
- ✓ L'ensemble des courbes d'indifférence donne la carte d'indifférence du consommateur ;
- ✓ Plus les courbes d'indifférence s'éloignent de l'origine des axes, plus grand est le niveau d'utilité totale correspondant ;
- ✓ Le déplacement le long de la courbe d'indifférence signifie un changement des quantités par contre un déplacement entier de la courbe d'indifférence est synonyme d'une variation du niveau d'utilité totale.

1.4. Le taux marginal de substitution (TMS)

Précédemment, on sait que toutes les combinaisons (x, y) le long de la courbe d'indifférence donnent le même niveau d'utilité. Il est donc nécessaire pour le consommateur de déterminer un outil ou un instrument qui lui permet d'échanger les combinaisons de consommation de ces biens tout en gardant le même niveau d'utilité. Cet instrument est le **taux marginal de substitution** ou (**TMS**) . Le taux marginal de substitution est la petite quantité d'un bien que l'on soit prêt à sacrifier pour obtenir une unité supplémentaire d'un autre bien, l'utilité totale demeurant constante (Berrebeh, 2013). Le taux marginal de substitution (**TMS**) entre deux biens (x) et (y) mesure la variation de la quantité consommée du bien (x) qui est nécessaire, le long d'une courbe d'indifférence, pour compenser une variation infiniment petite (infinitésimale) de la quantité consommée du bien (y) . On distingue dans ce cas deux types de (**TMS**) :

1. Le **TMS** $x \rightarrow y$ détermine la quantité du bien Y à laquelle abandonne le consommateur pour lui remplacer une certaine quantité du bien X tout en gardant le même niveau d'utilité.
2. Le **TMS** $y \rightarrow x$ permet à l'inverse de déterminer la quantité du bien X à laquelle le consommateur abandonne pour substituer une certaine quantité du bien Y de telle sorte qu'il conserve le même niveau d'utilité.

3. Démonstration mathématique du TMS : Soit $U_T = f(x, y)$. Mathématiquement, la différentielle totale de la fonction d' U_T est donnée par l'expression mathématique suivante :

$$dU_T = \frac{\partial U_T}{\partial x} dx + \frac{\partial U_T}{\partial y} dy, \text{ Par ailleurs, on sait que le long de la courbe d'indifférence, la variation de l}'U_T \text{ est nulle } (\Delta U_T = 0). \text{ Donc, on peut mettre l'équation précédente comme suit : } dU_T = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial U_T}{\partial x} dx + \frac{\partial U_T}{\partial y} dy = 0, \text{ On a : } \frac{\partial U_T}{\partial x} = Umg_x \text{ et } \frac{\partial U_T}{\partial y} = Umg_y, \text{ donc : } Umg_x \cdot dx + Umg_y \cdot dy = 0 \Leftrightarrow Umg_x \cdot dx = -Umg_y \cdot dy \Leftrightarrow \frac{Umg_x}{Umg_y} = \left| -\frac{dy}{dx} \right|$$

$\Leftrightarrow TMS_x \rightarrow y = \frac{Um_{g_x}}{Um_{g_y}} = \left| -\frac{dy}{dx} \right|$, On peut déduire le $TMS_y \rightarrow x = \frac{1}{TMS_{x \rightarrow y}} = = \frac{Um_{g_y}}{Um_{g_x}} = \left| -\frac{dx}{dy} \right|$. On vient de démontrer que le **TMS** est égal au rapport des utilités marginales des **deux** biens.

Si le consommateur décide de garder le **même niveau d'utilité** tout en substituant une quantité de (x) à une quantité de (y), cela indique que les combinaisons de biens (x, y) qu'il consomme se situent sur la **même courbe d'indifférence**.

D'après la démonstration mathématique du (TMS) :

1. Le rapport des **utilités marginales** est égal à l'**opposé** de la dérivée de la fonction $f(x, y)$.
2. La fonction qui détermine le lien entre les quantités consommées du bien (Y) et les quantités consommées du bien (X) est représentée comme suit : $y = f(x)$, elle calcule la variation de la quantité (y) quand varie la quantité (x). Par conséquent, L'expression mathématique $\frac{dy}{dx}$ représente la **pente** de la courbe **d'indifférence** caractéristique de la fonction $y = f(x)$: elle est donc toujours « négative »². Autrement dit, les courbes d'indifférence sont donc décroissantes. La pente de la courbe d'indifférence en tout panier de consommation est donc de signe négatif : pour réduire la consommation d'un bien, il faut augmenter la consommation de l'autre si on veut maintenir le niveau d'utilité inchangé.

Conséquence : La quantité $\left(-\frac{dy}{dx}\right)$ se traduit par le taux marginal de substitution de x à y

et La quantité $\left(-\frac{dx}{dy}\right)$ représente le taux marginal de substitution de y à x .

II. ÉQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

II.1. Position ou formalisation du problème

Les choix du consommateur sont supposés obéir à une certaine « *rationalité* » (Saâdallah, 2006) : obtenir le maximum de satisfaction sous la contrainte que ses dépenses ne dépassent pas le revenu dont il dispose. Nous supposons que le consommateur est capable de comparer l'*utilité* ou la *satisfaction* que lui procure la consommation de deux paniers de biens différents.

En supposant qu'il existe (n) biens dans l'économie et en appelant ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) les quantités consommées des biens consommés, les différents niveaux de satisfaction sont représentés dans la fonction $Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Les prix

² 2^{ème} propriété fondamentale des courbes d'indifférence : Elles sont descendantes représentées par des fonctions décroissantes (pente négative).

$(P_1, P_2, P_3, \dots, P_n)$ sont des données associées à chaque bien respectivement, reflétant l'hypothèse qu'aucun consommateur ne peut changer les prix sur le marché par ses propres décisions. La dépense totale $(P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + P_3 \cdot x_3 \dots \dots + P_n \cdot x_n)$ ne doit pas dépasser le revenu du consommateur (R), c'est-à-dire : $R \leq \sum_{i=1}^n P_n \cdot x_n$. Cette contrainte est appelée **contrainte budgétaire**.

Le modèle des choix du consommateur peut donc s'écrire formellement comme la détermination d'un panier de consommation optimal que nous appelons (x^*, y^*) . La résolution du modèle permet de trouver, sous certaines conditions, les quantités consommées en fonction des variables déterminées sur le marché : prix et revenu. Le consommateur, selon l'hypothèse de la rationalité illimitée, cherche à maximiser son utilité en tenant compte à la fois de son revenu et des prix des biens que lui impose le marché. Ce problème correspond mathématiquement au système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ S/C \ R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + P_3 \cdot x_3 \dots \dots + P_n \cdot x_n \end{array} \right. \text{ Ou } \left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \\ S/C \ R = \sum_{i=1}^n P_n \cdot x_n \end{array} \right.$$

Dans le cas de deux variables (**deux biens** (x, y)) sur le marché, la fonction d'utilité totale devient $Ut = f(x, y)$ et l'équation de la contrainte budgétaire du consommateur est représentée par l'équation de la « **droite du budget** » qui s'écrit $R = P_x \cdot x + P_y \cdot y$ où P_x et P_y représentent les prix des biens x et y respectivement. (x, y) sont des quantités des deux biens X et Y . Le problème du consommateur se formule comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Max } Ut = f(x, y) \\ S/C \ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{array} \right.$$

II.2. Les conditions de maximisation de la fonction de l'utilité

Dans l'hypothèse où le consommateur est en face de deux biens (x, y) dans une économie, la fonction d'utilité totale devient $Ut = f(x, y)$ et l'équation de la contrainte budgétaire du consommateur est représentée par l'équation de la « **droite du budget** » qui s'écrit $R = P_x \cdot x + P_y \cdot y$ où P_x et P_y représentent les prix des biens x et y respectivement. (x, y) sont des quantités des deux biens X et Y . Pour résoudre le problème du consommateur, on peut utiliser deux méthodes mathématiques :

II.2.1. Première méthode de substitution dite « directe ».

Dans le cas de cette méthode, la valeur de (Y) déduite de l'équation de la droite budgétaire : $y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{R}{P_y}$ sera remplacée dans l'équation de la fonction d'utilité totale $Ut = f(x, y)$ et on obtient : $Ut = f(x, (-\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{R}{P_y}))$. La fonction d'utilité totale devient

une fonction à une seule variable (x). Les prix des deux biens et le revenu du consommateur sont, d'après le « **postulat 2** »³ des fonctions d'utilité, supposés fixes. La solution à ce problème que le consommateur désire réaliser est lorsqu'il atteint le maximum de son utilité sous-contrainte. Dans ce cas, les dérivées partielles de la fonction d'utilité par rapport aux deux variables s'annulent.

$$\begin{cases} Ut' = f'(x) = 0 \\ y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{R}{P_y} \end{cases}$$

Par ailleurs, on sait qu'une fonction de la forme $Ut = f(x)$ admet un maximum au point (x^*) lorsque :

1. La dérivée première Ut' est égale à 0. C'est à dire $Ut' = f'(x) = 0$ (condition de **1^{er} ordre**)
2. La dérivée seconde Ut'' est négative. C'est à dire $Ut'' < 0$ ou $f''(x) < 0$ (condition de **2^{ème} ordre**)

II.2.2. Deuxième méthode : Méthode de LAGRANGE

Pour que l'équilibre puisse exister et que la solution au système soit réalisable, le problème est donc : maximiser $Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, ce qui revient à maximiser la fonction d'utilité sous contrainte budgétaire ($R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + P_3 \cdot x_3 \dots + P_n \cdot x_n$). On peut formuler ce problème comme suit :

$$\begin{cases} \text{Max } Ut = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n). \\ \text{S/C } R = P_1 \cdot x_1 + P_2 \cdot x_2 + P_3 \cdot x_3 \dots + P_n \cdot x_n \end{cases}$$

La fonction de Lagrange, (L), est alors égale à :

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \lambda) = Ut - \lambda(R - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2 - P_3 \cdot x_3 \dots - P_n \cdot x_n)$$

Ou

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, \lambda) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) - \lambda(R - P_1 \cdot x_1 - P_2 \cdot x_2 - P_3 \cdot x_3 \dots - P_n \cdot x_n)$$

(λ) est appelé « **multiplicateur de Lagrange** ». Il joue le rôle d'une variable comme les autres dans l'expression de la fonction de Lagrange (L). Nous précisons par la suite sa signification économique dans le cadre du problème particulier de la maximisation de la fonction d'utilité d'un consommateur (Boumoula, 2015). La condition **nécessaire** pour que la fonction de Lagrange (L) admette un maximum est que ses dérivées partielles par rapport à $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ et λ s'annulent en même temps. Le problème consiste donc à résoudre le système d'équations à (**n+1**) variables de la forme :

³ **Postulat 2** : La fonction d'utilité est définie pour une période temporelle donnée. Cela signifie que l'analyse du comportement du consommateur relève de l'analyse statique. Cette analyse ne tient pas en considération les variations du degré de satisfaction dans le temps (consommations différées).

$$\begin{cases} (L)'x_1 = 0 \\ (L)'x_2 = 0 \\ (L)'x_3 = 0 \\ \dots \\ (L)'x_n = 0 \\ (L)'x_\lambda = 0 \end{cases}$$

Pour simplifier, on va recourir à la méthode de Lagrange pour le cas de deux variables :

$$\begin{cases} \text{Max } Ut = f(x, y) \\ \text{S/C } R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases}$$

À travers le système d'équations ci-dessus, on peut formuler la fonction de Lagrange (L) :

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y, \lambda) - \lambda(R - P_x \cdot x - P_y \cdot y)$$

Pour maximiser la fonction d'utilité du consommateur, il suffit donc de résoudre le système d'équations (S') ci-après :

$$\begin{cases} (L)'x = 0 \\ (L)'y = 0 \\ (L)'\lambda = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (L)'x = f'(x, \bar{y}, \bar{\lambda}) - \lambda P_x = 0 \\ (L)'y = f'(\bar{x}, y, \bar{\lambda}) - \lambda P_y = 0 \\ (L)'\lambda = f'(\bar{x}, \bar{y}, \lambda) - (R - P_x \cdot x - P_y \cdot y) = 0 \end{cases}$$

On sait que : $f'(x, \bar{y}) = Um_g_x$ et $f'(\bar{x}, y) = Um_g_y$, on obtient alors :

$$\begin{cases} (L)'x = Um_g_x - \lambda P_x = 0 \\ (L)'y = Um_g_y - \lambda P_y = 0 \\ (L)'\lambda = R - P_x \cdot x - P_y \cdot y = 0 \end{cases}$$

Après calcul, on obtient :

$$\begin{cases} Um_g_x - \lambda P_x = 0 \\ Um_g_y - \lambda P_y = 0 \\ R - P_x \cdot x - P_y \cdot y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Um_g_x = \lambda P_x \\ Um_g_y = \lambda P_y \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases}$$

L'objectif est de calculer la valeur de (λ), on obtient :

$$\begin{cases} \lambda = \frac{Um_g_x}{P_x} \dots \dots \dots (1) \\ \lambda = \frac{Um_g_y}{P_y} \dots \dots \dots (2) \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \dots (3) \end{cases}$$

En mettant (1) = (2) et on aura :

$$\begin{cases} \frac{Um_g_x}{P_x} = \frac{Um_g_y}{P_y} \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{Um_g_x}{Um_g_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases}$$

Après plusieurs calculs, on arrive à résoudre le système d'équations précédent et on aura comme solution optimale suivante : (x^*, y^*) qui sont les quantités d'équilibre qui maximisent la fonction-Objectif du consommateur. Les deux égalités précédentes sont toujours vérifiées :

I. Les rapports des utilités marginales pondérées à leurs prix sont égaux.

2. Le rapport des utilités marginales égales au rapport des prix.

II.3. Signification économique du multiplicateur de LAGRANGE

Démonstration mathématique du multiplicateur de LAGRANGE (λ)

Le multiplicateur de Lagrange est égal à la première dérivée de l'utilité totale (U_t) par rapport au (R) : Supposons que le consommateur est rationnel (selon les hypothèses de la rationalité du consommateur), dont la fonction d'utilité est donnée par : $U_t = f(x, y)$. Ce consommateur dispose d'un revenu (R), qu'il consacre en totalité par l'achat des deux biens (X) et (Y), dont les prix sont respectivement (P_x) et (P_y). Trouver les quantités qui maximisent l'utilité de ce consommateur, revient à résoudre ce problème lié :

$$\begin{cases} \text{Max } U_t = f(x, y) \\ \text{S/c } R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases}$$

Soit la fonction de Lagrange suivante : $L = f(x, y, \lambda) = U_t + \lambda (R - P_x \cdot x - P_y \cdot y)$:

La fonction de Lagrange admet une solution, lorsque ses dérivées partielles s'annulent simultanément. On aura donc :

$$\begin{cases} L'(x) = 0 \\ L'(y) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial U_t}{\partial x} - \lambda \cdot P_x = 0 \\ \frac{\partial U_t}{\partial y} - \lambda \cdot P_y = 0 \\ R - P_x \cdot x - P_y \cdot y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial x}}{P_x} \dots \dots \dots (1) \\ \lambda = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial y}}{P_y} \dots \dots \dots (2) \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \dots (3) \end{cases}$$

Calculons la dérivée de la (3) équation par rapport à x et par rapport à y respectivement et

on aura : $\begin{cases} \frac{\partial R}{\partial x} = P_x \\ \frac{\partial R}{\partial y} = P_y \end{cases}$, En remplaçant les valeurs de P_x et P_y , respectivement dans (1) et (2),

$$\text{on aura : } \begin{cases} \lambda = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial x}}{\frac{\partial R}{\partial x}} \\ \lambda = \frac{\frac{\partial U_t}{\partial y}}{\frac{\partial R}{\partial y}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{\partial U_t}{\partial R} \\ \lambda = \frac{\partial U_t}{\partial R} \end{cases}$$

Conséquence : Le multiplicateur de Lagrange (λ), mesure la sensibilité du niveau de l'utilité par rapport à la variation du revenu du consommateur. Il détermine l'effet d'une variation d'une unité monétaire qui constitue le revenu, sur le niveau d'utilité du consommateur. Ce qui signifie que (λ) exprime la variation de l'utilité totale quand le revenu varie d'une unité.

III. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE L'OPTIMUM DU CONSOMMATEUR

Pour représenter graphiquement l'équilibre du consommateur, on aura besoin de la fonction d'utilité (niveau d'utilité à l'équilibre du consommateur) qui peut être formulée

graphiquement par une « **carte d'indifférence** »⁴, ce qui signifie que cette représentation est traduite par plusieurs courbes d'indifférence indiquant les multiples niveaux d'utilité acquis à partir des quantités de biens consommés. Mais le problème du consommateur est lié à son budget, ce qui indique que les degrés d'utilité changent en fonction de la modification du son revenu (R) (toutes choses égales par ailleurs)⁵.

III.1. L'équation de la droite du budget

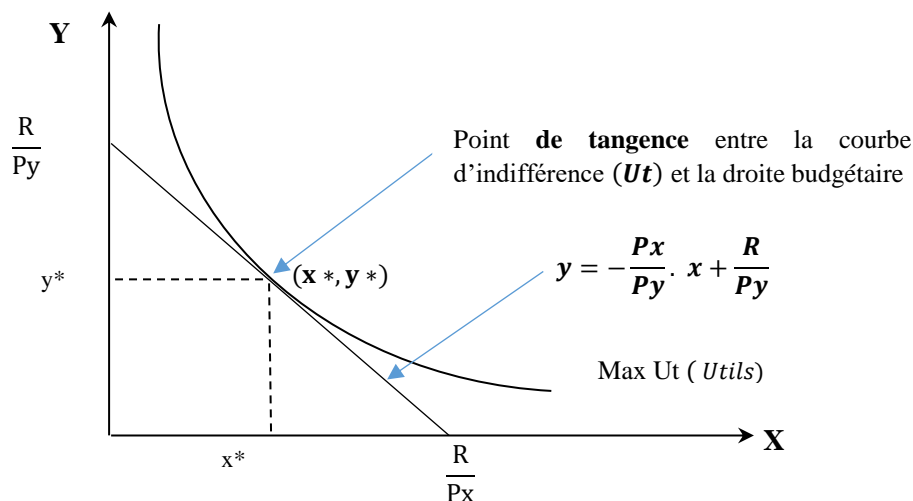
L'équation de la droite budgétaire est représentée comme suit : $R = Px \cdot x + Py \cdot y$. Après quelques opérations mathématiques, on aura l'équation $y = f(x)$ qui se traduit par la formule suivante : $y = -\frac{Px}{Py} \cdot x + \frac{R}{Py}$. Calculons maintenant les points d'intersection entre la droite budgétaire et les deux axes (abscisses et ordonnées) on obtient :

1. Le point d'intersection de la droite budgétaire avec l'axe des abscisses est : $(0, \frac{R}{Px})$.
2. Le point d'intersection de la droite budgétaire l'axe des ordonnées est : $(\frac{R}{Py}, 0)$.

III.2. La valeur de l'utilité totale à l'équilibre

Pour représenter graphiquement le niveau d'utilité associé à la courbe d'indifférence représentative, on devrait calculer le niveau d'utilité maximal. Pour ce faire, on remplace les valeurs des quantités d'équilibre (x^* , y^*) dans la fonction d'utilité. $Max Ut = f(x^*, y^*)$ Utils

Figure 3 : Équilibre du consommateur



III.3. La signification économique de l'équilibre du consommateur

À l'équilibre, le rapport des utilités marginales égales au rapport des prix $(\frac{Umg x}{Px} = \frac{Umg y}{Py})$,

ou : $\frac{Umg x}{Umg y} = \frac{Px}{Py}$; ce qui signifie que la dernière unité monétaire dépensée par le

⁴ Parmi les propriétés fondamentales des courbes d'indifférence, l'ensemble des courbes d'indifférence donne la carte d'indifférence du consommateur.

⁵ Si (R) change, on suppose que (Px) et (Py) restent constants.

consommateur afin d'acquiescer le bien (X) donne la même utilité que cette dernière unité monétaire dépensée pour l'achat du bien (X). De plus, le panier d'équilibre représenté sur le graphique montre que le consommateur atteint le maximum de son utilité au point de **tangence** entre la courbe d'indifférence (Ut) et la droite budgétaire $y = -\frac{Px}{Py} \cdot x + \frac{R}{Py}$.

IV. LES VARIATIONS DE L'ÉQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

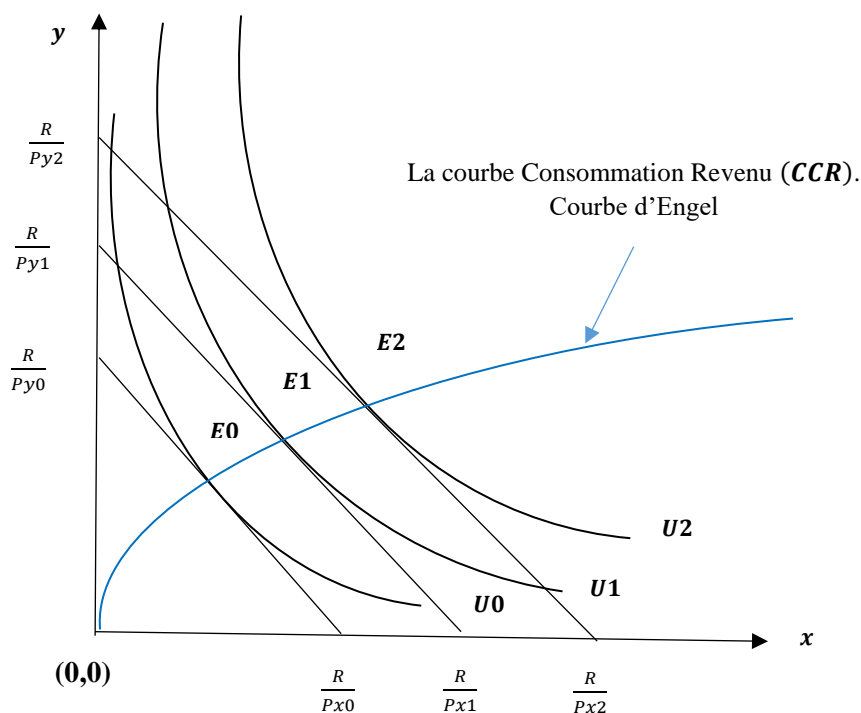
IV.1. Effet de revenu

Il représente la variation de la quantité demandée induite par une modification du pouvoir d'achat du consommateur (revenu (R)). Dans ce cas, la droite budgétaire aura un **déplacement parallèle** jusqu'à ce qu'elle rejoigne le nouveau panier demandé. Dans cette situation, le revenu du consommateur se modifie et la pente reste constante.

IV.2. Construction de la courbe consommation-revenu (CCR) (courbe d'Engel)

Le point d'équilibre (x^*, y^*) que nous avons déterminé dans le cas de deux variables (x, y) est obtenu par rapport à des données économiques déterminées sur le marché et pour une période donnée : (Px, Py et R). Il est important d'étudier le cas de la variation du revenu du consommateur (R). À cet effet, La (CCR) est l'ensemble des points représentatifs des combinaisons optimales des deux biens X et Y , lorsque les prix de ces deux biens restent constants et que le budget du consommateur varie. Cette courbe passe par l'origine des axes et dispose d'une pente positive.

Figure 4 : Courbe consommation-revenu (CCR) (courbe d'Engel)



On a considéré la période pour laquelle (P_x) et (P_y) sont constants, la demande du bien (X) s'exprime alors comme une courbe passant par l'origine des axes $(0, 0)$. La courbe de la figure 4 (qui joint les différents points d'équilibre) montre que : plus le revenu (R) augmente, plus la quantité du bien (X) que le consommateur pourra s'acheter avec son revenu augmente. Ce résultat est interprété de la manière suivante : la demande d'un bien est une fonction croissante de son revenu, cela signifie que la courbe représentative de la demande est croissante. La représentation graphique de la courbe (CCR) est l'évolution des quantités reliant tous les points d'équilibre du consommateur $(E_0, E_1 \text{ et } E_2)$. La courbe située sur la figure n° 04 retrace tous les points d'équilibre du consommateur compte tenu de la variation du revenu du consommateur (ΔR) (toutes choses égales par ailleurs).

Conséquence : La **courbe consommation-revenu** appelée aussi **courbe d'Engel** est formée des points de tangence (qui expriment les points d'équilibre successifs) entre les différentes courbes d'indifférence et les droites budgétaires. La courbe de revenu coupe les axes de coordonnées au point $(0, 0)$ car pour $(R = 0)$, les consommations des biens (x, y) sont nulles $((R = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ et } y = 0)$. La courbe de demande en fonction du revenu dérive de la courbe de consommation-revenu, lieu géométrique des équilibres du consommateur quand le revenu de celui-ci varie, (toutes choses égales par ailleurs).

IV.3. Effet de la variation du prix de l'un des biens

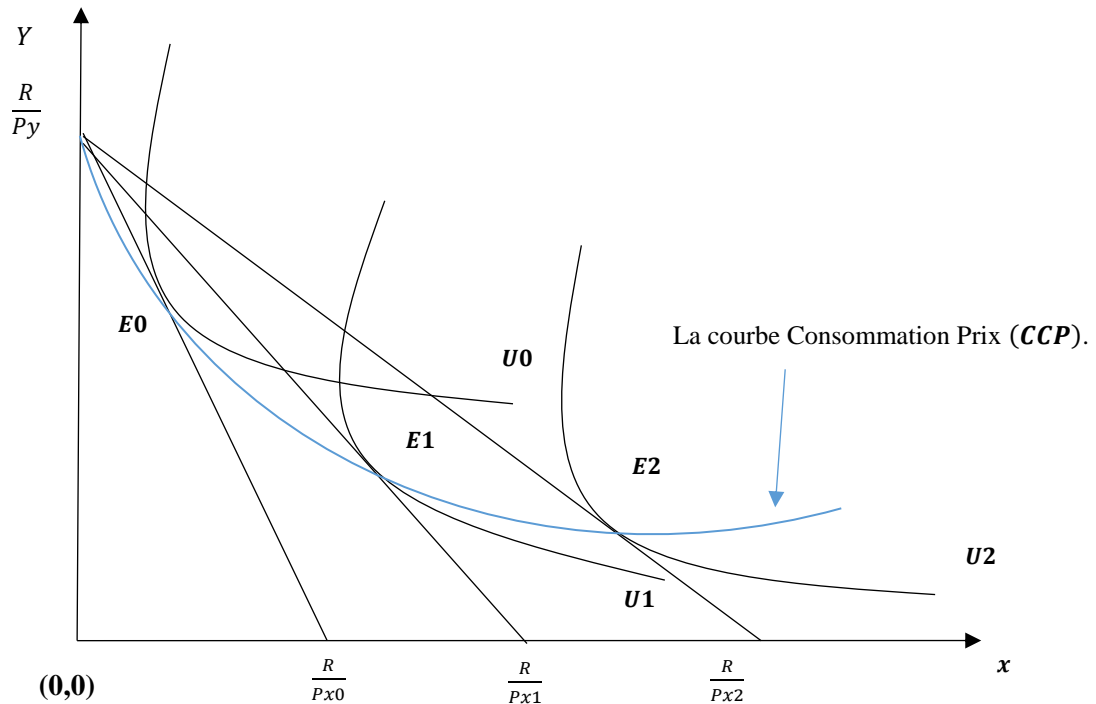
La courbe consommation-prix exprime l'effet de la variation du prix de l'un des deux biens sur les quantités consommées des deux biens (l'autre prix et le revenu étant constants). Cette courbe a pour origine le point $(0, \frac{R}{P_y})$ puisque, si le prix du bien (X) augmente continuellement (toutes choses étant égales par ailleurs), et comme la relation qui existe entre le prix et la demande est une relation inverse, le consommateur ne pourra pas acquérir le bien (X) (la quantité demandée du bien (X) diminue jusqu'à s'annuler), donc le consommateur consacra la totalité de son revenu à l'achat du bien (Y) . Dans le cas où c'est le prix du bien « Y » qui varie, la courbe consommation-prix aura pour origine le point $(\frac{R}{P_x}, 0)$.

IV.3. Construction de la courbe consommation – prix (CCP)

On suppose que le revenu du consommateur est constant et que le prix de l'un des deux biens varie. Supposons, dans ce cas, que c'est le prix du bien (X) qui varie. Lorsque (P_x) varie, et si le consommateur consacre tout son revenu (R) à l'achat du bien (X) , il pourra accéder à une quantité plus importante du bien (X) si le prix (P_x) diminue et si le prix (P_x) augmente, le consommateur va consacrer une partie importante de son budget à

la consommation du bien (Y). D'autre part, on sait que le prix du bien (P_y) n'a pas varié, les droites de budgétaires représentatives auront pour point commun le point $(\frac{R}{P_y})$. On sait que la modification du prix du bien (X) implique une rotation de la droite de budget autour de l'axe des ordonnées au point $(0, \frac{R}{P_y})$. Tout d'abord, on a une rotation de la droite autour du panier initialement demandé. Cela correspond à une modification de la pente de la droite de budget, le pouvoir d'achat étant maintenu constant.

Figure 5 : Courbe consommation-Prix (CCP) (P_x vraie, R et P_y sont constants)



Comme entre temps le prix de (Y) n'a pas varié, les droites de budgets obtenues auront pour point commun le point où la consommation de (Y) est maximale (Cas où il consacre la totalité de son revenu à l'achat de (Y) uniquement). La courbe de la figure 5 (qui joint les différents points d'équilibre) montre que : plus le prix augmente, plus la quantité du bien (X) que le consommateur pourra s'acheter avec son revenu diminue, et le contraire est vrai. Ce résultat est interprété de la manière suivante : la demande d'un bien est une fonction décroissante de son prix (*la loi de la demande*) (Boumoula, 2015), cela signifie que la courbe représentative de la demande est décroissante.

Conséquence : La courbe (CCP) montre que plus le prix **augmente**, la quantité du bien X que le consommateur pourra s'acheter avec son revenu, **diminue**. La **demande** d'un bien est une fonction **décroissante** de **son prix**. La courbe de demande en fonction du prix dérive de la "courbe de consommation-prix", lieu géométrique des équilibres du consommateur quand le prix du bien varie, (toutes choses égales par ailleurs).

V. EFFET DE SUBSTITUTION, EFFET DE REVENU ET EFFET TOTAL

A travers ces effets, on peut savoir comment la demande d'un bien varie lorsque le revenu du consommateur et le prix de l'un des deux biens changent. Le problème consiste donc à décomposer l'effet total (**ET**) en effet de substitution (**ES**) et effet de revenu (**ER**).

V.1. L'effet de substitution (**ES**)

La variation de prix n'affecte pas le niveau d'utilité du consommateur. La modification des quantités consommées est alors attribuable à la substitution du bien comparativement moins cher d'un autre bien relativement plus cher. L'effet de substitution mesure en fait la variation de la demande due à une modification du prix, c'est-à-dire que lorsque (**x**) augmente, (**y**) diminue (l'inverse est vrai).

En règle générale, une augmentation du prix relatif P_x/P_y engendre un effet de substitution, se traduisant par une augmentation de la demande des **Y** au détriment des **X**, et vice versa. (MOUHOUBI, 2008).

Remarque : Le calcul de la variation (substitution) se fait comme suit : On compte les quantités d'équilibre par rapport à la situation initiale (au préalable, il n'y a pas de modification du prix de l'un des deux biens) et on déduit la valeur du niveau de l'utilité maximale. Ensuite, on calcule les quantités d'équilibre lorsque le prix de l'un des deux biens change tout en tenant compte de la contrainte (dans ce cas, c'est le niveau d'utilité initial qui devient la contrainte : principe de demande hicksienne). Au final, on dénombre la différence des quantités consommées de la deuxième situation par rapport à la première situation. On a donc : ($\Delta P_x : ES \Rightarrow$ **Substitution de y à x**) et ($\Delta P_y : ES \Rightarrow$ **Substitution de x à y**)

Lorsque le prix de l'un des deux biens subit une variation, la valeur réelle du revenu du consommateur « le pouvoir d'achat » reste inchangée car le niveau de satisfaction reste inchangé. Le point d'équilibre du consommateur reste sur la même courbe d'indifférence et on passe d'une combinaison d'équilibre à une autre.

V.2. L'effet de revenu (**ER**)

C'est la variation de la demande due à une modification du pouvoir d'achat. En passant d'un point d'équilibre à un autre et on aura dans ce cas, un déplacement parallèle de la nouvelle droite budgétaire jusqu'à ce qu'elle atteigne le nouveau panier demandé. A cet effet, le pouvoir d'achat se modifie et la pente reste constante. Si le pouvoir d'achat du consommateur augmente, le nouveau panier accessible sera d'une satisfaction meilleure. A priori, cet effet va conduire le consommateur à consommer davantage. Notons que cet effet est positif si le bien en question est normal. Puisque le revenu du consommateur est fixe, la hausse ou la baisse du prix de l'un des deux biens se traduit par une baisse ou une

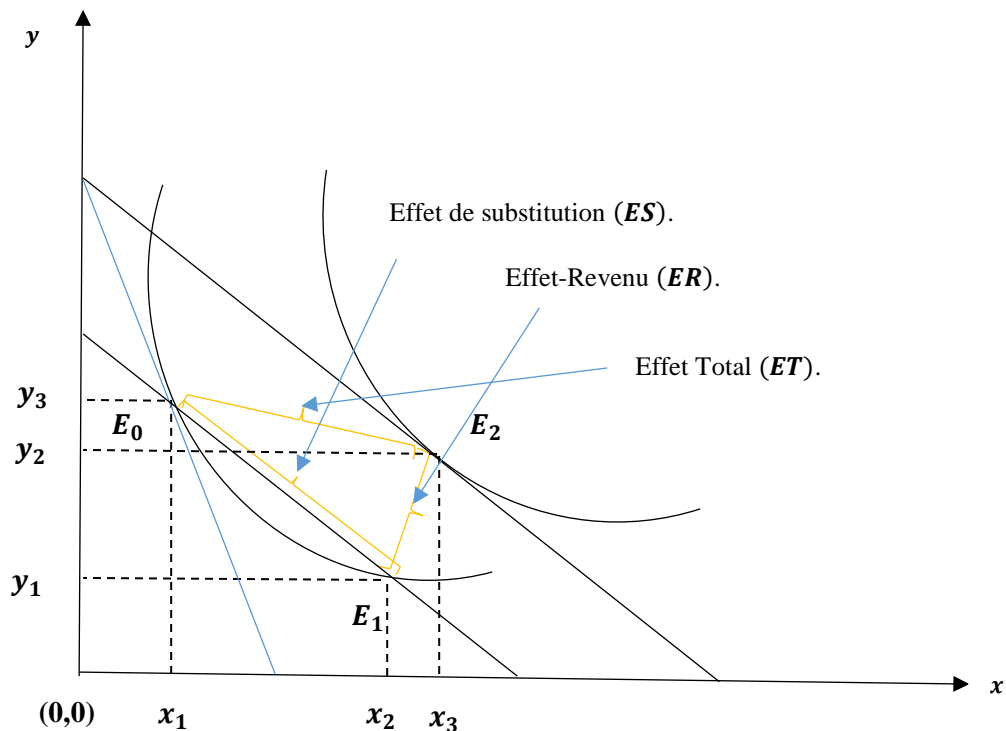
augmentation (respectivement) du pouvoir d'achat du consommateur, donc une baisse ou une hausse de son revenu réel.

Remarque : Le calcul de la variation se fait comme suit : On compte les quantités d'équilibre tout en prenant en considération la variation du prix de l'un des deux biens. Dans ce cas, la contrainte liée à cet effet est le niveau d'utilité initial (principe de demande hicksienne ou demande compensée). Ensuite, On calcule les quantités d'équilibre par rapport à la situation finale (c'est-à-dire quand le prix de l'un des deux biens change). Au final, on calcule la différence des quantités consommées de la situation d'équilibre avec modification du prix par rapport à la première situation (équilibre initial). L'effet de revenu signifie qu'une baisse du pouvoir d'achat se traduit, toutes choses égales par ailleurs, par une diminution des quantités demandées de chaque bien.

V.3. L'effet total (ET)

La variation de la demande d'un bien à la suite de la variation du prix du bien. L'effet total est la somme des effets de substitution et de revenu. C'est-à-dire qu'au total, ces deux effets conjugués, font que la quantité d'un bien varie en unités, tandis que la quantité de l'autre bien ne subit aucune modification. La variation totale de la demande, est une variation due au changement de prix, le revenu étant maintenu constant. Supposons que (R) et (Py) restent constants et que (Px) subit une variation.

Figure 6 : représentation graphique des deux effets : Effet de substitution et effet Revenu



V.4. Exercice d'application (effet de substitution et effet-Revenu)

Un consommateur a pour fonction d'utilité suivante : $Ut = f(x, y) = 4 \cdot x \cdot y$ où x et y représentent les quantités de biens X et Y consommées. On suppose que $R = 300$ DA, $P_x = 15$ DA et $P_y = 25$ DA. On suppose que P_x varie, $P'_x = 10$ DA et que P_y et R restent constants : Calculer l'effet de substitution, l'effet-Revenu et l'effet total ?

V.5. Corrigé de l'exercice d'application (effet de substitution et effet-Revenu)

Effet de substitution et Effet de Revenu pour $Ut = f(x, y) = 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{0,5}$ et $P'_x = 10$ DA

$$\text{Situation initiale : A l'équilibre, } \begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ S/C \quad R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,5 \cdot 2 \cdot x^{-0,5} \cdot y^{0,5}}{0,5 \cdot 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{-0,5}} = \frac{15}{25} \Leftrightarrow \\ 300 = 15 \cdot x + 25 \cdot y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y^{0,5} \cdot y^{0,5}}{x^{0,5} \cdot x^{0,5}} = \frac{y}{x} = \frac{15}{25} \Leftrightarrow \\ 300 = 15 \cdot x + 25 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{15}{25} \cdot x \\ 300 = 15 \cdot x + 25 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{5} \cdot x \\ 300 = 15 \cdot x + 25 \left(\frac{3}{5} \cdot x\right) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{5} \cdot x \\ 300 = 15 \cdot x + 15 \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{5} \cdot x \\ 30 \cdot x = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{5} \cdot x \\ x = \frac{300}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{5} \cdot 10 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \text{ Unités} \\ y = 6 \text{ Unités} \end{cases}$$

Calculant l'utilité pour la situation initiale : $U_0 = f(10, 6) = 2 \cdot (10)^{0,5} \cdot (6)^{0,5} = 15,49$ Utils.

$$\text{Situation finale : A l'équilibre, } \begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P'_x}{P_y} \\ S/C \quad R = P'_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,5 \cdot 2 \cdot x^{-0,5} \cdot y^{0,5}}{0,5 \cdot 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{-0,5}} = \frac{10}{25} \Leftrightarrow \\ 300 = 10 \cdot x + 25 \cdot y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y^{0,5} \cdot y^{0,5}}{x^{0,5} \cdot x^{0,5}} = \frac{y}{x} = \frac{10}{25} \Leftrightarrow \\ 300 = 10 \cdot x + 25 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{10}{25} \cdot x \\ 300 = 10 \cdot x + 25 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ 300 = 10 \cdot x + 25 \left(\frac{2}{5} \cdot x\right) \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ 300 = 10 \cdot x + 10 \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ 20 \cdot x = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ x = \frac{300}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot 15 \\ x = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \text{ Unités} \\ y = 6 \text{ Unités} \end{cases}$$

Calculant l'utilité pour la situation finale : $U_2 = f(15, 6) = 2 \cdot (15)^{0,5} \cdot (6)^{0,5} = 18,97$ Utils

$$\text{Situation intermédiaire : A l'équilibre, } \begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P'_x}{P_y} \\ S/C \quad 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{0,5} = U_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,5 \cdot 2 \cdot x^{-0,5} \cdot y^{0,5}}{0,5 \cdot 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{-0,5}} = \frac{10}{25} \Leftrightarrow \\ 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{0,5} = 15,49 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{y^{0,5} \cdot y^{0,5}}{x^{0,5} \cdot x^{0,5}} = \frac{y}{x} = \frac{10}{25} \Leftrightarrow \\ 2 \cdot x^{0,5} \cdot y^{0,5} = 15,49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ 2 \cdot x^{0,5} \cdot \left(\frac{2}{5} \cdot x\right)^{0,5} = 15,49 \Leftrightarrow \\ 2 \cdot x^{0,5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{0,5} \cdot x^{0,5} = 15,49 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ 2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{0,5} \cdot x = 15,49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot x \\ x = \frac{15,49}{2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{0,5}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{5} \cdot 12,3 \\ x = 12,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12,3 \text{ Unités} \\ y = 4,92 \text{ Unités} \end{cases}$$

Effet de Substitution : $\begin{cases} \text{En terme de X: } \Delta x = X_1 - X_0 = 12,3 - 10 = +2,3 \\ \text{En terme de Y: } \Delta y = Y_1 - Y_0 = 4,92 - 6 = -1,08 \end{cases}$

L'effet de substitution est la variation de la demande due à une modification du prix, c'est-à-dire que X augmente de **2,3 unités** et Y diminue de **1,08 unités**.

Effet de Revenu : $\begin{cases} \text{En terme de X: } \Delta x = X_2 - X_1 = 15 - 12,3 = +2,7 \\ \text{En terme de Y: } \Delta y = Y_2 - Y_1 = 6 - 4,92 = +1,08 \end{cases}$. L'effet de revenu est la

variation de la demande due à une modification du pouvoir d'achat (ou du revenu). C'est-à-dire que X augmente de **2,7 unités**, tandis que « Y » augmente de **1,08 unités**.

$$\text{Effet Total : } \begin{cases} \text{En terme de X: } \Delta x = X_2 - X_0 = 15 - 10 = +5 \\ \text{En terme de Y: } \Delta y = Y_2 - Y_0 = 6 - 6 = 0 \end{cases}$$

L'effet total représente la variation de la demande d'un bien à la suite de la variation du prix du bien. L'effet total est la somme des effets de substitution et de revenu. C'est-à-dire qu'au total, ces deux effets conjugués, font que la quantité de X augmente de **5 unités**, tandis que la quantité de Y ne subit **aucune modification**.

VI. EXERCICE D'APPLICATION

Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (2)

Les préférences d'un lecteur de romans (I) sont résumées dans la fonction d'utilité totale donnée par l'équation suivante : $U_t = f(x, y) = 2 \cdot x^{0,7} \cdot y^{0,5}$, dans laquelle (x) représente le nombre de livres achetés sous format électronique et " y " représente le nombre de livres achetés en format « papier ». Les prix unitaires des deux types de romans sont respectivement : $P_x = 150 \text{ DA}$ et $P_y = 75 \text{ DA}$. Le revenu du consommateur est de : $R = 45000 \text{ DA}$.

1. Donnez l'expression mathématique du TMS $y \rightarrow x$. Calculez sa valeur lorsque $x = 35$ et $y = 50$, puis commentez le résultat obtenu.
2. Si le lecteur de romans décide de réduire le nombre de livres achetés en format « papier » de **4 unités**, quelle serait la variation du nombre de livres achetés sous format électronique pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction (*Donnez une réponse complète*) ?
3. Calculez les quantités (x^* , y^*) qui maximisent l'utilité du lecteur de romans. (*Utilisez la méthode de Lagrange*).
4. Quel est l'effet d'une diminution du revenu du consommateur de 10% sur le niveau d'utilité (*Prenez 2 chiffres après la virgule*) ?
5. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur. (*2 chiffres après la virgule*)

VI.1. Corrigé de l'exercice d'application

La fonction d'utilité totale donnée par l'équation suivante : $U_t = f(x, y) = U_t = f(x, y) = 2 \cdot x^{0,7} \cdot y^{0,5}$, dans laquelle " x " représente le nombre de livres achetés sous format électronique et " y " représente le nombre de livres achetés en format « papier ». Les prix unitaires des deux types de romans sont respectivement : $P_x = 150 \text{ DA}$ et $P_y = 75 \text{ DA}$. Le revenu du consommateur est de : $R = 45000 \text{ DA}$.

1. Donnez l'expression mathématique du TMS $y \rightarrow x$. Calculez sa valeur lorsque $x=35$ et $y=50$, puis commentez le résultat obtenu.

$$\text{TMS } y \rightarrow x = \frac{U_{mg_y}}{U_{mg_x}} = 2 \cdot 0,5 \cdot x^{0,7} \cdot y^{-0,5} \cdot y^{0,5} / (2 \cdot 0,7 \cdot x^{-0,3} \cdot y^{0,5})$$

$$TMS y \rightarrow x = \frac{Umg_y}{Umg_x} = \frac{2.0,5. x^{0,7}. y^{-0,5}}{2.0,7. x^{-0,3}. y^{0,5}} = \frac{5. x^{0,7}. x^{0,3}}{7. y^{0,5}. y^{0,5}} = \frac{5x}{7y} \Leftrightarrow TMS y \rightarrow x = \frac{5x}{7y}$$

$$x = 35 \text{ et } y = 50 \Leftrightarrow TMS y \rightarrow x = \frac{5. 35}{7. 50} = \frac{175}{350} = +\frac{1}{2}$$

Analyse du résultat : Le lecteur de romans (I) garde le même niveau d'utilité s'il substitue 1/2 livres achetés sous format électronique par un livre acheté en format « papier ».

2. Si le lecteur de romans décide de réduire le nombre de livres achetés en format « papier » de 4 unités, quelle serait la variation du nombre de livres achetés sous format électronique pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction (Donnez une réponse complète) ?

TMS y → x	Δ x		Δ y	Δ Ut	$\Delta x = \frac{(-4) \cdot (\frac{1}{2})}{-1} = +2$
	+ 1/2	→	- 1	0	
	Δ x	→	- 4	0	

TMS y → x = 2, On applique la règle de trois : Le lecteur de romans (I) doit acheter 2 livres supplémentaires sous format électronique pour qu'il puisse réduire le nombre de livres en format « papier » de 4 unités tout en gardant le même niveau de satisfaction.

3. Calculez les quantités (x*, y*) qui maximisent l'utilité du consommateur. (Utilisez la méthode de Lagrange).

$$\begin{cases} \text{Max } Ut = f(x, y) \\ S/C R = Px \cdot x + Py \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Max } Ut = f(x, y) = 2. x^{0,7} \cdot y^{0,5} \\ S/C 45000 = 150x + 75y \end{cases}$$

$$L(x, y, \lambda) = 2. x^{0,7} \cdot y^{0,5} + \lambda \cdot (45000 - 150x - 75y),$$

$$\begin{cases} L'(x) = 0 \\ L'(y) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.0,7. x^{-0,3} \cdot y^{0,5} - 150 \cdot \lambda = 0 \\ 2.0,5. x^{0,7} \cdot y^{-0,5} - 75 \cdot \lambda = 0 \\ 45000 - 150x - 75y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2.0,7. y^{0,5}}{x^{0,3}} = 150 \cdot \lambda \\ \frac{2.0,5. x^{0,7}}{y^{0,5}} = 75 \cdot \lambda \\ 45000 = 150x + 75y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \lambda = \frac{1,4 \cdot y^{0,5}}{150 \cdot x^{0,3}} \dots \dots \dots (1) \\ \lambda = \frac{x^{0,7}}{75 \cdot y^{0,5}} \dots \dots \dots (2) \end{cases}, \text{ on met (1) = (2) et on obtient : } \begin{cases} \frac{14 \cdot y^{0,5}}{150 \cdot x^{0,3}} = \frac{10 \cdot x^{0,7}}{75 \cdot y^{0,5}} \\ 45000 = 150x + 75y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1050 \cdot y^{0,5} \cdot y^{0,5} = 1500 \cdot x^{0,7} \cdot x^{0,3} \\ 45000 = 150x + 75y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1050y = 1500x \\ 45000 = 150x + 75y \end{cases}$$

$\begin{cases} y = \frac{1500}{1050} x = \frac{10}{7} x \\ 45000 = 150x + 75y \end{cases}$, Remplaçant la valeur de Y (y = x) dans l'équation de la droite budgétaire (3) :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{10}{7} x \\ 45000 = 150x + 75(\frac{10}{7} x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{10}{7} x \\ 45000 = \frac{1050 \cdot x + 750 \cdot x}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{10}{7} x \\ 45000 = \frac{1800 \cdot x}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \frac{10}{7} x \\ x = \frac{315000}{1800} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 175 \text{ Unités} \\ y = 250 \text{ Unités} \end{cases}$$

Les quantités d'équilibre qui maximisent la fonction-objectif du lecteur de romans sont $(x^*, y^*) = (175, 250)$.

4. Quel est l'effet d'une diminution du revenu du consommateur de 10% sur le niveau d'utilité (Prenez 2 chiffres après la virgule) ?

$$\text{Le multiplicateur de Lagrange } \lambda : \lambda = \frac{1,4 \cdot (250)^{0,5}}{150 \cdot (175)^{0,3}} = \frac{22,13}{706,32} = 0,03 \frac{\text{Util}}{\text{DA}}$$

$$\Delta R = 10\% \Leftrightarrow R = 45000 \frac{10}{100} = -4500 \text{ DA.}$$

$$\text{On a } \lambda = \frac{\Delta Ut}{\Delta R} \Leftrightarrow \Delta Ut = \lambda \cdot \Delta R = -4500 \cdot (0,03), \Delta Ut = -135 \text{ Utils.}$$

Une diminution de 10% de R, entraîne une diminution de l'utilité totale de 135 Utils.

5. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur (Prenez 2 chiffres après la virgule)

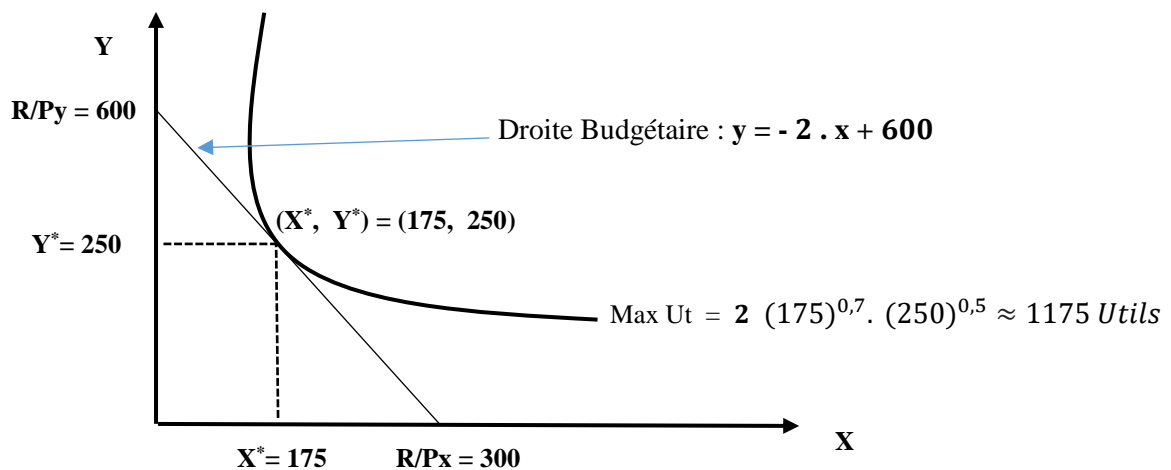
L'équation de la droite du budget :

$$R = Px \cdot x + Py \cdot y \Leftrightarrow y = -\frac{Px}{Py} \cdot x + \frac{R}{Py} \Leftrightarrow y = -\frac{150}{75} \cdot x + \frac{45000}{75} \Leftrightarrow y = -2 \cdot x + 600$$

Les extrémités de la droite budgétaire sont : A(300, 0) et B(0, 600)

Le niveau de l'utilité à l'équilibre :

$$\text{Max } Ut = f(x^*, y^*) = f(175, 250) = 2 \cdot (175)^{0,7} \cdot (250)^{0,5} = 2 \cdot 37,16 \cdot 15,81 \approx 1175 \text{ Utils.}$$



VII. FONCTION DE LA DEMANDE ET NOTION D'ÉLASTICITÉ DE LA DEMANDE

VII.1. Expression, construction et déplacement de la courbe de demande

VII.1.1. L'expression de la demande

La théorie microéconomique conduit à dire que la fonction de demande est la relation entre la quantité optimale demandée d'un bien et les valeurs possibles des variables qui la déterminent (Px, Py et R). En analyse microéconomique, la demande individuelle d'un

bien est une fonction dépendant de plusieurs variables, à savoir les prix des biens et le revenu du consommateur (Biales, 2013).

La fonction de demande est une fonction à plusieurs variables où le choix de consommation dépend de plusieurs variables : le prix du bien considéré, le prix des autres biens, le revenu du consommateur, ses goûts et préférences. etc.

La demande (Dx) pour le cas de n biens (x_1, x_2, \dots, x_n) peut donc être formalisée par rapport aux variables économiques suivantes : $Dx = f(Px_1, Px_2, \dots, Px_n, R)$

D'une part, si l'on admet qu'il existe deux biens parmi lesquels le consommateur effectue ses choix, (Px) symbolise le prix du bien (X), (Py) représente le prix du bien (Y) et (R) est le revenu du consommateur. La fonction de demande devient : $Dx = f(Px, Py, R)$.

D'autre part, si l'on considère la période au cours de laquelle Px et R sont constants, la demande du bien (x) s'exprime alors comme une fonction de la seule variable (Px). On aura donc : $Dx = f(Px)$.

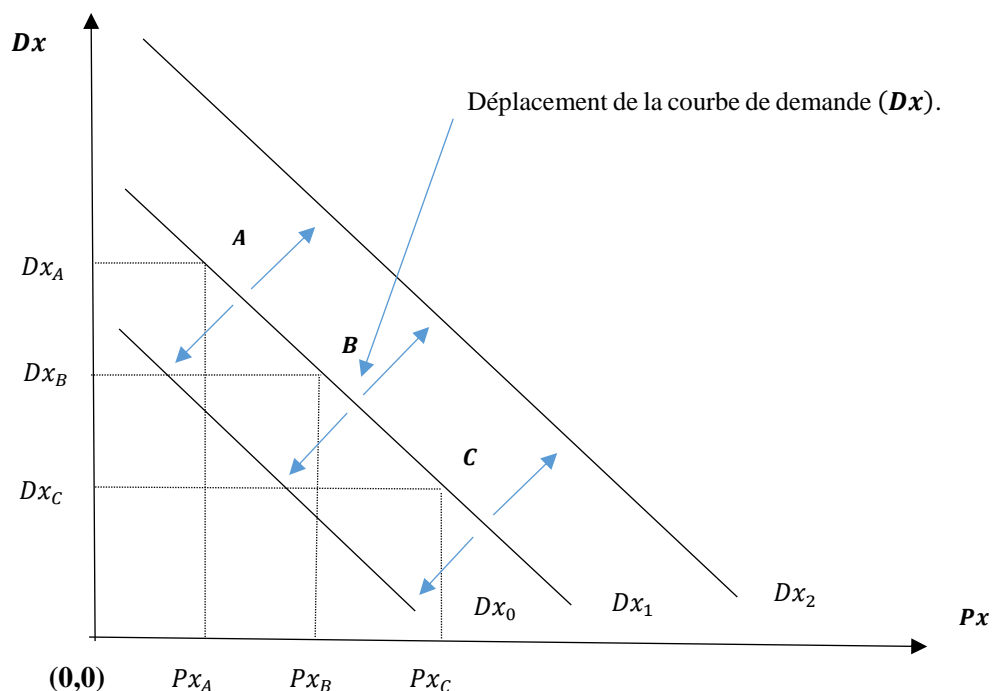
Conséquence :

- La demande d'un bien est normalement une fonction décroissante du prix de ce bien ;
- La demande d'un bien est normalement une fonction croissante du revenu du consommateur.

VII.1.2. Construction et déplacement de la courbe de demande

Pour tracer les courbes de demande sur un graphique, il faut que la demande soit décroissante (plus le prix baisse, plus la demande augmente).

Figure 7 : Représentation graphique de la courbe de demande (cas d'une même pente)



1. Lorsque la demande augmente, la courbe de demande se déplace vers la droite (droite (Dx_2) sur le graphique). Il y a un nouvel équilibre qui se traduit par des quantités achetées plus importantes et un prix plus élevé (le consommateur est prêt à dépenser plus pour avoir le bien demandé). Lorsque la demande baisse, la courbe de demande se déplace vers la gauche (droite (Dx_0)) et cela fait baisser le prix ainsi que les quantités. Le déplacement de la courbe de demande de (Dx_1) à (Dx_0) ou de (Dx_1) à (Dx_2) indique un changement dans les **conditions** de la demande.

2. Sur le long de la droite représentative de (Dx_1) , un déplacement du point (A) vers (B) ou (C) indique que lorsque le prix du bien (Px) varie, la quantité demandée du bien varie inversement (loi microéconomique de la demande du bien (X)).

Conséquence : On dit qu'un changement des conditions de la demande entraîne un **déplacement de** la courbe de demande, contrairement à un déplacement **le long de la courbe** qui signifie une variation des quantités demandées consécutivement à la variation du prix du bien.

VII.1.3. Notions de bien ordinaire (normal) et bien inférieur

Si une augmentation du revenu du consommateur (R) entraîne la hausse de la demande du bien (X) , on dira que le bien en question est un **bien ordinaire** pour le consommateur. Si par contre, une augmentation du revenu du consommateur (R) n'entraîne pas d'accroissement de la demande du bien (X) , le bien (X) est dit **bien inférieure ou bien de Giffen** pour le consommateur.

VII.1.4. Notion de biens complémentaires et biens équivalents (substituables)

Supposons que le prix du bien (Px) et le revenu du consommateur (R) **restent constants**, le bien (Y) , sera dit **complémentaire** du bien (X) si une **augmentation** du prix (Py) du bien (Y) entraîne **une diminution** de la quantité demandée du bien (X) . Le bien (Y) sera dit **équivalent ou substituable** au bien (X) si **une augmentation du prix (Py)** du bien (Y) entraîne **une augmentation de la quantité** du bien (X) .

VII.1.5. Quelques particularités de la loi microéconomique de la demande

➤ La demande est une fonction croissante du prix du bien sous trois effets possibles :

L'effet Giffen : la demande croît avec le prix quand le bien est de première nécessité (l'effet de revenu fait plus qu'annihiler l'effet de substitution) ;

L'effet Veblen : la demande des biens de luxe peut croître avec le prix à cause du comportement ostentatoire de certains consommateurs ;

L'effet d'anticipation : en situation d'incertitude, la demande peut croître lorsque les consommateurs nourrissent des anticipations inflationnistes ; cet effet peut être renforcé par un effet de spéculation (acheter d'autant plus maintenant que l'on espère pouvoir vendre plus cher plus tard).

La demande est une fonction décroissante du revenu du consommateur pour les biens de type Giffen à cause de l'effet qualité : la croissance de son revenu amène le consommateur à substituer progressivement aux biens de qualité médiocre des biens de qualité supérieure.

VII.1.6. La demande du marché

La demande du marché ou demande globale (agrégée) d'un bien correspond à la somme (agrégation) des demandes individuelles exprimées par l'ensemble des consommateurs à un moment donné.

VII.2. Notion d'élasticité de la demande

L'élasticité prix de la demande mesure l'effet de variation du prix de 1% sur la quantité demandée (toutes choses égales par ailleurs) ou encore, c'est le rapport de la variation relative ou (en %) de la demande et la variation relative ou (en %) du prix (toutes choses étant égales par ailleurs). Il existe autant d'élasticités que de variables dans la fonction de demande :

a. Élasticité de la demande au revenu ($E_{Dx/R}$)

$$E_{Dx/R} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta R} \times \frac{R}{D_x} ; \text{ Elle permet de déterminer la nature du bien.}$$

1. $E_{Dx/R} < 0$: Le bien (X) est un bien inférieur ;
2. $0 > E_{Dx/R} > 1$: Le bien (X) est un bien normal ;
3. $E_{Dx/R} > 1$: Le bien (X) est un bien de luxe.

b. Élasticité directe de la demande au prix (P_x)

$$E_{Dx/P_x} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \times \frac{P_x}{D_x} ; \text{ Elle permet d'expliquer la nature de la demande par rapport au bien (X).}$$

- 1) $(-E_{Dx/P_x}) = +\infty$: La demande en bien (X) est parfaitement élastique ;
- 2) $(-E_{Dx/P_x}) > 1$: La demande en bien (X) est élastique ;
- 3) $(-E_{Dx/P_x}) = 1$: La demande en bien (X) est unitaire (iso-lastique) ;
- 4) $(-E_{Dx/P_x}) < 1$: La demande en bien (X) est inélastique ;
- 5) $(-E_{Dx/P_x}) = 0$: La demande en bien (X) est Parfaitement inélastique.

c. Élasticité croisée (ou de substitution) de la demande au prix (Py)

$$E_{D_x/P_y} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \times \frac{P_y}{D_x}; \text{ Elle permet de déterminer la relation qui existe}$$

entre les deux biens.

1. $E_{D_x/P_y} > 0$: Les biens en question sont substituables ;
2. $E_{D_x/P_y} = 0$: Les biens en question sont indépendants ;
3. $E_{D_x/P_y} < 0$: Les biens en question sont complémentaires.

d. Élasticité d'arc (ou moyenne)

$$E_{arc} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{\frac{D_1 + D_2}{2}}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{\frac{P_1 + P_2}{2}}\right)\%} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{(D_1 + D_2)}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{(P_1 + P_2)}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \times \frac{(P_1 + P_2)}{(D_1 + D_2)}; \text{ Elle est utilisée pour calculer}$$

l'élasticité prix de la demande entre deux points situant sur la courbe de demande.

VII.3. Détermination de la fonction de demande à partir de la fonction d'utilité totale

Pour extrapoler la fonction de demande à travers la fonction d'utilité du consommateur (les conditions économiques du consommateur varient P_x, P_y et R), on va procéder à la démonstration mathématique par la méthode de Lagrange. Afin de concrétiser cette fonction de demande, on va utiliser un exemple pratique : Un consommateur a pour fonction d'utilité suivante : $Ut = f(x, y) = 2 \cdot x^2 \cdot y$ où P_x, P_y et R varient sur le marché.

L'expression mathématique des fonctions de demande des biens (x) et (y) respectivement :

On sait qu'à l'équilibre du consommateur, le rapport des utilités marginales est égale au rapport des prix.

$$\text{Les combinaisons d'équilibre : } \begin{cases} \frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{P_x}{P_y} \\ S/C \quad R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{4 \cdot x \cdot y}{2 \cdot x^2} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2y}{x} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \\ R = P_x \cdot x + P_y \cdot \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \\ R = \frac{2 \cdot P_x \cdot x + P_x \cdot x}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \\ 2 \cdot R = 3 \cdot P_x \cdot x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = \frac{P_x}{2 \cdot P_y} \cdot x \dots (1) \\ x = \frac{2 \cdot R}{3 \cdot P_x} \dots (2) \end{cases}, \text{ en remplaçant la valeur de (x) de l'équation (2) dans l'équation (1)}$$

et on obtient :
$$\begin{cases} y = \frac{Px}{2.Py} \cdot \frac{2.R}{3.Px} \\ x = \frac{2.R}{3.Px} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{R}{3.Py} \\ x = \frac{2.R}{3.Px} \end{cases}$$
, X et Y représentent les fonctions de

demande des deux biens respectivement x et y, donc on peut noter aussi
$$\begin{cases} Dx = \frac{2.R}{3.Px} \\ Dy = \frac{R}{3.Py} \end{cases}$$

Les fonctions de demandes des deux biens (x) et (y) sont ($Dx = \frac{2.R}{3.Px}$) et ($Dy = \frac{R}{3.Py}$) respectivement.

CHAPITRE 3 : LA THÉORIE DU COMPORTEMENT DU PRODUCTEUR

Le producteur (l'entreprise) est une personne physique ou morale qui détient un centre de décision autonome dont l'activité principale consiste à transformer des quantités de biens acquises sur le marché pour fabriquer un produit (P). En produisant puis en vendant, le producteur cherche à **optimiser son profit** (ou sa **production**). En tenant compte de sa rationalité, l'objectif du producteur découle donc des quantités de biens qu'il transforme (Inputs ou facteurs de production) pour obtenir les quantités produites (Outputs ou production) qu'il offre sur le marché. Les dépenses induites par l'acquisition et la transformation des facteurs de production constituent des « **coûts de production** » du produit (P).

I. DÉFINITION ET TYPOLOGIE DES FONCTIONS DE PRODUCTION

Le comportement rationnel du producteur s'analyse par la relation entre les quantités produites et les quantités de facteurs utilisées : C'est l'approche par **les fonctions de production** et par la relation entre les recettes et les dépenses (approche par **les fonctions de coûts**). Autrement dit, ce que l'on va appeler **la fonction d'offre** du producteur sur le marché de (P) peut être analysée du point de vue **technique** (combinaison des facteurs et du volume de production) ou du point de vue **économique** (quantités vendues et prix des facteurs de production) (Boumoula, 2015). Certains facteurs de production demeurent fixes durant **la période** de production pendant que d'autres facteurs varient en fonction **du volume** de la production.

I.1. Fonction de production de courte durée

La « fonction de production » exprime le processus de production par une relation mathématique entre les quantités utilisées des facteurs de production (les inputs) et la quantité produite d'un bien (l'output). « Une fonction de production est une relation entre un ensemble de combinaisons de facteurs de production, et l'ensemble correspondant des

quantités d'un certain bien produit à partir de ces combinaisons » (Germain, 1969). On distingue, le plus souvent, deux facteurs de production : le travail, désigné par la lettre (L) et le capital représenté par la lettre (k). Le capital comprend tous les biens durables (outils, machines, bâtiments, etc.) utilisés par le producteur pour fabriquer le produit (P). La fonction de production s'écrit alors : $P = f(k, L)$. L'étude des décisions de production peut être menée dans le court terme ou le long terme. La distinction entre les deux dépend du degré de flexibilité des facteurs de production. En courte période, un seul facteur de production est variable. En longue période, tous les facteurs sont variables. Le plus souvent on admet que le facteur variable est le travail. En général, le producteur peut adapter le volume de travail (L) plus rapidement que celui du capital (k).

On définit, pour une période temporelle déterminée de production, deux types de facteurs de production : le facteur fixe et le facteur variable. Un facteur de production est dit **fixe**, lorsque la quantité utilisée de ce facteur est indépendante de la quantité fabriquée du produit, au cours d'une période donnée. Par contre, un facteur de production est considéré comme étant **variable**, lorsque la quantité utilisée de ce facteur dépend de la quantité fabriquée (du volume produit) du produit durant la même période. Autrement dit, lorsque la quantité utilisée, de ce bien, augmente avec l'augmentation du volume de production.

Exemple :

Facteurs de production fixes	Facteurs de production variables
- Terrains	- Matières premières
- Bâtiments	
- Usines	
- Ateliers	- Main d'œuvre (Heures de travail, nombre de travailleurs employés.)
- Machines	
- Outillages	
- Équipements	

II. LA FONCTION DE PRODUCTION À COURT TERME

L'approche technique du comportement du producteur est fondée sur l'étude de la relation entre la quantité produite et les quantités de facteurs utilisées. C'est l'analyse par les fonctions de production.

II.1. La fonction de production de courte période

La courte période (CP) sera donc définie comme étant la période où « la capacité de production » installée reste inchangée. En courte période, la main d'œuvre et les matières

premières sont des facteurs variables tandis que les bâtiments et l'outillage sont des facteurs fixes.

Supposons donc un producteur (une entreprise) qui fabrique avec une capacité donnée de production, un produit (P) à partir de deux quantités de facteurs (k_0) supposé **fixe** et (l) supposé **variable**. On pourra écrire : $P = f(k_0, l)$. Cette fonction exprime le lien entre la quantité produite et les quantités de facteurs de production utilisés.

II.2. Les propriétés fondamentales de la fonction de production de courte période

- 1/ Elle est supposée continue et dérivable sur son intervalle de définition (Cela implique que les quantités de facteurs de production sont **divisibles** « à l'infini ») ;
- 2/ Elle obéit au principe de la productivité marginale décroissante ;
- 3/ Elle est définie pour une période temporelle, donc elle relève de l'analyse statique.

II.3. Les productivités physiques du facteur de production : « travail » (courte période)

A partir de la relation « technique » qui relie le volume du produit (p) aux quantités de facteurs k et l , on définit les concepts suivants :

a- La Productivité Physique Totale (PPT_l) : exprime le volume de production (P) (output) obtenu à l'aide d'une combinaison d'une quantité k_0 d'un facteur fixe et d'une autre quantité (l) d'un facteur variable.

$$PPT_l = f(k_0, l) =$$

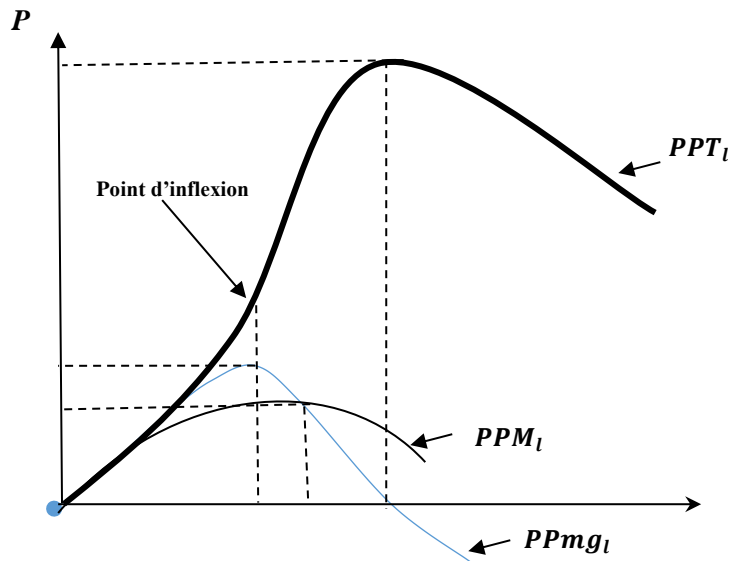
b- La Productivité Physique Moyenne (PPM_l) : La productivité de chaque unité du facteur travail (l) est mesurée par la productivité physique moyenne, elle correspond au rapport de la productivité physique totale (PPT_l) sur le nombre d'unités nécessaires du facteur travail.

$$PPM_l = \frac{PPT_l}{l} = \frac{f(k_0, l)}{l}$$

c- La Productivité Physique Marginale ($PPmg_l$) : La productivité marginale du facteur travail est le supplément de quantité produite suite à une unité supplémentaire de ce facteur utilisée dans la production. La productivité physique marginale du facteur (l) peut être définie comme étant la variation de la productivité physique totale (PPT_l), consécutive à une variation unitaire de la quantité du facteur (l). $PPmg_l = \frac{\Delta PPT_l}{\Delta l}$, mathématiquement, elle correspond à la limite du rapport (ΔPPT) sur (Δl), quand (Δl) devient de plus en plus petit ($\Delta l \rightarrow 0$).

$$PPmg_l = \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta PPT_l}{\Delta l} \right) = \frac{\partial PPT_l}{\partial l} = f'(k_0, l)$$

La productivité **marginale** d'un facteur de production exprime la variation de la productivité totale de ce facteur lorsque la quantité utilisée de ce facteur varie.

Figure 8 : Représentation graphique des productivités physiques du facteur travail (L)

1. Point d'inflexion sur une courbe de productivité totale

La courbe de productivité totale est une représentation graphique de l'évolution de production en courte période (avec un facteur fixe : le capital, et un facteur variable : le travail). Cette courbe est dans une première phase croissante, mais à deux rythmes différents. D'abord à un taux croissant (on a alors une productivité marginale croissante). Ensuite, à partir du point d'inflexion, elle progresse à un taux décroissant. Le point d'inflexion correspond à l'instant où l'évolution de la production bascule et commence à croître moins rapidement. Ce point correspond au maximum de la productivité physique marginale.

2. La productivité physique marginale décroissante

Le principe de la productivité physique marginale décroissante (loi de rendements décroissants) énonce que l'utilisation croissante de la quantité du facteur L ajoutée à une autre quantité du facteur K, entraîne la décroissance de la productivité marginale du facteur (L) après le maximum (c'est la phase de la production la plus efficace).

3. Point d'intersection des courbes de productivité physique moyenne et marginale

Le point d'intersection des courbes de PPM_l et $PPmg_l$ intervient lorsque la courbe de PPM_l atteint son maximum. Avant ce point, lorsque la valeur de $PPmg_l > PPM_l$, la courbe de PPM_l augmente. Ensuite, après ce maximum, on a $PPmg_l < PPM_l$: les valeurs de la productivité physique moyenne diminuent. **(Démonstration) :**

Pour déterminer la quantité de (L) qui maximise la (PPM_l), on calcule la première dérivée de cette fonction par rapport à L, cette dernière doit être nulle, c'est-à-dire : $(PPM_l)' = 0$:

$(PPM_l)' = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{PPT_l}{l}\right)' = 0 \Leftrightarrow \frac{PPmg_l \cdot l - PPT_l}{l^2} = 0$; on a quel que soit « l », $l^2 > 0$, donc :

$$PPmg_l \cdot l - PPT_l = 0 \Leftrightarrow PPmg_l \cdot l = PPT_l \Leftrightarrow PPmg_l = \frac{PPT_l}{l} = PPM_l \text{ (d'où le résultat).}$$

Finalement, au point d'intersection $PPmg_l = PPM_l$

III. EXERCICES ET CORRIGES

III.1. Exercice complet : (Comportement du consommateur)

Un consommateur rationnel dispose d'une fonction d'Utilité totale suivante :

$Ut = f(x, y) = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}$ Où x et y représentent les quantités de biens X et Y consommées.

On suppose que $R = 360$ DA, $P_x = 20$ DA et $P_y = 10$ DA.

Partie I :

1. Calculez le $TMS_{x \rightarrow y}$ en un point quelconque et quel est sa valeur pour $(x, y) = (10, 20)$?
2. De combien varie Y quand X diminue de 4 unités ?
3. Calculez les quantités d'équilibre par la méthode de LAGRANGE et quel est le niveau d'utilité maximale ?
4. Calculez la valeur du multiplicateur de LAGRANGE (λ)
5. De combien varie le revenu R pour que le niveau d'utilité augmente de 100 Utils ?
6. De combien varie le niveau d'utilité quand le revenu R augmente de 20% ?
7. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur

Partie II :

1. Calculez la fonction de la courbe-consommation-prix (CCR)
2. Calculez les fonctions de demande pour les deux biens X et Y (*Expression des fonctions d'Engel pour le bien X et Y*)
3. Calculez les élasticités : Prix-directe (P_x), Prix-Croisée (P_y) et Revenu (R) pour la fonction de demande du bien (X) et interprétez les résultats
4. De combien varie la demande quand le prix du bien X (P_x) augmente de 10 % et interprétez les résultats ?
5. De combien varie la demande quand le prix du bien y (P_y) diminue de 5 % et interprétez les résultats ?
6. De combien varie la demande quand le revenu (R) augmente de 2 % et interprétez les résultats ?
7. Quelle est la variation relative du (P_x) nécessaire pour que la demande augmente de 20% ?

III.2. Corrigé-Type de l'exercice complet : (Comportement du consommateur)

Un consommateur rationnel dispose d'une fonction d'Utilité totale suivante :

$$Ut = f(x, y) = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}} \text{ Où } x \text{ et } y \text{ représentent les quantités de biens X et Y consommées.}$$

On suppose que $R = 360$ DA, $P_x = 20$ DA et $P_y = 10$ DA.

Partie I :

1. Calcule du $TMS_{x \rightarrow y}$ en un point quelconque et sa valeur pour $(x, y) = (10, 20)$:

$$TMS_{x \rightarrow y} = \frac{Um_{g_x}}{Um_{g_y}} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{\frac{1}{8}-1} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}-1}} = \frac{\frac{1}{8} \cdot x^{-\frac{7}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}} = \frac{6 \cdot y^{\frac{1}{6}} \cdot y^{\frac{5}{6}}}{8 \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \frac{3 \cdot y^{\frac{1+5}{6}}}{4 \cdot x^{\frac{1+7}{8}}} =$$

$$\frac{3 \cdot Y}{4 \cdot X} \cdot \text{Quand } (x, y) = (10, 20), TMS_{x \rightarrow y} = \frac{3 \cdot 20}{4 \cdot 10} = \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{3}{2}$$

Pour calculer de combien varie Y quand X diminue de 4 unités, on doit calculer le $TMS_{y \rightarrow x}$

$$TMS_{y \rightarrow x} = \frac{1}{TMS_{x \rightarrow y}} = \frac{1}{\frac{3 \cdot Y}{4 \cdot X}} = \frac{4 \cdot X}{3 \cdot Y}, \text{ Quand } (x, y) = (10, 20), TMS_{y \rightarrow x} = \frac{4 \cdot 10}{3 \cdot 20} = \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

	ΔX	ΔY	ΔUt	
$TMST_{y \rightarrow x}$	-2/3	+1	0	$\Delta Y = \frac{4 \cdot 1}{2/3} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 2 \cdot 3 = +6$
	-4	ΔY	0	

Pour garder son niveau d'utilité initiale, ce consommateur doit substituer 6 unités du bien Y contre 4 unités du bien X.

2. Calcul des quantités d'équilibre par la méthode de LAGRANGE

Il s'agit de vérifier la condition de maximisation $\begin{cases} \text{Max } Ut = f(x, y) \\ \text{S/C } R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} \text{Max } Ut = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}} \\ \text{S/C } 360 = 20 \cdot X + 10 \cdot Y \end{cases}$, En utilisant la méthode de LAGRANGE : on peut écrire :

$$L(x, y, \lambda) = Ut + \lambda \cdot (R - P_x \cdot X - P_y \cdot Y) \Leftrightarrow L(x, y, \lambda) = \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}} + \lambda \cdot (360 - 20 \cdot X -$$

$10 \cdot Y)$, Cette équation de LAGRANGE admet des solutions si ces dérivées partielles s'annulent simultanément d'où le système d'équations ci-après :

$$\begin{cases} L'(x) = 0 \\ L'(y) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{\frac{1}{8}-1} \cdot y^{\frac{1}{6}} - 20 \cdot \lambda = 0 \\ \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}-1} - 10 \cdot \lambda = 0 \\ 360 - 4 \cdot x - 5 \cdot y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{-\frac{7}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{20} \\ \lambda = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}}{10} \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{y^{\frac{1}{6}}}{32 \cdot 20 \cdot x^{\frac{7}{8}}} \\ \lambda = \frac{x^{\frac{1}{8}}}{24 \cdot 10 \cdot y^{\frac{5}{6}}} \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{y^{\frac{1}{6}}}{640 \cdot x^{\frac{7}{8}}} \dots (1) \\ \lambda = \frac{x^{\frac{1}{8}}}{240 \cdot y^{\frac{5}{6}}} \dots (2) \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \dots (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y^{\frac{1}{6}}}{640 \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \frac{x^{\frac{1}{8}}}{240 \cdot y^{\frac{5}{6}}} \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 240 \cdot y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{1}{6}} = 640 \cdot x^{\frac{7}{8}} \cdot x^{\frac{1}{8}} \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 240 \cdot Y = 640 \cdot X \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot Y = 8 \cdot X \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot x \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases}, \text{ On remplace la}$$

valeur de Y dans la troisième équation (3) et on obtient :

$$\begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot x \\ 360 = 20 \cdot x + 10 \cdot \frac{8}{3} \cdot x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot x \\ 360 = \frac{20 \cdot 3 \cdot x + 10 \cdot 8 \cdot x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot x \\ 360 = \frac{60 \cdot x + 80 \cdot x}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot x \\ 1080 = 140 \cdot x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot x \\ 140 \cdot x = 1080 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \cdot \frac{54}{7} = \frac{144}{7} = 20,57 \\ x = \frac{1080}{140} = \frac{54}{7} = 7,71 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{144}{7} = 20,57 \\ x = \frac{54}{7} = 7,71 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{54}{7} = 7,71 \\ y = \frac{144}{7} = 20,57 \end{cases} \text{ Donc les quantités des biens } x \text{ et } y \text{ qui maximise l'utilité de ce}$$

consommateur sont : $(x^*, y^*) = (\frac{54}{7}, \frac{144}{7}) = (7,71, 20,57)$.

Le niveau d'utilité totale à l'équilibre :

$$\text{Max } Ut = f\left(\frac{54}{7}, \frac{144}{7}\right) = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{54}{7}\right)^{\frac{1}{8}} \cdot \left(\frac{144}{7}\right)^{\frac{1}{6}} = 0,53 \text{ Utils}$$

3. La valeur du multiplicateur LAGRANGE (λ):

$$\lambda = \frac{y^{\frac{1}{6}}}{640 \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \frac{y^{\frac{1}{6}}}{640 \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \frac{\left(\frac{144}{7}\right)^{\frac{1}{6}}}{640 \cdot \left(\frac{54}{7}\right)^{\frac{7}{8}}} = \frac{1.65530264374}{3824.40369232} = 0,00043 : \text{ donc } \lambda =$$

0,00043

4. La variation du revenu R pour que le niveau d'utilité augmente de 100 Utils :

$$\text{On a } \lambda = \frac{\Delta Ut}{\Delta R} \Leftrightarrow \Delta R = \frac{\Delta Ut}{\lambda} = \frac{100}{0,00043} = 23258,14 \text{ DA. La variation nécessaire pour}$$

que le niveau d'utilité totale augmente de 100 Utils est de $\Delta R = 23258,14 \text{ DA}$

5. La variation du niveau d'utilité quand le revenu R augmente de 20% :

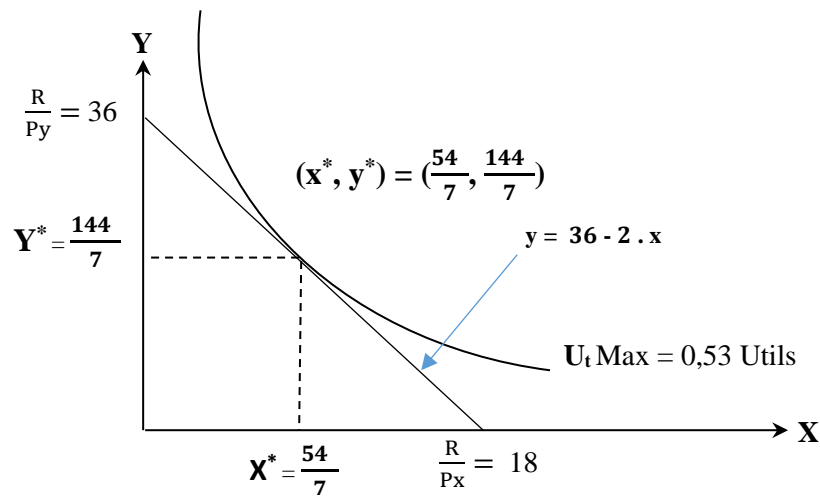
On a $\lambda = \frac{\Delta Ut}{\Delta R} \Leftrightarrow \Delta Ut = \lambda \cdot \Delta R = 0,00043 \cdot \left(360 \cdot \frac{20}{100}\right) = 0,00043,72$, la variation du niveau d'utilité totale nécessaire pour que le revenu augmente de 20% est de $\Delta Ut = 0,03$ Utils.

La représentation graphique de l'équilibre du consommateur

- **L'équation de la droite du budget :** $R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \Leftrightarrow y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} \cdot X \Leftrightarrow y = \frac{360}{10} - \frac{20}{10} \cdot x \Leftrightarrow y = 36 - 2 \cdot x$: Calculant maintenant les points d'intersection entre la droite budgétaire et les deux axes (abscisses et ordonnées) on obtient :

X	0	$\frac{R}{P_x} = \frac{360}{20} = 18$
Y	$\frac{R}{P_y} = \frac{360}{10} = 36$	0

1. Le point d'intersection entre l'axe des abscisses est la combinaison (0, 36).
2. Le point d'intersection entre l'axe des abscisses est la combinaison (18, 0).



Partie II :

1. L'expression de la courbe consommation-Revenu :

À l'équilibre, on a : $\frac{Um_gx}{Um_gy} = \frac{P_x}{P_y} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{\frac{1}{8}-1} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}-1}} = \frac{20}{10} \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{-\frac{7}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}} = 2 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{32} \cdot x^{-\frac{7}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{24} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}} =$

$2 \Leftrightarrow \frac{24 \cdot y^{\frac{5}{6}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{32 \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot x^{\frac{7}{8}}} = 2 \Leftrightarrow \frac{3 \cdot Y}{4 \cdot X} = 2 \Leftrightarrow 3 \cdot y = 2 \cdot 4 \cdot x \Leftrightarrow 3 \cdot y = 8 \cdot x \Leftrightarrow y = \frac{8}{3} \cdot x$, cette équation

représente la Courbe Consommation Revenu. La CCR est l'ensemble des points représentatifs des combinaisons optimales des deux biens X et Y, lorsque les prix de ces deux biens restent constants et que le budget du consommateur varie.

2. La courbe d'Engel : C'est la courbe de demande individuelle d'un bien en fonction du revenu

$$\text{Les combinaisons d'équilibre : } \begin{cases} \frac{Um_{g_x}}{Um_{g_y}} = \frac{P_x}{P_y} \\ S/C \quad R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{\frac{1}{8}-1} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}-1}} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{8} \cdot x^{-\frac{7}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\frac{1}{32} \cdot x^{-\frac{7}{8}} \cdot y^{\frac{1}{6}}}{\frac{1}{24} \cdot x^{\frac{1}{8}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{24 \cdot Y^{\frac{5}{6}} \cdot Y^{\frac{1}{6}}}{32 \cdot X^{\frac{1}{8}} \cdot X^{\frac{7}{8}}} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3 \cdot Y}{4 \cdot X} = \frac{P_x}{P_y} \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot Y = \frac{4 \cdot P_x}{P_y} \cdot X \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot X \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot X \\ R = P_x \cdot X + P_y \cdot \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot X \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} Y = \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot X \\ R = \frac{3 \cdot P_x \cdot X + 4 \cdot P_x \cdot X}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot X \\ 3 \cdot R = 7 \cdot P_x \cdot X \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot X \dots (1) \\ X = \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x} \dots (2) \end{cases}, \text{ Remplaçant la valeur}$$

de (x) de l'équation (2) dans l'équation (1) et on obtient :

$$\begin{cases} Y = \frac{4 \cdot P_x}{3 \cdot P_y} \cdot \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x} \\ X = \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Y = \frac{4 \cdot R}{7 \cdot P_y} \\ X = \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x} \\ Y = \frac{4 \cdot R}{7 \cdot P_y} \end{cases}, X \text{ et } Y \text{ représentent les fonctions de}$$

demande des deux biens respectivement x et y, :

$$\begin{cases} Q_x = D_x = \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x} \\ Q_y = D_y = \frac{4 \cdot R}{7 \cdot P_y} \end{cases}$$

3. Le calcul des élasticités : Prix-directe, croisée et Revenu du bien (X) : $D_x = \frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x}$

a. L'élasticité prix-directe de la demande du bien (X) :

$$E_{D_x/P_x} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \times \frac{P_x}{D_x} = -\frac{7 \cdot 3 \cdot R}{(7 \cdot P_x)^2} \times \frac{P_x}{\frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x}} = -\frac{7 \cdot 3 \cdot R}{(7 \cdot P_x)^2} \times \frac{P_x \cdot 7 \cdot P_x}{3 \cdot R} = -1,$$

$$-E_{D_x/P_x} = -1 \Leftrightarrow E_{D_x/P_x} = 1, \text{ La demande du bien (X) est élastique et unitaire.}$$

Interprétation des résultats : pour chaque 1% de variation de prix du bien (X) entraîne 1% de variation inverse de quantité demandée.

b. L'élasticité prix-croisée de la demande du bien (X) :

$$E_{D_x/P_y} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \times \frac{P_y}{D_x} = 0. \Leftrightarrow \text{Les deux biens (X) et (Y) sont indépendants.}$$

c. L'élasticité Revenu de la demande du bien (X) :

$$E_{D_x/R} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta R} \times \frac{R}{D_x} = \frac{3 \cdot 7 \cdot P_x}{(7 \cdot P_x)^2} \times \frac{R}{\frac{3 \cdot R}{7 \cdot P_x}} = \frac{3 \cdot 7 \cdot P_x}{(7 \cdot P_x)^2} \times \frac{R \cdot 7 \cdot P_x}{3 \cdot R} = 1$$

L'élasticité-Revenu est supérieure ou égale à un, donc le bien (X) est un bien de luxe. C'est-à-dire que 1% de variation du revenu entraîne une variation dans le même sens (+ ou -) de 1% de la demande en bien (X).

4. L'effet d'une augmentation de 10% du prix du bien (X) sur la demande du bien (X) :

$$E_{Dx/Px} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = E_{Dx/Px} \times \left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% , \text{ Sachant que } \left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% = 5\% ,$$

$$\text{on obtient alors : } \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = -1 \times 10\% = -10\% \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = -10\%$$

L'effet d'une augmentation de 10% du prix du bien (X) entraîne une baisse de quantité demandée du bien (X) de 10%.

5. L'effet d'une réduction de 5% du prix du bien (Y) sur la demande du bien (X) :

$$E_{Dx/Py} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} = 0 \Leftrightarrow \text{La baisse du prix du bien (Y) n'a aucun effet sur la demande du}$$

bien (X) du fait que les biens (X) et (Y) sont indépendants.

6. L'effet d'une augmentation du revenu du consommateur de 2% sur la demande du bien (X) :

$$E_{Dx/R} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = E_{Dx/R} \times \left(\frac{\delta R}{R}\right)\% , \text{ Sachant que } \left(\frac{\delta R}{R}\right)\% = 2\% , \text{ on obtient}$$

$$\text{alors : } \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = +1 \times 2\% = +2\% \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = +2\%$$

La demande en bien (X) augmente de 2% quand le revenu du consommateur augmente de 2%.

7. La variation relative du (P_x) nécessaire pour que la demande augmente de 20%

$$E_{Dx/Px} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{E_{Dx/Px}} , \text{ Sachant que } \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = 20\% , \text{ on obtient}$$

$$\text{alors : } \left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% = \frac{20\%}{-1} = -20\% \Leftrightarrow \left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\% = -20\%$$

L'effet d'une augmentation de 20% de la demande du bien (X) a nécessité une baisse du prix du bien (X) de 20%.

III.3. Epreuve de Microéconomie I**Partie I : Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ)****Exercice 1 :**

Les préférences d'un consommateur (I) durant la première semaine du ramadan sont résumées dans la fonction d'utilité totale donnée par l'équation suivante : $Ut = f(x, y) = \frac{1}{2} \cdot x^{0.3} \cdot y^{0.6}$. Dans laquelle " x " représente le nombre de plats traditionnels consommés et " y " représente le nombre de plats modernes consommés durant la même période. Les prix

unitaires des deux plats sont respectivement : $P_x = 500 \text{ DA}$ et $P_y = 1000 \text{ DA}$. Le revenu du consommateur est de : $R = 6000 \text{ DA}$.

1. Donnez l'expression mathématique du TMS $x \rightarrow y$. Calculez sa valeur lorsque $x = 4$ et $y = 4$, puis commentez le résultat obtenu.
2. Si le consommateur décide de réduire le nombre de plats traditionnels de **3 unités**, quelle serait la variation du nombre de plats modernes à consommer pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction (*Donnez une réponse complète*) ?
3. Calculez les quantités (x^*, y^*) qui maximisent l'utilité du consommateur. (*Utilisez la méthode de Lagrange*).
4. Quel est l'effet d'une augmentation du revenu du consommateur de 50% sur le niveau d'utilité (*Prenez 4 chiffres après la virgule*) ?
5. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur.

Partie II : La demande d'un bien et le calcul des élasticités de la demande

Exercice 2

La quantité demandée du bien « X » par l'individu (I) est exprimée par la fonction suivante : $D_x = f(P_x, P_y, R) = 1150 - 20 P_x + 5 P_y - 0,9 R$, où P_x représente le prix du bien « X », P_y le prix du bien « Y » et R le revenu de l'individu (I). Si le prix du bien « X » s'élève à $P_x = 15 \text{ D}$, celui du bien « Y » à $P_y = 20 \text{ DA}$ et le revenu à $R = 500 \text{ DA}$:

1. Calculez l'élasticité-prix de la demande du bien X et interprétez le résultat.
2. Comment évolue la demande du bien X si le prix du bien Y subit une hausse de 10% ?
3. Déduisez la relation entre le bien X et le bien Y. (01 pt)
4. Quel sera l'effet d'une baisse de 20% du revenu sur la demande du bien X ?

III.4. Corrigé-type de l'épreuve de Microéconomie I

Partie I : Le TMS, l'équilibre du consommateur et le multiplicateur de Lagrange (λ)

Exercice 1

La fonction d'utilité totale donnée par l'équation suivante : $U = f(x, y) = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6}$.

Les prix unitaires des deux plats sont respectivement : $P_x = 500 \text{ DA}$ et $P_y = 1000 \text{ DA}$. Le revenu du consommateur est de : $R = 6000 \text{ DA}$.

1. Donnez l'expression mathématique du TMS $x \rightarrow y$. Calculez sa valeur lorsque $x = 4$ et $y = 4$, puis commentez le résultat obtenu.

$$TMS_{x \rightarrow y} = \frac{U_{mg_x}}{U_{mg_y}} = \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot x^{-0,7} \cdot y^{0,6}, U_{mg_y} = \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot x^{0,3} \cdot y^{-0,4}$$

$$TMS_{x \rightarrow y} = \frac{U_{mg_x}}{U_{mg_y}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot x^{0,3-1} \cdot y^{0,6}}{\frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6-1}} = \frac{3 \cdot y^{0,6} \cdot y^{0,4}}{6 \cdot x^{0,3} \cdot x^{0,7}} = \frac{3y}{6x} = \frac{y}{2x} \Leftrightarrow TMS_{x \rightarrow y} = \frac{y}{2x}$$

$$x = 4 \text{ et } y = 4 \Leftrightarrow TMS_{x \rightarrow y} = \frac{4}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

Analyse du résultat : Le consommateur (I) garde le même niveau de satisfaction, s'il substitue 0,5 d'un plat moderne par un plat traditionnel.

2. Si le consommateur décide de réduire le nombre de plats traditionnels de 3 unités, quelle serait la variation du nombre de plats modernes à consommer pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction (Donnez une réponse complète) ?

TMS _{x → y}	Δx		Δy	Δy = $\frac{(-3) \cdot (0,5)}{-1} = +1,5$
	- 1	→	0,5	
	- 3	→	Δy	

$TMS_{x \rightarrow y} = \frac{1}{2}$, On applique la règle des trois, d'après le TMST_{x→y} :

Le consommateur (I) doit consommer 1,5 de plats modernes supplémentaires pour qu'il puisse garder le même niveau de satisfaction, après avoir réduit de 3, le nombre de plats consommés.

3. Calculez les quantités (x*, y*) qui maximisent l'utilité du consommateur. (Utilisez la méthode de Lagrange).

$$\begin{cases} \text{Max } Ut = f(x, y) \\ \text{S/C } R = Px \cdot x + Py \cdot y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Max } Ut = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6} \\ \text{S/C } 6000 = 500x + 1000y \end{cases}$$

$$L(x, y, \lambda) = \frac{1}{2} \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6} + \lambda \cdot (6000 - 500x - 1000y),$$

$$\begin{cases} L'(x) = 0 \\ L'(y) = 0 \\ L'(\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot x^{0,3-1} \cdot y^{0,6} - 500 \cdot \lambda = 0 \\ \frac{1}{2} \cdot 0,6 \cdot x^{0,3} \cdot y^{0,6-1} - 1000 \cdot \lambda = 0 \\ 6000 - 500x - 1000y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot 0,3 \cdot x^{-0,7} \cdot y^{0,6} = 500 \cdot \lambda \\ \frac{1}{2} \cdot 0,7 \cdot x^{0,3} \cdot y^{-0,4} = 1000 \cdot \lambda \\ 6000 = 500x + 1000y \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{0,3 \cdot y^{0,6}}{2 \cdot x^{0,7}} = 500 \cdot \lambda \\ \frac{0,6 \cdot x^{0,3}}{2 \cdot y^{0,4}} = 1000 \cdot \lambda \\ 6000 = 500x + 1000y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{0,3 \cdot y^{0,6}}{500 \cdot 2 \cdot x^{0,7}} \dots (1) \\ \lambda = \frac{0,6 \cdot x^{0,3}}{1000 \cdot 2 \cdot y^{0,4}} \dots (2) \\ 6000 = 500x + 1000y \dots (3) \end{cases} \quad ; \text{ on met (1) = (2) et on}$$

obtient :

$$\begin{cases} \frac{0,3 \cdot y^{0,6}}{500 \cdot 2 \cdot x^{0,7}} = \frac{0,6 \cdot x^{0,3}}{1000 \cdot 2 \cdot y^{0,4}} \\ 6000 = 500x + 1000Y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{0,3 \cdot y^{0,6}}{1000 \cdot x^{0,7}} = \frac{0,6 \cdot x^{0,3}}{2000 \cdot y^{0,4}} \\ 6000 = 500x + 1000y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 0,3 \cdot 2000 \cdot y^{0,6} \cdot y^{0,4} = 1000 \cdot 0,6 \cdot x^{0,7} \cdot x^{0,3} \\ 6000 = 500x + 1000y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 600 \cdot y^{0,6+0,4} = 600 \cdot x^{0,7+0,3} \\ 6000 = 500x + 1000y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ 6000 = 500x + 1000y \end{cases} \text{ Remplaçant la valeur de Y}$$

(y = x) dans l'équation de la droite budgétaire (3) :

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ 6000 = 500x + 1000(x) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ 6000 = 1500x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x = \frac{6000}{1500} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \text{ Unités} \\ y = 4 \text{ Unités} \end{cases}$$

Les quantités d'équilibre qui maximisent la fonction-objectif du consommateur sont (x*, y*) = (4, 4).

4. Quel est l'effet d'une augmentation du revenu du consommateur de 50% sur le niveau d'utilité (Prenez 4 chiffres après la virgule) ?

Le multiplicateur de Lagrange λ : $\lambda = \frac{0,3 \cdot (4)^{0,6}}{1000 \cdot (4)^{0,7}} = \frac{0,6892}{2639,0158} = 0,0002 \frac{\text{Utils}}{\text{DA}}$.

$\Delta R = 10\% \Leftrightarrow R = 6000 \frac{50}{100} = 3000 \text{ DA}$.

On a $\lambda = \frac{\Delta Ut}{\Delta R} \Leftrightarrow \Delta Ut = \lambda \cdot \Delta R = 3000 \cdot (0,0002) = +0,6 \text{ Utils}$.

5. Représentez graphiquement l'équilibre du consommateur

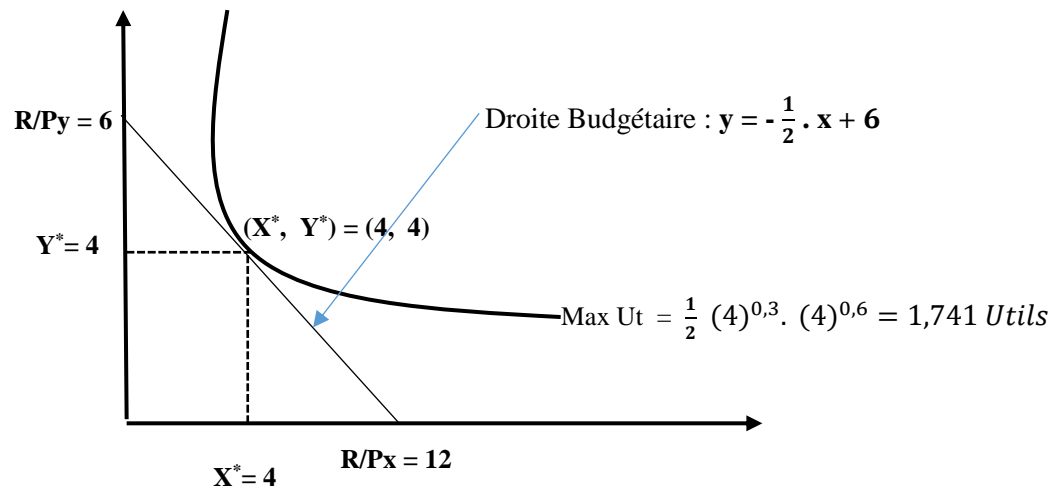
L'équation de la droite du budget :

$$R = P_x \cdot x + P_y \cdot y \Leftrightarrow y = -\frac{P_x}{P_y} \cdot x + \frac{R}{P_y} \Leftrightarrow y = -\frac{500}{1000} \cdot x + \frac{6000}{1000} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2} \cdot x + 6$$

Les extrémités de la droite budgétaire sont : A(12,0) et B(0,6)

Le niveau de l'utilité à l'équilibre :

$$\text{Max } Ut = f(x^*, y^*) = f(4, 4) = \frac{1}{2} \cdot (4)^{0,3} \cdot (4)^{0,6} = 1,741 \text{ Utils.}$$



Partie II : La demande d'un bien et le calcul des élasticités de la demande

Exercice 2

La quantité demandée du bien « X » par l'individu (I) est exprimée par la fonction suivante : $D_x = f(P_x, P_y, R) = 1150 - 20 P_x + 5 P_y - 0,9 R$, où P_x représente le prix du bien « X », P_y le prix du bien « Y » et R le revenu de l'individu (I). Si le prix du bien « X » s'élève à $P_x = 15$, celui du bien « Y » à $P_y = 20 \text{ DA}$ et le revenu à $R = 500 \text{ DA}$:

1. Calculez l'élasticité-prix de la demande du bien X et interprétez le résultat.

$$D_x = f(15, 20, 500) = 1150 - 20(15) + 5(20) - 0,9(500) = 1150 - 300 + 100 - 450 = 500 \text{ Unités} \Leftrightarrow D_x = f(15, 20, 500) = 500 \text{ Unités.}$$

$$E_{D_x/P_x} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_x}{P_x}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_x} \times \frac{P_x}{D_x} = -20 \cdot \frac{15}{500} = -\frac{300}{500} = -0,6. |E_{D_x/P_x}| = 0,6 < 1 \Leftrightarrow \text{La}$$

demande du bien 'X' est inélastique. Une variation de 1% du prix de « X », induit une variation, en sens opposé, de la demande de 0,6%.

2. Comment devient la demande du bien X si le prix du bien Y subit une hausse de 10% ?

$$E_{D_x/P_y} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta P_y} \times \frac{P_y}{D_x} = +5 \cdot \frac{20}{500} = \frac{100}{500} = +0,2. \text{ On a : } E_{D_x/P_y} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% =$$

$$E_{D_x/P_y} \cdot \left(\frac{\delta P_y}{P_y}\right)\% = +0,2 \cdot 10\% = +2\% \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = +2\%.$$

Donc, une hausse de 10% du prix du bien « Y » (P_y), entrainera une augmentation de 2% de la demande du bien « X ».

3. Déduisez la relation entre le bien X et le bien « Y ».

$E_{D_x/P_y} = +0,2 > 0 \Leftrightarrow$ Le bien « X » et le bien « Y » sont des biens substituables.

4. Quel sera l'effet d'une baisse de 20% du revenu sur la demande du bien X ?

$$E_{D_x/R} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} = \frac{\delta D_x}{\delta R} \times \frac{R}{D_x} = -0,9 \cdot \frac{500}{500} = -0,9. \text{ On a : } E_{D_x/R} = \frac{\left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\%}{\left(\frac{\delta R}{R}\right)\%} \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% =$$

$$E_{D_x/R} \cdot \left(\frac{\delta R}{R}\right)\% = -0,9 \cdot 20\% = -18\% \Leftrightarrow \left(\frac{\delta D_x}{D_x}\right)\% = -18\%.$$

Une baisse de 20% du revenu du consommateur, entraîne une diminution de la demande de X de 18%.

BIBLIOGRAPHIE

1. Ainouche, M.-C. (1998). Cours de microéconomie. *Polycopie de cours. Université de Bejaia.*
2. Berrebeh, J. (2013). Cours de microéconomie. Tunis, Université de Carthage, Première année économie 1 gestion: Faculté de sciences économiques de Nabeul.
3. Biales, C. (2013). La demande : Analyse Microéconomique Appliquée. Montpellier, Chaire Supérieure en Économie et Gestion: la Revue Concurrentialiste.
4. Boumoula, S. (2015). Eléments de base de Micro-économie : Cours et Exercices. *Polycopie de cours.* Bejaia, Université Abderrahmane MIRA de Bejaia.
5. Bruno, G. (2014). *L'essentiel de la micro-économie.* France: Gualino.
6. Ehretsmann, P. D. (2016). *Qu'est-ce qu'un besoin ? Qu'est-ce qu'accompagner ? Recueillir et évaluer des besoins.* France: Les chantiers leroym Merlin source.
7. Fillieule, R. (2010). *L'économie retrouvée : L'école autrichienne d'économie, Une autre hétérodoxie.* France: Presses Universitaires du Septentrion.
8. Gendron, B. (2014). *L'essentiel de la micro-économie.* Paris: Gualino.
9. Germain, C. (1969). Les fonctions de production dans la littérature économique. *L'Actualité économique*, Volume 45, numéro 1, 28-49.
10. Guéiffio, H. (2012). *Comprendre la microéconomie.* France: Presses universitaires de Grenoble.
11. Guy, E. P. (2016). *Qu'est-ce qu'un besoin ? Qu'est-ce qu'accompagner ? Recueillir et évaluer des besoins.* France: Les chantiers leroym Merlin source.
12. Hountondji, G. (2012). *Comprendre la microéconomie.* France: Presses universitaires de Grenoble.
13. Johanna Enter, M. J. (2014). *Micro-économie.* Paris: Dunod.
14. Langlois, M. (1998). *Rareté, utilité et valeur : l'approche économique .* Montpellier: Pression sur les ressources et raretés.
15. Laurie Bréban, M. B. (2020). Microéconomie. *Chapitre 1 : Préférences, utilité et choix.* Paris, Université de Paris 1, France: Panthéon Sorbonne.
16. Malinvaud, E. (1968). *Leçons de théorie microéconomique.* Paris: Dunod.
17. Medan, P. (2015). *MICROECONOMIE : QCM et exercices corrigés, 10 sujets d'examen corrigés et Avec rappels de cours.* Paris: Dunod.
18. Mercier, A. J. (2001). *Fondements d'économie politique.* Paris: Collections ouvertures économiques, De Boeck Supérieur.
19. Mouhoubi, A. (2008). Cours de Microéconomie. *Polycopie de cours. Université de Béjaïa.*
20. Moussa, K. (2016). The Consumer Microeconomics: Utility, Budget and Consumption optimum. MPRA Paper No. 71577: Munich Personal RePEc Archive.
21. Robbins, L. (1947). *essai sur la nature et la signification de la science économique, Traduit de l'anglais par Igor krestovsky.* Paris: politiques économiques et sociales.
22. Saâdallah, R. (2006). Micro-économie. Tunis: Université Virtuelle de Tunis.
23. Thibault, A. T. (2009). Utilité totale, marginale, équilibres de marchés Néoclassique et Keynésien. *Conférence n°2*, (p. 02).
24. Velly, R. L. (2009). Qu'est-ce qu'un échange marchand ? Proposition de trois définitions cumulatives pour l'analyse. *L'Harmattan*, 201-214.

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS	I
SOMMAIRE.....	II
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE PRÉLIMINAIRE : CONCEPTS DE L'ÉCONOMIE ET PROBLÈME ÉCONOMIQUE.....	2
I. DÉFINITIONS DE L'ÉCONOMIE.....	2
II. QUELQUES NOTIONS COMPLÉMENTAIRES A LA COMPRÉHENSION DE LA SCIENCE ÉCONOMIQUE.....	3
III. DISCIPLINES ET BRANCHES PRINCIPALES DE LA SCIENCE ÉCONOMIQUE.....	4
IV. DÉFINITION DE LA MICROÉCONOMIE.....	5
V. LES HYPOTHESES FONDAMENTALES DE LA MICROECONOMIE.....	6
CHAPITRE 1 : THÉORIE DU COMPORTEMENT DU CONSOMMATEUR	6
I. THÉORIE DE L'UTILITÉ MESURABLE (QUANTIFIABLE).....	8
I.1. La notion d'utilité.....	8
I.2. La notion d'utilité totale.....	8
I.3. La notion d'utilité marginale.....	8
I.4. La loi des utilités marginales décroissantes : (la loi de Gossen).....	9
I.5. La fonction de l'utilité.....	10
I.6. Les postulats de base de la fonction d'utilité.....	11
I.7. Utilité totale (UT) et Utilité marginale (U _{mg}).....	11
I.7.2. L'Utilité Marginale.....	12
CHAPITRE 2 : THÉORIE DE L'UTILITÉ ORDINALE (ANALYSE PAR LES COURBES D'INDIFFÉRENCE)	15
I. L'APPROCHE CARDINALE DE L'UTILITÉ	15
I.1. Hypothèses délimitant la rationalité du consommateur.....	16
I.2. Les courbes d'indifférence	17
I.3. Les propriétés fondamentales des courbes d'indifférence	17
I.4. Le taux marginal de substitution (TMS).....	18
II. ÉQUILIBRE DU CONSOMMATEUR.....	19
II.1. Position ou formalisation du problème.....	19
II.2. Les conditions de maximisation de la fonction de l'utilité.....	20
II.3. Signification économique du multiplicateur de LAGRANGE.....	23
III. REPRÉSENTATION GRAPHIQUE DE L'OPTIMUM DU CONSOMMATEUR.....	23
III.1. L'équation de la droite du budget.....	24
III.2. La valeur de l'utilité totale à l'équilibre.....	24
III.3. La signification économique de l'équilibre du consommateur.....	24
IV. LES VARIATIONS DE L'ÉQUILIBRE DU CONSOMMATEUR	25
IV.1. Effet de revenu	25
IV.2. Construction de la courbe consommation-revenu (CCR) (courbe d'Engel)	25
IV.3. Effet de la variation du prix de l'un des biens	26
V. EFFET DE SUBSTITUTION, EFFET DE REVENU ET EFFET TOTAL.....	28

V.1. L'effet de substitution (ES)	28
V.2. L'effet de revenu (ER)	28
V.3. L'effet total (ET)	29
V.4. Exercice d'application (effet de substitution et effet-Revenu).....	30
V.5. Corrigé de l'exercice d'application (effet de substitution et effet-Revenu)	30
VI. EXERCICE D'APPLICATION	31
VI.1. Corrigé de l'exercice d'application	31
VII. FONCTION DE LA DEMANDE ET NOTION D'ÉLASTICITÉ DE LA DEMANDE ..	33
VII.1. Expression, construction et déplacement de la courbe de demande	33
VII.2. Notion d'élasticité de la demande	36
VII.3. Détermination de la fonction de demande à partir de la fonction d'utilité totale.	37
CHAPITRE 3 : LA THÉORIE DU COMPORTEMENT DU PRODUCTEUR.....	38
I. DÉFINITION ET TYPOLOGIE DES FONCTIONS DE PRODUCTION.....	38
I.1. Fonction de production de courte durée	38
II. LA FONCTION DE PRODUCTION À COURT TERME	39
II.1. La fonction de production de courte période	39
II.2. Les propriétés fondamentales de la fonction de production de courte période	40
II.3. Les productivités physiques du facteur de production : « travail » (courte période)	40
III. EXERCICES ET CORRIGES	42
III.1. Exercice complet : (Comportement du consommateur)	42
III.2. Corrigé-Type de l'exercice complet : (Comportement du consommateur)	43
III.3. Epreuve de Microéconomie 1	47
III.4. Corrigé-type de l'épreuve de Microéconomie 1	48
BIBLIOGRAPHIE.....	52
TABLE DES MATIERES	