

Analyse complexe

Série de TD N°2

Exercice 1:

1. Calculer u et v ($z = x + iy$, $w = u + iv$) si $w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$
2. Déterminer l'image du cercle unité par cette transformation.
3. Mêmes questions pour les transformations
 $w = z^3$, $w = (2z - 1)/(2 - z)$, $w = (1 + z)/(1 - z)$.

Exercice 2: Trouver les solutions des deux équations suivantes :

$$\bullet e^z = -a \quad (a > 0) \quad \bullet e^{iz} = e^{iz}.$$

Exercice 3:

Si $ae^{is} + be^{it} = ce^{iu}$ ($a, b, c > 0$), exprimer c et u en terme de a, s, b et t .

Exercice 4:

Déduire la formule $\cos(z_1 + z_2) = \cos z_1 \cos z_2 - \sin z_1 \sin z_2$ de la relation $e^{z_1+z_2} = e^{z_1}e^{z_2}$.

Exercice 5:

Montrer que $\left| e^{2z+i} + e^{iz^2} \right| \leq e^{2x} + e^{-2xy}.$