Série de TD 05

Exercice 1 :

1) Une sphère conductrice (S), de rayon $R = 50cm$ est isolée et porte la charge $Q = 5\mu C$. Calculer :

a. Le potentiel V de cette sphère.

b. La valeur maximale que prendre V sachant que le champ dans l'air sec ne peut dépasser 300kV/m.

2) On relie la sphère (S) à une autre sphère conductrice (S') (centre O', rayon $R' = 20cm$) isolée et neutre, par un fil conducteur long et fin. En négligeant toute influence entre (S) et (S'), calculer :

a. Les charges prises par chacune des sphères.

b. Le potentiel de ces sphères.

Exercice 2 :

Une sphère métallique (S) de centre O, de rayon R_0, est portée au potentiel V_0par rapport au sol, puis isolée de la source de tension. On l'entoure d'une autre sphère conductrice et concentrique (S') de rayon interne R_1 et extérieur à R_2, initialement neutre et isolée.

1. Donner la répartition des charges sur les deux sphères (S) et (S') et déterminer leur valeur en fonction de V_0et R_0.
2. Exprimer les potentiels V_1de (S) et V_1' de (S') en fonction de $V_0, R_0, R_1\ et\ R_2$.

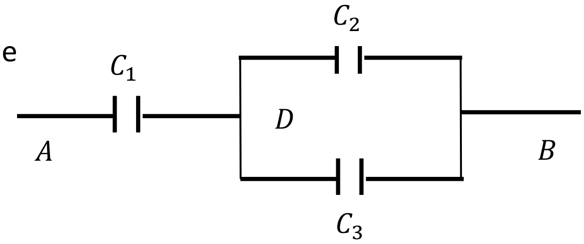
La sphère (S') est reliée au sol (potentiel zéro), déterminer le potentiel V_2de (S) en fonction de $V_0, R_0\ et\ R_1$.

Exercice 3 :

On charge séparément deux condensateurs $C_1 = 3\mu F$ et $C_2 = 5\mu F$, sous les tensions respectives $V_1 = 600V$ et $V_1 = 240V$, puis on les isole. On dispose ensuite en parallèle ces deux condensateurs ainsi chargés. Calculer la charge et la tension de chaque condensateur à la fin de l'opération.

Exercice 4 :

On considère l'association de trois condensateurs illustrée par la figure ci-contre :



1) Sachant que la capacité équivalente entre A et B est $C_{AB} = 1.2\mu F$ et que $C_1 = C_2 = 2\mu F$, calculer C_3.
2) On applique la tension $V_A - V_B = 240V$.
   Déterminer la charge prise par chaque condensateur ainsi que la tension aux bornes de chacun d'entre eux.
3) Quelle est l'énergie de ce système (on la calculera de deux méthodes) :
   - en considérant C_{AB} ,- en considérant chaque condensateur.

Corrigé

Exercice 1

1)

a) potentiel V : $V(o) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 90kV$

b) V_{max} : au voisinage immédiat de la sphère $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} < E_M = 300kV/m$; les charges se répartissent sur la surface du conducteur $Q = \sigma.S = \sigma.4\pi R^2 \rightarrow \sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$ le champ électrique sur la surface de la sphère $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{V}{R} \leq E_M \Rightarrow V \leq RE_M = 150kV$

2) Charges et potentiel de chaque sphère :

Soit Q_1 et Q_2 les charges des sphères (S) et (S') après connexion.

Les deux conducteurs forment une nouvelle état d'équilibre $V(o) = V(o') \rightarrow \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R'} \rightarrow$
$\frac{Q_1}{R} = \frac{Q_2}{R'}$ (1) ;

La condition de conservation des charges :

$$\sum Q_{initales} = \sum Q_{finale}$$
$$Q + 0 = Q_1 + Q_2 \qquad (2)$$

De (1) :$Q_1 = \frac{R}{R'}Q_2$

On remplace en (2) : $Q = \frac{R}{R'}Q_2 + Q_2 \rightarrow Q_2 = \frac{R'}{R'+R}Q$

$$Q_1 = \frac{R}{R'}Q_2 = \frac{R}{R'+R}Q$$

<u>A.N.</u> $Q_1 = 3.6\mu C; Q_2 = 1.4\mu C$

Le potentiel après connexion :

$$V(o) = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R} = 64.8kV$$

Exercice 2

1) La répartition des charges sur les deux sphères (S) et (S')

La charge Q_0 portée par la sphère (S)

$$V_0 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_0} \rightarrow Q_0 = 4\pi\varepsilon_0 R_0 V_0; \;\; Q_1 = -Q_0 \; ; \;\; Q_2 = Q_0$$

Les charges Q_1 et Q_2 qui vont apparaitre sur la surface intérieure et extérieur de (S')
les deux sphères (S) et (S') sont en influence totale, donc, la surface intérieur de la sphère (S') portera la charge $Q_1 = -Q_0$

La condition de conservation des charges :$Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow Q_2 = -Q_1 = Q_0$

2) Potentiel de (S) $V_1 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_0} - \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$;

Potentiel de (S') en M tel que OM=r, $M \in$ (S')

$$V_1' = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = V_0\frac{R_0}{R_2}$$

3) (S') reliée au sol $V_2' = 0$, M $\in$ (S') , $V_2' = 0 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 r} + 0$

pour la sphère (S) $V_2 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_0} - \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = V_0\left(1 - \frac{R_0}{R_1}\right)$

Exercice 3

Charges et tension :
Conservation de la charge

$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$;

Etat initial ($Q_1 = C_1V_1$ *et* $Q_2 = C_2V_2$)

Etat final $\left(Q_1', Q_2', V'\right)$

$Q_1' + Q_2' = C_1V_1 + C_2V_2$ (1) et $V' = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{Q_2'}{C_2}$ (2)

On tire : $Q_1' = \frac{C_1}{C_1+C_2}(C_1V_1 + C_2V_2) = 1.125\ 10^{-3}C$; $Q_2' = \frac{C_2}{C_1+C_2}(C_1V_1 + C_2V_2) = 1.875\ 10^{-3}C$

$$V' = \frac{Q_1'}{C_1} = \frac{(C_1V_1 + C_2V_2)}{C_1 + C_2} = 375\ Volts$$

Exercice 4

1) $\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_1+C_3} \rightarrow \frac{1}{C_{AB}} - \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1+C_3} \rightarrow \frac{C_1-C_{AB}}{C_1.C_{AB}} = \frac{1}{C_1+C_3} \rightarrow C_1 + C_3 = \frac{C_1.C_{AB}}{C_1-C_{AB}} \rightarrow C_3 = \frac{C_1.C_{AB}}{C_1-C_{AB}} - C_1$

$$C_3 = 1\mu F$$

2) Charges et tensions

$V_A - V_B = \frac{Q_{AB}}{C_{AB}} \Rightarrow \quad Q_{AB} = 288\mu F$

Le condensateur $C_1\ et\ (C_2 + C_3)\ portent\ aussi\ la\ charge\ Q_{AB}$:

Donc, $Q_1 = C_1V_1 = Q_{AB} \Rightarrow V_1 = 144V$

$V_2 = (V_A - V_B) - V_1 = (V_D - V_B) = 240 - 144 = 96V$

$Q_2 = C_2V_2 = 192\mu C\ et\ Q_3 = C_3V_2 = 96\mu C$

3) Energie condensateur équivalent :

$W = \frac{1}{2}C_{AB}V^2 = 3.45\ 10^{-2}Joule$

Energie des trois condensateurs $C_1\ , C_2\ et\ C_3$ $W = \frac{1}{2}(\ C_1V_1^2 +\ C_2V_2^2 +\ C_3V_3^2) = 3.45\ 10^{-2}Joule$