جامعة بجاية
Tasdawit n'Bgayet
Université de Béjaïa
Université Abderrahmane Mira de Bejaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion.
Département des enseignements de base pour le domaine SEGC. Toutes les sections L1.
Durée 01h30mn. **Jeudi** 2/3 Dhou el qi`da 1433 H Crspt .**02 Juin 2022.**

-- EXAMEN FINAL – CORRIGÉ-TYPE – MICROÉCONOMIE II --

I. Questions de cours : 04 points

1. Qu'est-ce qui caractérise les fonctions de production du type *Cobb-Douglas* ? **02**

2. En courte période, comment peut-on expliquez la décroissance de la Productivité marginale du facteur travail ? *Cette productivité peut-elle être négative ?* **02**

II. Les variations de la production : 05 points

$p = f(k, l) = 9.k^{0,85}.l^{0,25}$ est l'expression de la fonction de production d'un atelier de confection de vêtements pour enfants.

1. Calculez la valeur du TMST $_{\text{KàL}}$ pour la combinaison $(k, l) = (12,6)$. **01**

$$TMST_{KàL} = \frac{Pmg_K}{Pmg_L} = \frac{\frac{\delta P}{\delta K}}{\frac{\delta P}{\delta L}} = \frac{0,85.l}{0,25.k} = \frac{0,85.(6)}{0,25.(12)} = 1,7.$$

2. Cette fonction p est-elle une fonction de production homogène ? Quelle est la nature de ses rendements d'échelle ? **01**

On a $p = f(k, l) = 9.k^{0,85}.l^{0,25}$

Et $f(a.k, a.l) = 9.\ (a.k)^{0,85}.\ (a.l)^{0,25}$

$$f(a.k, a.l) = 9.a^{0,85}.k^{0,85}.\ a^{0,25}.l^{0,25} = a^{0,85+0,25}.9.\ k^{0,85}.\ l^{0,25}$$

$$f(a.k, a.l) = a^{1,1} * p$$

Donc p est une fonction de production **homogène** de degré **λ=1,1**.

Les rendements d'échelle de cette fonction sont donc **croissants** car le degré d'homogénéité **λ>1**. L'augmentation du volume p est plus que proportionnel à l'augmentation simultanée des facteurs de production.

3. Quelle est la variation relative (*en %*) du volume de production (*nombre de vêtements fabriqués*) suite à une augmentation de la quantité du facteur capital de **42 %** *toutes choses égales par ailleurs* ? *Justifiez votre réponse.*

L'effet d'une variation relative d'un facteur sur le volume fabriqué se mesure par l'élasticité de la production

On va d'abord calculer l'élasticité de la production par rapport au facteur capital :

$$\varepsilon_{\frac{p}{k}} = \frac{\delta p}{\delta k}.\frac{k}{p} = 9.(0,85).k^{0,85-1}.l^{0,25}.\frac{k}{9.k^{0,85}.l^{0,25}} = 0,85$$

	$\Delta k/k$	$\Delta p/p$
$\varepsilon_{\frac{p}{k}} = 0,85$	+1 %	+ 0,85%
	+42 %	a

$$a = \frac{42\ \%\ .(0,85)}{1} = +\ 35,7\ \%$$ **01**

Une hausse de la quantité k de 42 % va accroître la quantité produite p de 35,7 % *ceteris paribus*.

4. Quelle est la variation relative (*en %*) de la production enregistrée lors d'une diminution des quantités des deux facteurs K et L *(une baisse simultanée)* de **25%** ? *Faites une réponse explicite détaillée (Avec deux chiffres arrondis après la virgule).*

Une diminution simultanée de la quantité des facteurs de 25% signifie une multiplication de leurs quantités par 0,75 tel indiqué ici : $\begin{cases} k - 25\%.k = k - 0,25.k = k.(1-0,25) = 0,75.k \\ l - 25\%.l = l - 0,25.l = l.(1-0,25) = 0,75.l \end{cases}$

Ainsi, la situation revient à effectuer les calculs suivants :

$$f(0{,}75.k, 0{,}75.l) = 0{,}75^{1,1}.p = 0{,}73.p = p - 0{,}27.p$$

Le volume de la production va enregistrer une diminution de 27 % suite à une baisse de la quantité des facteurs K et L de 25 % *toutes choses égales par ailleurs.* **01**

5. Quelle est la variation nécessaire du facteur capital pour compenser (remplacer) une baisse de la quantité du facteur travail de 4 unités et maintenir un même volume de production ?

Le $TMST_{KàL} = 1{,}7$ *ce qui signifie la possibilité* pour le producteur de remplacer 1,7 unités de L par une seule unité de K sans modifier la quantité fabriquée p.

$TMST_{KàL}$	ΔL	ΔK	ΔP
= 1,7	-1,7 unité	+1 unité	=0
	-4 unités	b	=0

Pour $\Delta L = -4$ unités, on aura $\Delta k = b = \frac{-4.(1)}{-1{,}7} = +2{,}35\ unités.$

Donc, pour remplacer 4 unités de L, il faut que le producteur augmente la quantité de K de 2,35 unités *toutes choses égales par ailleurs.* **01**

III. Maximisation de la fonction de production : 05 points

La fonction qui mesure la production en longue période d'un producteur rationnel est $\boldsymbol{p}$ telle que :

$$p = f(k, l) = 8.k^{0,8}.l^{0,45}.$$

Le montant des ressources disponibles (CT=Rd) du producteur est de **34 000** DA destiné à l'acquisition de deux facteurs K et L dont les prix unitaires sont, respectivement, $\mathbf{P_K = 136}$ DA et $\mathbf{P_L = 240}$ DA.

En utilisant la méthode de Lagrange, on a calculé que les quantités qui maximisent le volume p, à l'équilibre, sont $(k, l) = (160, 51)$.

1. Calculez alors, à l'équilibre, la valeur du multiplicateur de Lagrange (λ). *Avec 2 chiffres arrondis après la virgule.*

La valeur du multiplicateur de Lagrange est calculée au point d'équilibre comme suit:

$$\boldsymbol{\lambda} = \frac{\boldsymbol{Pmg_k}}{P_K} = \frac{\boldsymbol{Pmg_L}}{P_L} \Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda} = \frac{8.(0{,}8).(160)^{-0,2}.(51)^{0,45}}{136} = \frac{8.(0{,}45).(160)^{0,8}.(51)^{-0,55}}{240}$$

$$= \mathbf{0{,}100.}$$ **01**

2. Quelle est la variation de ressources disponibles (le CT) nécessaire pour accroître le volume de production de **25** % ? *Prendre 2 chiffres arrondis après la virgule.*

Le volume de production, au point d'équilibre est :

$$Max\ p = f\,(160, 51) = 8.(160)^{0,8}.(51)^{0,45} = 2\ 721{,}40\ unités$$ **01**

Une hausse du volume de production de 25 % se calcule ainsi : $dP = 25\%.(2721{,}40) = +680{,}35\ unités$

Puisque $\boldsymbol{\lambda} = \frac{dP}{dRd}$, on aura : $dRd = \frac{dP}{\lambda} = \frac{680{,}35}{0{,}1} = +\ 6\ 803{,}50\ DA.$

Donc, pour augmenter le volume de production de 25%, il faut accroître les ressources disponibles du producteur de 6 803,65 DA. **01**

3. Donnez une représentation graphique de la situation du producteur au point d'équilibre (III.1).

La représentation graphique du point d'équilibre (La droite d'iso-coût (**son équation et ses points d'intersection avec les axes**) et la courbe d'iso-produit (**les quantités optimales des facteurs et la fonction et le volume de production**). **02**

IV. Les productivités physiques des facteurs : **06 points**

En courte période, la fonction de production d'un producteur de « cartes à puces » est donnée par la relation : $p = f(k, l) = 6 . k . l^2 - \frac{1}{16} . k . l^3$

En supposant la quantité du facteur capital constante ($k = k_0 = 4$), on aura ainsi la fonction de productivité physique totale du facteur l égale à : $PT_L = f(k, l) = 24 . l^2 - \frac{1}{4} . l^3$.

1. Déterminez la quantité du facteur L pour laquelle la productivité totale atteint son maximum ?

La productivité totale sera maximale lorsque sa première dérivée s'annule.

$PTL = f(k_0, l) = 24. l^2 - \frac{1}{4}. l^3$

$PTL' = Pmg_L = f(k_0, l)' = 48. l - \frac{3}{4}. l^2 = 0 \Leftrightarrow 48. = \frac{3}{4}. l \Leftrightarrow l = \frac{4.48}{3} = 64 \; unités.$

Donc la productivité totale atteint le maximum lorsque la quantité du facteur $l = 64 \; unités$. **01**

2. Déterminez le niveau maximum de la productivité moyenne.

On peut déterminer par deux (2) méthodes la quantité du facteur L qui maximise la productivité moyenne.

Méthode 01 : Lorsque PML'=0

PML= $24. l^1 - \frac{1}{4}. l^2$ est maximisée pour PML'= $24 - \frac{1}{2}. l = 0$

$$l = \frac{24}{0,5} = 48 \; unités.$$

Méthode 02 : Lorsque PML=Pmg

$Pmg_L = PM_L \Leftrightarrow 24. l^1 - \frac{1}{4}. l^2 = 48. l^1 - \frac{3}{4}. l^2$ on obtient : $(48 - 24). l^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4}. l$ **01**

$24. l^2 = \frac{2}{4} . l$ donc $l = \frac{96}{2} = 48 \; unités.$

Et le niveau de PML est de : PML= $24. (48) - \frac{1}{4}. (48)^2 = 576 \; unités$ **01**

3. Quelles sont les coordonnées (l, PT_L) du point d'inflexion pour cette fonction ?

Le point d'inflexion correspond au maximum de Pmg ou l'instant où PTL''=0

Autrement dit lorsque la Pmg($Pmg_L = 48. l - \frac{3}{4}. l^2$)est maximale c-à-d ($Pmg_L' = 48 - \frac{6}{4}. l = 0.$

Cela est vérifié pour : $l = \frac{4.48}{6} = 32 \; unités.$

Alors la PTL passe par son point d'inflexion lorsque $l = 32 \; unités$ et sa valeur est :

$PTL = 24. (32)^2 - \frac{1}{4}. (32)^3 = 16\,384 \; unités \; produites.$ **02**

Les coordonnées du point d'inflexion sont : (32 ; 16 384).

4. Quelle est la valeur de la Productivité moyenne (PML) lorsque la courbe PTL atteint son maximum ?

Le niveau de la PTL atteint son maximum pour $l = 64 \; unités$

Et à PML cet instant sera égale à : PML= $24. (64) - \frac{1}{4}. (64)^2 = 512 \; unités$ **01**