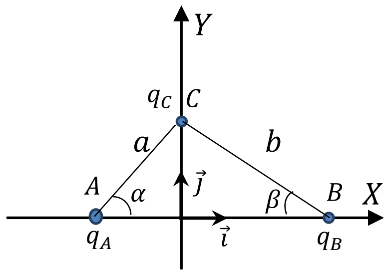
Examen de Remplacement de Physique 2

Questions de Cours (3 point)

1. Dessiner les lignes de champ et les surfaces équipotentiels d'une charge ponctuelle positive.
2. Citer trois propriétés parmi les propriétés des conducteurs en équilibre.
3. Donner l'énoncé du théorème de Coulomb pour les conducteurs en équilibre.

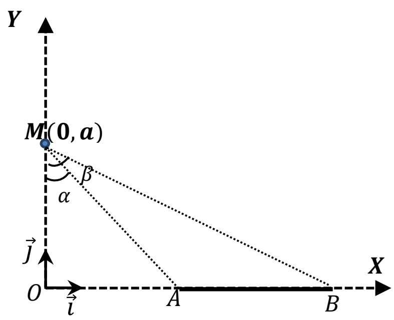
Exercice 1 (07points)



On considère Trois charges ponctuelles q_A, q_B et q_C placées aux points A, Bet C respectivement, tels que :
$q_A = q_B = q_C = q$ ($q > 0$), avec $AC = a$, $BC = b$, $\alpha = 60°$ et $\beta = 30°$.

1. Représenter puis déterminer les champs électrostatiques $\vec{E}_A$ et $\vec{E}_B$ créés par les charges q_A et q_B au point C. Déduire le champ électrostatique total $\vec{E}(C)$ qui règne au point C
2. Trouver l'expression du potentiel électrostatique V_A et V_B créé par les charges $q_A$et q_B au point C. Déduire le potentiel électrostatique total $V(C)$ qui règne au point C.
3. Trouver l'énergie potentielle de la charge q_C et la force qu'elle subit.
4. On remplace la charge q_A par une charge inconnu q'_A. Quelle est la valeur de la charge q'_A pour que le champ électrostatique total crée au point C soit orienter suivant l'axe OY.

Exercice 2 (05 point)



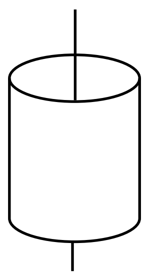
Un fil rectiligne AB de longueur finie a, portant une densité linéique de charges $\lambda > 0$. Il est placé suivant l'axe des X (figure 2). On posera $OA = a$ et $OB = 2a$

1. Calculer le champ électrique $\vec{E}$ créé par ce fil, en un point M situé sur l'axe OY, tel que $OM = a$.
2. Déduire l'expression du champ électrique pour le cas d'un fil infini.

<u>Traiter un seul exercice</u>

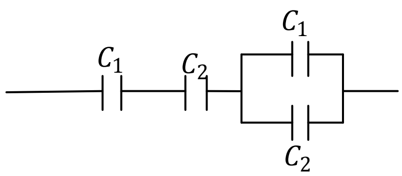
Exercice 3 (05point)

On considère la distribution constituée par la réunion d'un fil infini (Oz) chargé avec la densité linéique uniforme $\lambda > 0$, et d'un cylindre infini de rayon R, d'axe (Oz), chargé avec la densité surfacique uniforme $\sigma > 0$.



1. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer le champ électrique $\vec{E}(M)$ en tout point M de l'espace, tel que $OM = r$ (Distinguer les deux régions : $r < R, r > R_2$).
2. Trouver le potentiel électrostatique $V(r)$ dans la région $0 < r < R$ sachant que $V(R) = 0$.

Exercice 4 (05point)



Soit le groupement de condensateurs ci-contre :

1. La capacité C_1 étant donnée, quelle doit etre la capacité C_2 pour qu'il ait entre A et B une capacité équivalente $C_{eq} = C_2/2$?
   A.N : $C_1 = 8\mu F$.
2. Une tension $U_{AB} = 500V$ est appliquée entre A et B. Calculer les tensions aux bornes de chaque condensateur ainsi que les charges qu'ils portent.

Corrigé

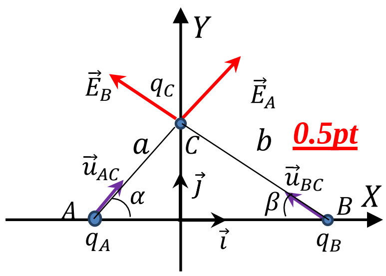
Questions de cours (03 points)

1. Lignes de champs sont des lignes radiales et les surfaces équipotentielles sont des cercles concentriques. 0.5pt+05pt
2. Propriétés d'un conducteur en équilibre :
   - Pas de charge dans le volume du conducteur en équilibre $\rho_{int} = 0$ 0.5pt
   - Le champ électrostatique dans le volume du conducteur est nul $\vec{E}_{int} = \vec{0}$ 0.5pt
   - Le potentiel électrostatique est constant en tout point dans le volume du conducteur. 0.5pt
3. Théorème de Coulomb : Au voisinage d'un conducteur en équilibre, le champ est perpendiculaire à la surface du conducteur et son intensité vaut $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, σ étant la densité surfacique du conducteur. 0.5pt

Exercice 01 (07 points)

1. *Champs électrostatiques $\vec{E}_A$ et $\vec{E}_B$ et champ électrostatique total $\vec{E}(C)$ au point C*

$\vec{u}_{AC} = \cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}$ et $\vec{u}_{BC} = -\cos\beta\,\vec{i} + \sin\beta\,\vec{j} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ 0.5pt



- $\vec{E}_A = \frac{Kq_A.}{\|\vec{AC}\|^2}\vec{u}_{AC} = \frac{Kq}{a^2}(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j})$ 0.5pt

  $\vec{E}_A = \frac{Kq}{2a^2}(\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j})$ 0.25pt
- $\vec{E}_B = \frac{Kq_B.}{\|\vec{BC}\|^2}\vec{u}_{BC} = \frac{Kq}{b^2}(-\cos\beta\,\vec{i} + \sin\beta\,\vec{j})$ 0.5pt

  $\vec{E}_B = \frac{Kq}{2b^2}(-\sqrt{3}\vec{i} + \vec{j})$ 0.25pt

$\vec{E}(C) = \vec{E}_A + \vec{E}_B = \frac{Kq}{2}\left(\left(\frac{1}{a^2} - \frac{\sqrt{3}}{b^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{\sqrt{3}}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\vec{j}\right)$ 0.5pt

2. *L'expression des potentiels électrostatiques V_A, et V_B*

$$V_A = K\frac{q_A}{AC} = \frac{Kq}{a};\ \ V_B = K\frac{q_B}{BC} = \frac{Kq}{b} \quad \text{01pt}$$

$$V(C) = V_A + V_B = kq\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \quad \text{0.5pt}$$

3. *La force $\vec{F}(C)$ que subit q_C et son énergie potentielle $E_p(C)$.*

$\vec{F}(C) = q_C\vec{E}(C) = K\frac{q^2}{2}\left(\left(\frac{1}{a^2} - \frac{\sqrt{3}}{b^2}\right)\vec{i} + \left(\frac{\sqrt{3}}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right)\vec{j}\right)$; $E_p(C) = q_C V(C) = kq^2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 0.5pt +0.5pt

4. La charge q'_A pour que $\vec{E}(C)$ soit orienter suivant l'axe OY

$$\vec{E}(C) = \vec{E'}_A + \vec{E}_B \quad \text{0.25pt}$$

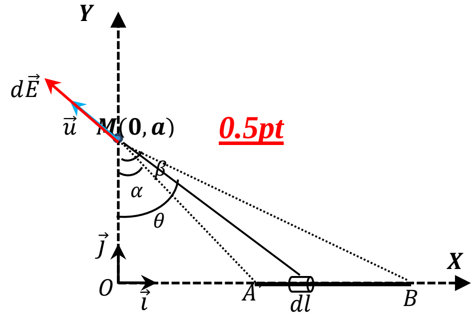
$$\vec{E'}_A = \frac{Kq'_A.}{\|\vec{AC}\|^2}\vec{u}_{AC} = \frac{Kq'}{a^2}(\cos\alpha\,\vec{i} + \sin\alpha\,\vec{j}) = \frac{Kq'}{a^2}(\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j}) \quad \text{0.5pt}$$

$$\vec{E}(C) = \frac{K}{2}\left(\left(\frac{1}{a^2}q' - \frac{\sqrt{3}}{b^2}q\right)\vec{i} + \left(\frac{\sqrt{3}}{a^2}q' + \frac{1}{b^2}q\right)\vec{j}\right) \quad \text{0.25pt}$$

$$\left(\frac{1}{a^2}q' - \frac{\sqrt{3}}{b^2}q\right) = 0 \rightarrow q' = \frac{\sqrt{3}a^2}{b^2}q \quad \text{0.5pt}$$

Exercice 02 (05 points)

1. le champ électrique $\vec{E}$ créé par ce fil



0.5pt

Le champ élémentaire $d\vec{E}$ crée par un élément de longueur dl

$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\ \vec{u} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$dq = \lambda dl = \lambda dx, \quad \vec{u} = -\sin\theta\ \vec{\imath} + \cos\theta\,\vec{\jmath} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$d\vec{E} = \frac{k\lambda dx}{r^2}(-\sin\theta\ \vec{\imath} + \cos\theta\,\vec{\jmath}) \quad \Rightarrow \begin{cases} dE_x = -\frac{k\lambda dx}{r^2}\sin\theta \\ dE_y = \frac{k\lambda dx}{r^2}\cos\theta \end{cases} \qquad \textbf{0.5pt}$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{x}{a} \Rightarrow x = a\operatorname{tg}\theta \Rightarrow dx = \frac{a}{\cos^2\theta}\,d\theta \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = -dE\sin\theta = -\dfrac{k\lambda\frac{a}{\cos^2\theta}\,d\theta}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^2}\sin\theta = -\dfrac{k\lambda}{a}\sin\theta\,d\theta \\ dE_y = dE\cos\theta = \dfrac{k\lambda\frac{a}{\cos^2\theta}\,d\theta}{\left(\frac{a}{\cos\theta}\right)^2}\cos\theta = \dfrac{k\lambda}{a}\cos\theta\,d\theta \end{cases} \qquad \textbf{0.5pt}$$

Le champs total :

$$E_x = -\int_\alpha^\beta \frac{k\lambda}{a}\sin\theta\,d\theta = \frac{k\lambda}{a}(\cos\beta - \cos\alpha)$$

$$E_y = \int_\alpha^\beta \frac{k\lambda}{a}\cos\theta\,d\theta = \frac{k\lambda}{a}(\sin\beta - \sin\alpha) \qquad \textbf{0.5pt}$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{a}\left((\cos\beta - \cos\alpha)\vec{\imath} + (\sin\beta - \sin\alpha)\vec{\jmath}\right) \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}}\ ;\ \sin\alpha = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$\cos\beta = \frac{a}{\sqrt{5}a} = \frac{1}{\sqrt{5}}\ ;\ \sin\alpha = \frac{2a}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{\sqrt{5}} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{a}\left(\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\imath} + \left(\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\vec{\jmath}\right) \qquad \textbf{0.25pt}$$

2. L'expression du champ pour un fil infini

$$\alpha = -\frac{\pi}{2}\ et\ \beta = \frac{\pi}{2} \qquad \textbf{0.25pt}$$

$$E_x = -\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\lambda}{a}\sin\theta\,d\theta = 0$$

$$E_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{k\lambda}{a}\cos\theta\,d\theta = 2\frac{k\lambda}{a} \qquad \textbf{0.5pt}$$

$$\vec{E} = 2\frac{k\lambda}{a}\vec{\jmath} \qquad \textbf{0.25pt}$$

Exercice 03 (05 points)

1. *Champ électrique*

En raison de la symétrie cylindrique de la distribution, le champ est radial (Le champ est porté par la droite (OM)) :

$$\vec{E}(M) = E_r.\vec{e}_r \quad \underline{0.25pt}$$

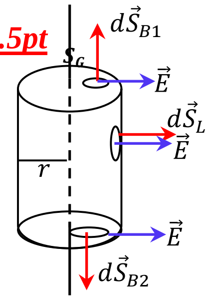
La surface S_G est cylindre imaginaire de rayon r = $\|\overrightarrow{OM}\|$ et de hauteur h. **0.25pt**
Le théorème de Gauss:

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \quad \underline{0.25pt}$$

Le flux du champ à travers la surface de Gauss est donc:

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \iint_{S_{B1}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{B1} + \iint_{S_{B2}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{B2} + \iint_{S_{B1}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{S_L} \quad \underline{0.25pt}$$

0.5pt



$\iint_{S_{B1}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{B1} = \iint_{S_{B2}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{B2} = 0$ piusque $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS}_{B1}$ et $\vec{E} \perp \overrightarrow{dS}_{B2}$ **0.25pt**

$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \iint_{S_{B1}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{S_L} = \iint_{S_{B1}} E\,dS_L$ puisque $\vec{E}\,//\,\overrightarrow{dS_L}$. **0.25pt**

Sur la surface latérale du cylindre $r = cst$ donc le champ E est constant

$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = \iint_{S_{B1}} \vec{E}\,\overrightarrow{dS}_{S_L} = \iint_{S_{B1}} E\,dS_L = E\iint_{S_{B1}} dS_L = ES_L$ ($S_L$la surface latérale du cylindre) ; $S_L = 2\pi rh$ (h la hauteur du cylindre de gauss)

$$\oiint \vec{E}(M).\overrightarrow{dS} = ES_L = E.2\pi rh = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{q_{int}}{2\pi\varepsilon_0 rh} \quad \underline{0.5pt}$$

Région *I* : Si $r < R$

$$q_{int} = \lambda h \quad \underline{0.25pt}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \quad \underline{0.25pt}$$

Région *I* : Si $r > R$

$$q_{int} = \lambda h + 2\pi Rh\sigma \quad \underline{0.25pt}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} + \frac{R\sigma}{\varepsilon_0 r} \quad \underline{0.25pt}$$

2. *le potentiel électrostatique $V(r)$ dans la région $0 < r < R$*

$$V(r) = -\int \vec{E}.\vec{dl} = -\int E_r dr \quad \underline{0.5pt}$$

On obtient:

$$V(r) = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(r) + C \quad \underline{0.5pt}$$

On a :

$$V(R) = 0 \rightarrow -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(R) + C = 0 \rightarrow C = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln(R) \rightarrow V(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R}{r}\right) \quad \underline{0.5pt}$$

Exercice 04 (05 points)

1-

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 C_2} + \frac{1}{C_1 + C_2} \rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 C_2 (C_1 + C_2)}{(C_1 + C_2)^2 + C_1 C_2} \quad \underline{01pt}$$

$$C_{eq} = \frac{C_2}{2} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{C_1(C_1 + C_2)}{(C_1 + C_2)^2 + C_1 C_2}$$

$$(C_1 + C_2)^2 + C_1 C_2 = 2C_1(C_1 + C_2) \rightarrow C_2^2 + C_1 C_2 - C_1^2 = 0 \quad \underline{0.75pt}$$

$$C_2 = \frac{-C_1 - \sqrt{5}C_1}{2} < 0$$

$$C_2 = \frac{-C_1 + \sqrt{5}C_1}{2}$$

$$C_2 = 4.94\mu F$$ ***0.25pt***

2- *Les tension et les charge de chaque condensateur* :

$$U = \frac{Q_{eq}}{C_{eq}} \Rightarrow \quad Q_{eq} = U\, C_{eq} = 1.23\mu C$$ ***0.5pt***

Le condensateur $C_1,\ C_2 et\ (C_1 + C_2)\ portent\ la\ charge\ Q_{eq}$

Donc, $Q_1 = C_1 U_1 \rightarrow\ U_1 = 154.5V$ ***0.5pt***

$Q_2 = C_2 U_2 \rightarrow\ U_2 = 250V$ ***0.5pt***

$U'_1 = U'_2 = U - (U_1 - U_2) = 95.5V$ ***0.5pt***

$Q'_1 = C_1 U'_1 = 0.76nC$ ***0.5pt***

$Q'_2 = C_2 U'_2 = 0.47nC$ ***0.5pt***