Examen de Rattrapage Physique 2

Exercice 1 (07 pts)

Soit trois charges ponctuelles $q,\ 2q,\ -3q(\ avec\ q > 0)$placées respectivement aux sommets A, B, C d'un triangle équilatéral de coté a (figure1).

1- Représenter le champ électrique créé par chacune des charges au point M milieu de AB.

2- Déterminer le champ électrique total au point M .

3- Déterminer le potentiel électrique au point M.

4- Trouver l'énergie interne de ce système de trois charges.

5- Une charge $q_0 > 0$ est placée au point M. Quelle est son énergie potentielle en cette position.

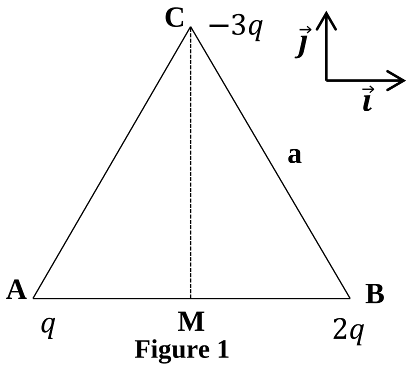


Figure 1

Choisir 02 exercices parmi les 03 Exercices

Exercice 2 (06.50 pts)

On considère deux sphères concentriques de même centre O et de rayons respectifs R_1 et $R_2 = \sqrt{2.5}R_1$ (figure 2), portant des charges telles que :

- La sphère interne $(O,\ R_1)$ porte une densité de charges volumique $\rho = \frac{15}{4R_1}(C/m^3)$.
- La sphère externe $(O,\ R_2)$ porte une densité de charge surfacique $\sigma = -0.5\ C/m^2$.

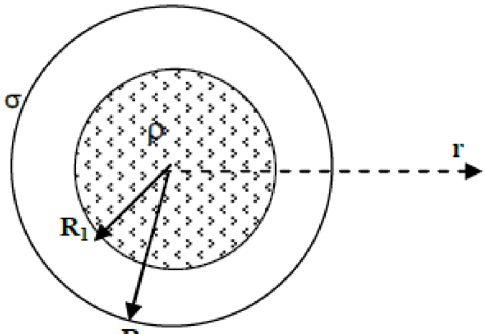


Figure 2

1- Déterminer les charges totales portées par chaque sphère.

2- En utilisant le théorème de gauss trouver le champ électrique en tout point de l'espace $(0 < r < \infty)$.Destinguer les région :$(0 < r \leq R_1)$, $(R_1 < r \leq R_2)$, $(r \geq R_2)$.

3- Déduire le potentiel électrique dans la région $r \geq R_2$, sachant que $V(\infty) = 0$.

Exercice 3 (06.50 pts)

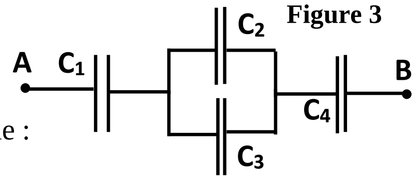


Figure 3

Quatre condensateurs sont regroupés comme l'indique la figure 3.

1- Calculer la capacité équivalente entre les points A et B. On donne :
$$C_1 = 2\ nF\ ;\ C_2 = 2\ nF;\ C_3 = 4\ nF;\ C_4 = 2nF$$

2- On applique entre A et B une tension U_{AB}. Sachant que le condensateur C_3 porte une charge $Q_3 = 160nC$.

a. Trouver la charge et la tension de chaque condensateur.

b. Trouver la valeur de la tension U_{AB}

3- Calculer l'énergie emmagasinée dans le système.

Exercice 4 (06.50 pts)

Soit un fil non conducteur en forme d'un arc de cercle de centre O, de rayon R, est chargé uniformément avec une densité linéique constante $\lambda > 0$. Ce fil forme un angle ϕ symétrique par rapport à l'axe des x (figure 4).

1- Trouver l'expression du potentiel électrique au point O

2- Trouver le vecteur champ électrique $\vec{E}$ au point O crée par cette distribution.

3- Que devient $\vec{E}$ pour l'angle $\phi = 0, \phi = \pi, \phi = 2\pi$.

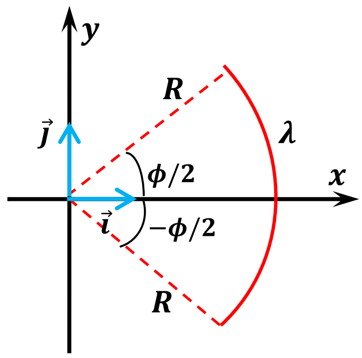
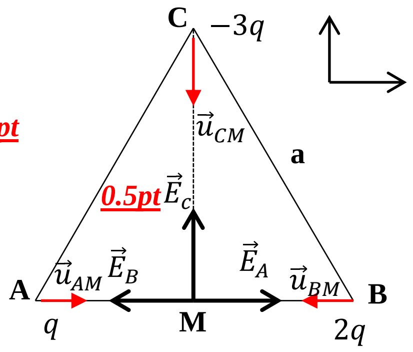


Figure 4

Corrigé

Exercice 1 (07pts) :



1- *Voir schéma ci-contre*

2- *Le champ électrique total au point M .*

$$\vec{E}(M) = \vec{E}_A(M) + \vec{E}_B(M) + \vec{E}_C(M) \quad \text{0.25pt}$$

$$AM = BM = {}^{a}/_{2} \quad , \quad CM = a\,{}^{\sqrt{3}}/_{2} \qquad \text{0.5pt}$$

Avec :

$$\text{0.75pt} \quad \vec{E}_A(M) = k\frac{q}{AM^2}\vec{u}_{AM} = k\frac{4q}{a^2}\vec{u}_{AM} \quad , \quad \vec{u}_{AM} = \vec{\imath}$$

$$\text{0.75pt} \quad \vec{E}_B(M) = k\frac{2q}{BM^2}\vec{u}_{BM} = k\frac{8q}{a^2}\vec{u}_{BM} \quad , \quad \vec{u}_{BM} = -\vec{\imath}$$

$$\text{0.75pt} \quad \vec{E}_C(M) = k\frac{(-3q)}{CM^2}\vec{u}_{CM} = k\frac{4q}{a^2}\vec{u}_{CM} \quad , \quad \vec{u}_{CM} = -\vec{\jmath}$$

D'où

$$\vec{E}_A(M) = k\frac{4q}{a^2}(-\vec{\imath} + \vec{\jmath}) \quad \text{0.75pt}$$

3- *Le potentiel électrique au point M*

$$V(M) = V(A) + V(B) + V(C) \quad \text{0.5pt}$$

$$\text{0.25pt} \quad V(M) = k\frac{q}{{}^{a}/_{2}} + k\frac{2q}{{}^{a}/_{2}} + k\frac{(-3q)}{a\,{}^{\sqrt{3}}/_{2}}, \quad V(M) = \frac{6kq}{a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad \text{0.5pt}$$

4- *L'énergie potentielle de la charge q_0 au point M*

$$E_p(q_0) = q_0\,V(M), \qquad E_p(q_0) = \frac{6kqq_0}{a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \quad \text{0.5pt}$$

5- *L'énergie interne du système des trois charges*

$$E_i = k\frac{q_A q_B}{AB} + k\frac{q_A q_C}{Ac} + k\frac{q_B q_C}{BC} \quad \text{0.5pt}$$

$$E_i = k\frac{2q^2}{a} - k\frac{3q^2}{a} - k\frac{6q^2}{a} = -\frac{7kq^2}{a} \quad \text{0.5pt}$$

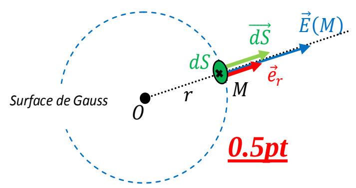
Exercice 2 (06.50 pts) :

1- *Charges des deux sphères* :

Sphères 1 : $Q_1 = \int_0^{R_1} \rho dV = \rho \int_0^{R_1} dV \,, Q_1 = \rho\frac{4}{3}\pi{R_1}^3 = 5\pi{R_1}^2$ **0.5pt**

Sphères 2 : $Q_2 = \int_0^{R_2} \sigma dS = \sigma \int_0^{R_2} dS \,, Q_2 = \sigma 4\pi{R_2}^2 = -0.5\; 4\pi{R_2}^2 = -5\pi{R_1}^2$ **0.5pt**

2- *La symétrie de la distribution des charges est sphérique, donc, le champ électrique est radial* :



$$\vec{E} = \vec{E}(r) = E(r)\vec{e}_r \quad \text{0.25pt}$$

La surface de gauss est une sphère de centre o et de rayon r. **0.25pt**

Théorème de Gauss :

$$\phi = \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$ **0.25pt**

Le champ est constant sur la surface de Gauss :

$$\iint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \iint E.dS = E\iint dS \Rightarrow E\iint dS = 4\pi r^2 E$$ **0.5pt**

$(\boldsymbol{0} < r \leq \boldsymbol{R_1})$:

$$Q_{int} = \int_0^r \rho dV = \rho \int_0^r dV\,, Q_{int} = \rho \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{5\pi}{R_1} r^3$$ **0.5pt**

$$E_1 = \frac{5}{4\varepsilon_0} \quad , \vec{E}_1 = \frac{5}{4\varepsilon_0 R_1} r\,\vec{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}$$ **0.5pt**

$(\boldsymbol{R_1} < r \leq \boldsymbol{R_2})$:

$$Q_{int} = Q_1 = 5\pi {R_1}^2$$ **0.25pt**

$$E_2 = \frac{5}{4\varepsilon_0} \quad , \vec{E}_2 = \frac{5{R_1}^2}{4\varepsilon_0 r^2}\vec{e}_r$$ **0.5pt**

$(\boldsymbol{r} \geq \boldsymbol{R_2})$:

$$Q_{int} = Q_1 + Q_0 = 0$$ **0.25pt**

$$E_3 = 0 \quad , \vec{E}_3 = \vec{0}$$ **0.5pt**

3- *Le potentiel électrique*

$$dV = -\vec{E}.\vec{dl} = E(r)dr \Rightarrow V(r) = \int E(r)dr$$ **0.5pt**

Région 3 : $V_3 = C_3$ **0.25 pt**

Détermination des constances :

$$V_3(\infty) = 0 \Rightarrow C_3 = 0$$ **0.25pt**

$$V_3(r) = 0$$ **0.25pt**

Exercice 3 (06.50 pts) :

1- *Calcul de la capacité équivalente*

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 2 + 4 = 6nF$$ **0.25pt**

$$\frac{1}{C_{AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \to C_{AB} = C_{AB} = 1nF$$ **0.75pt**

2- *Les charges et les tensions*

$$Q_3 = U_3 C_3 = 160\,nC \to U_3 = \frac{Q_3}{C_3} = 40V$$ **0.5pt**

$C_2//C_3 \to U_2 = U_3 = U_{32}$ donc $U_2 = 40V$ **0.5pt**

$Q_2 = U_2 C_2 = 2 * 40 = 80nC$ **0.5pt**

$$Q_{AB} = Q_2 + Q_3 = Q_{23} = Q_1 = Q_4$$ **0.75pt**

$$Q_1 = Q_4 = 240nC$$ **0.5pt**

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 80V$$ **0.5pt**

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = 120V \quad \underline{0.5pt}$$

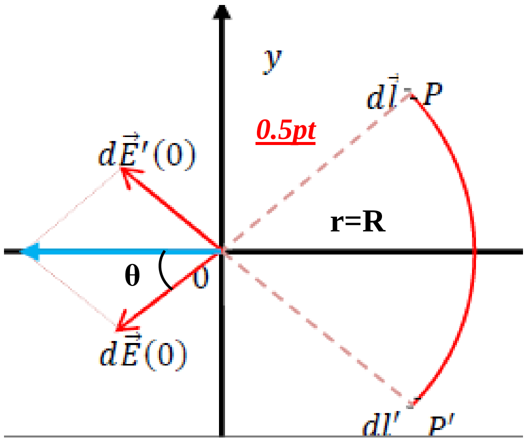
$$U_{AB} = U_1 + U_{32} + U_4 = 40 + 80 + 120 = 240V \quad \underline{0.75pt}$$

3- *Energie emmagasinée par le système*

$$W = \frac{1}{2} C_{AB} U_{AB}{}^2 = 5.76\ 10^{-5} J \quad \underline{1pt}$$

Ou $W = \frac{1}{2}(C_1U_1^2 + C_2U_2^2 + C_3U_3^2 + C_4U_4^2) = 5.75\ 10^{-5}J$

Exercice 4 (06.50 pts):



1- *Le champ électrique au point O*

$$dV(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} \quad \underline{0.5pt}$$

$$dq = \lambda dl = \lambda R d\theta, r = R \quad \underline{0.5pt}$$

$$dV(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda R d\theta}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda d\theta \quad \underline{0.5pt}$$

$$V(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} d\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\lambda\phi \quad \underline{0.5pt}$$

2- *Le champ électrique au point O*

Le champ électrique $\vec{E}(O)$ au point O crée par l'arc par raison de symétrie est porté par l'axe x.

$$\vec{E} = \vec{E}_x \vec{\imath} \quad \underline{0.5pt}$$

Soit un élément de longueur dl de l'arc. Cet élément porte une charge élémentaire dq, génère un champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ au point O donnée par la relation :

$$d\vec{E}(O) = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\vec{u} \quad \underline{0.25pt}$$

Le champ est porté par l'axe ox :

$$d\vec{E}(O) = dE_x\vec{\imath} = -dE\ \cos\theta\,\vec{\imath} \quad \underline{0.5pt}$$

Avec :

$$dE_x = -dE\ \cos\theta = -\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\cos\theta \quad \underline{0.25pt}$$

Sachant que : $r = R, dq = \lambda dl = \lambda R d\theta$

Il vient :

$$dE(O) = dE_x = -\frac{\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{R^2}\cos\theta\, d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta\, d\theta \quad \underline{0.5pt}$$

$$\Rightarrow E(O) = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}}\cos\theta\, d\theta = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}[\sin\theta]_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \quad \underline{0.5pt}$$

$$\Rightarrow E(O) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\frac{\phi}{2} \Rightarrow \vec{E}(O) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\sin\frac{\phi}{2}\vec{\imath}$$ ***0.75pt***

3- *Les expressions de* $\vec{E}(O)$

Pour $\phi = 0$: $\vec{E}(O) = \vec{0}$ ***0.25pt***

Pour $\phi = \pi$: $\vec{E}(O) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{\imath}$ ***0.25pt***

Pour $\phi = 2\pi$: $\vec{E}(O) = \vec{0}$ ***0.25pt***