Cours Licence
Microéconomie

L'équilibre du consommateur

Dr. Aïssa MOUHOUBI

10 octobre
2022

Considérons un individu dont la fonction d'utilité est *U* et qui dispose d'un revenu *R*. Cet individu est confronté à un univers marchand composé de deux biens *X* et *Y*. *R* est entièrement consacré à l'achat des deux biens dont les prix sont respectivement p_x et p_y. Nous pouvons écrire, dans ces conditions, l'équation du budget qui aura la forme suivante :

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y$$

La maximisation de la fonction d'utilité sous contrainte du budget est schématisée dans un système d'équations.

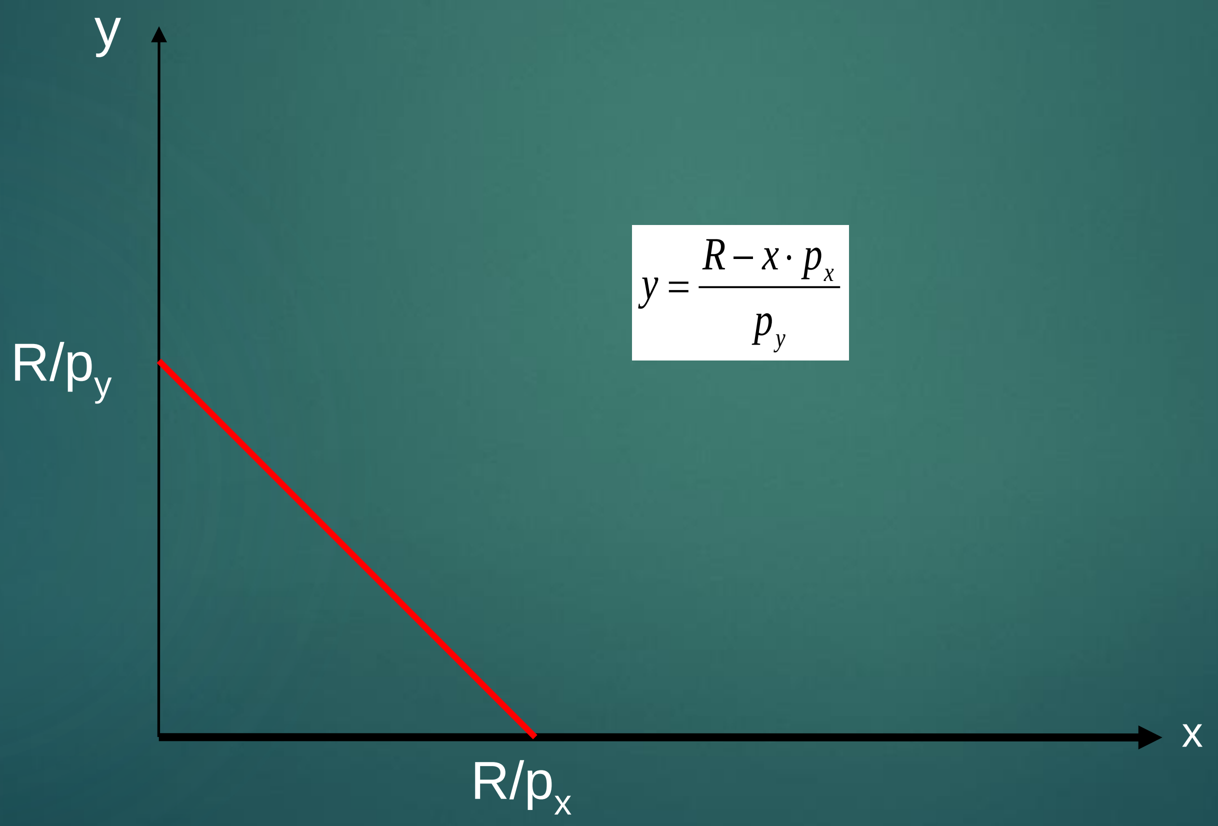
$$\begin{cases} Max \quad U = f(x, y) \\ s/c \quad R = x p_x + y p_y \end{cases}$$

Dans le cas de deux biens *X* et *Y*, l'équation du budget peut être représentée graphiquement sous forme d'une droite du budget. Cette droite délimite le pouvoir d'achat du consommateur.

Ainsi, tous les points qui se trouvent sur la droite représentent les paniers des quantités de *X* et de *Y* que le consommateur peut acquérir en dépensant tout son revenu. L'espace se trouvant sous la droite du budget représente les paniers qui ont des coûts inférieurs à son revenu.

Quant à l'espace qui se trouve en dessus de la droite, celui-ci représente les paniers de biens qui ont des coûts supérieurs à son revenu.

$$R = x \cdot p_x + y \cdot p_y \Rightarrow y = \frac{R - x \cdot p_x}{p_y}$$



La méthode de Lagrange

Au lieu de maximiser la fonction U, la méthode de Lagrange consiste à maximiser une nouvelle fonction *L* qui varie en fonction des variables contenues dans U et d'une nouvelle variable λ appelée, le multiplicateur de Lagrange.

$$L = f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda) = U + \lambda \cdot g$$

$$g = R - x_1 \cdot p_{x_1} - x_2 \cdot p_{x_2} - \ldots - x_n \cdot p_{x_n}$$

Application

Soit un consommateur ayant une fonction d'utilité $U = x\,y$, un revenu de 400 qu'il consacre à l'achat de deux biens X et Y dont les prix sont respectivement de 4 t 10.

On vous demande de déterminer les quantités optimales de X et de Y qui maximisent l'utilité du consommateur.

$$\begin{cases} Max \quad U = x \cdot y \\ s/c \quad 400 = 4 \cdot x + 10 \cdot y \end{cases}$$

$$L = x \cdot y + \lambda \cdot (400 - 4x - 10y)$$

$$L = x \cdot y + 400 - 4 \cdot x \cdot \lambda - 10 \cdot y \cdot \lambda$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial L}{\partial x} = y - 4\cdot\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{y}{4} \cdots (1) \\ \dfrac{\partial L}{\partial y} = x - 10\cdot\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \dfrac{x}{10} \cdots (2) \\ \dfrac{\partial L}{\partial \lambda} = 400 - 4\cdot x - 10\cdot y = 0 \cdots (3) \end{cases}$$

$$(1) = (2) \Leftrightarrow \frac{y}{4} = \frac{x}{10} \Rightarrow y = \frac{4\cdot x}{10} \Rightarrow x = \frac{2\cdot x}{5} \cdots (4)$$

Remplaçons (4) dans (3), on obtient :

$$400 = 4\cdot x + 10\frac{2\cdot x}{5} = 4\cdot x + 4\cdot x = 8\cdot x \Rightarrow x = 50\cdots(5)$$

Remplaçons (5) dans (4) ; on obtient :

$$y = \frac{2\cdot x}{5} \Rightarrow y = \frac{2\cdot 50}{5} \Rightarrow y = 20\cdots(6)$$

Remplaçons (5) et (6) dans U, on obtient :

$$U = x \cdot y \Rightarrow U = 50 \cdot 20 \Rightarrow U = 1000$$

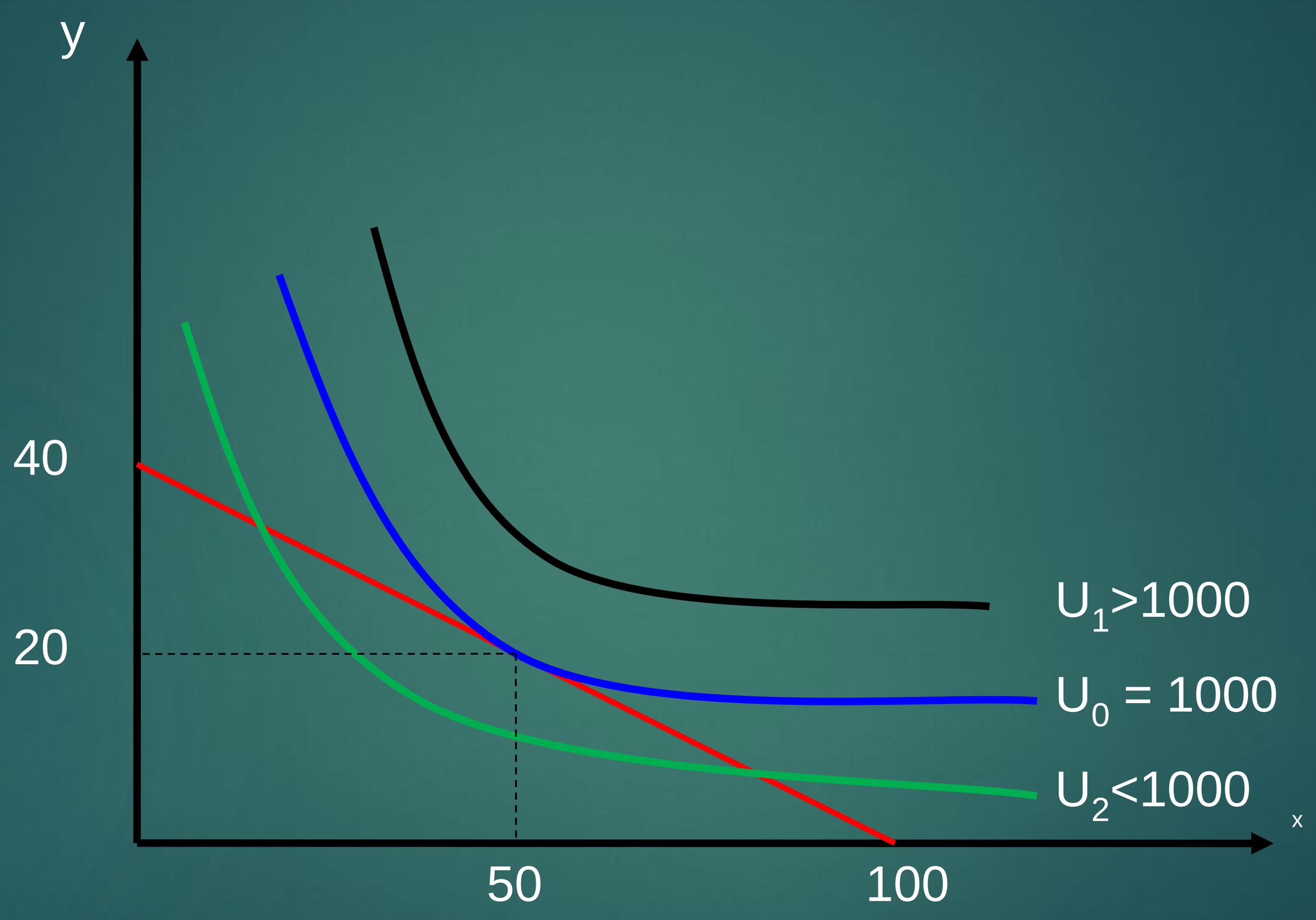
Remplaçons (5) dans (2) ; on obtient :

$$\lambda = \frac{x}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

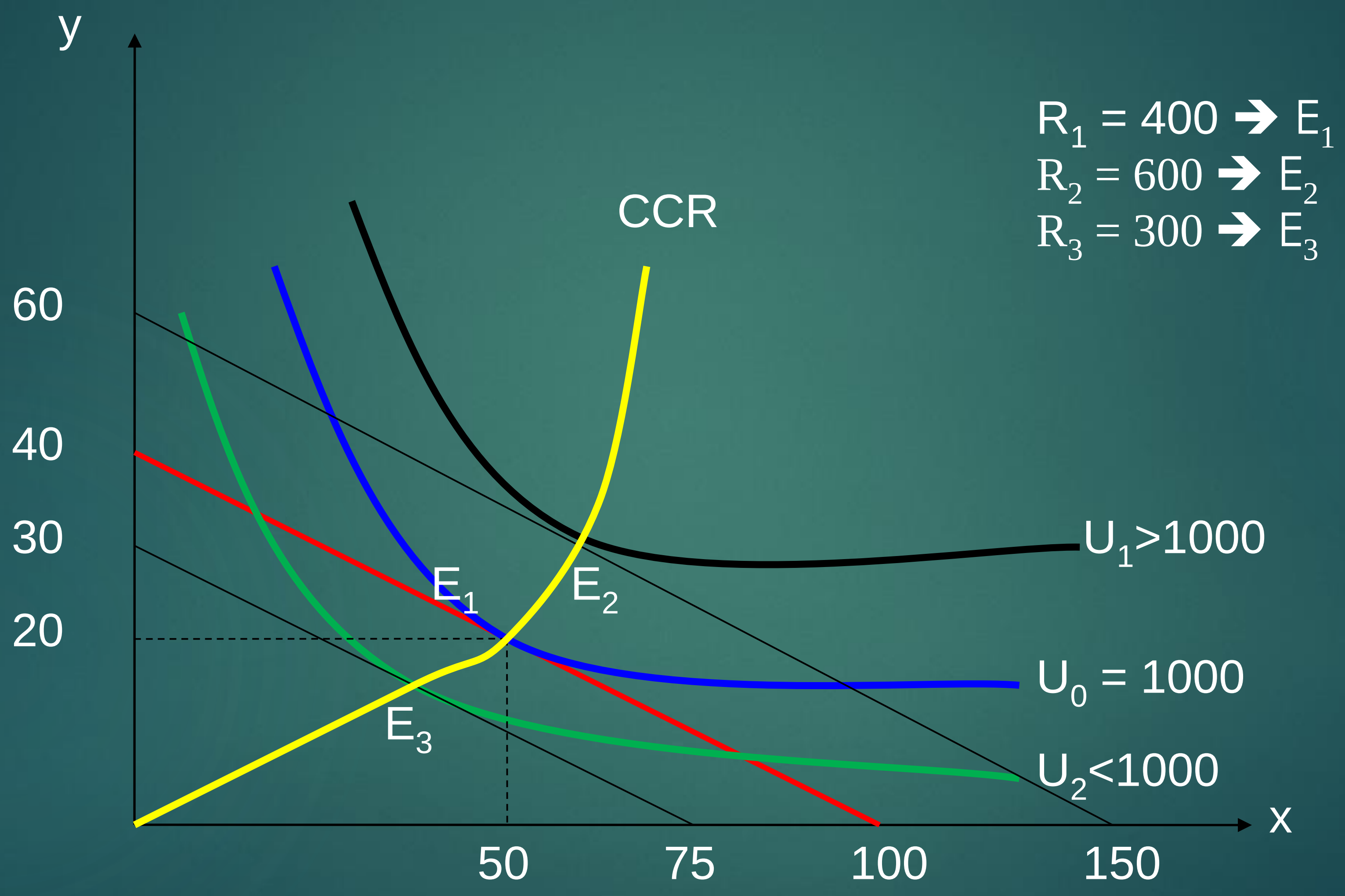
λ est défini comme la variation de l'utilité totale lorsque le revenu varie d'une seule unité.

Il vient alors à écrire :

$$\boxed{\lambda = \frac{\delta U}{\delta R}}$$


y
40
20
U1>1000
U0 = 1000
U2<1000
x
50
100

Un consommateur rationnel qui cherche à maximiser son utilité, sous hypothèse de dépenser la totalité de son revenu, verra sa droite de budget se déplacer à droite lorsque le revenu augmente, et à gauche lorsque le revenu diminue. Le déplacement de la droite du budget sera parallèle par rapport à la situation initiale de celle-ci. Ceci est vrai du moment que le rapport des prix $-p_x/p_y$ ne change pas.

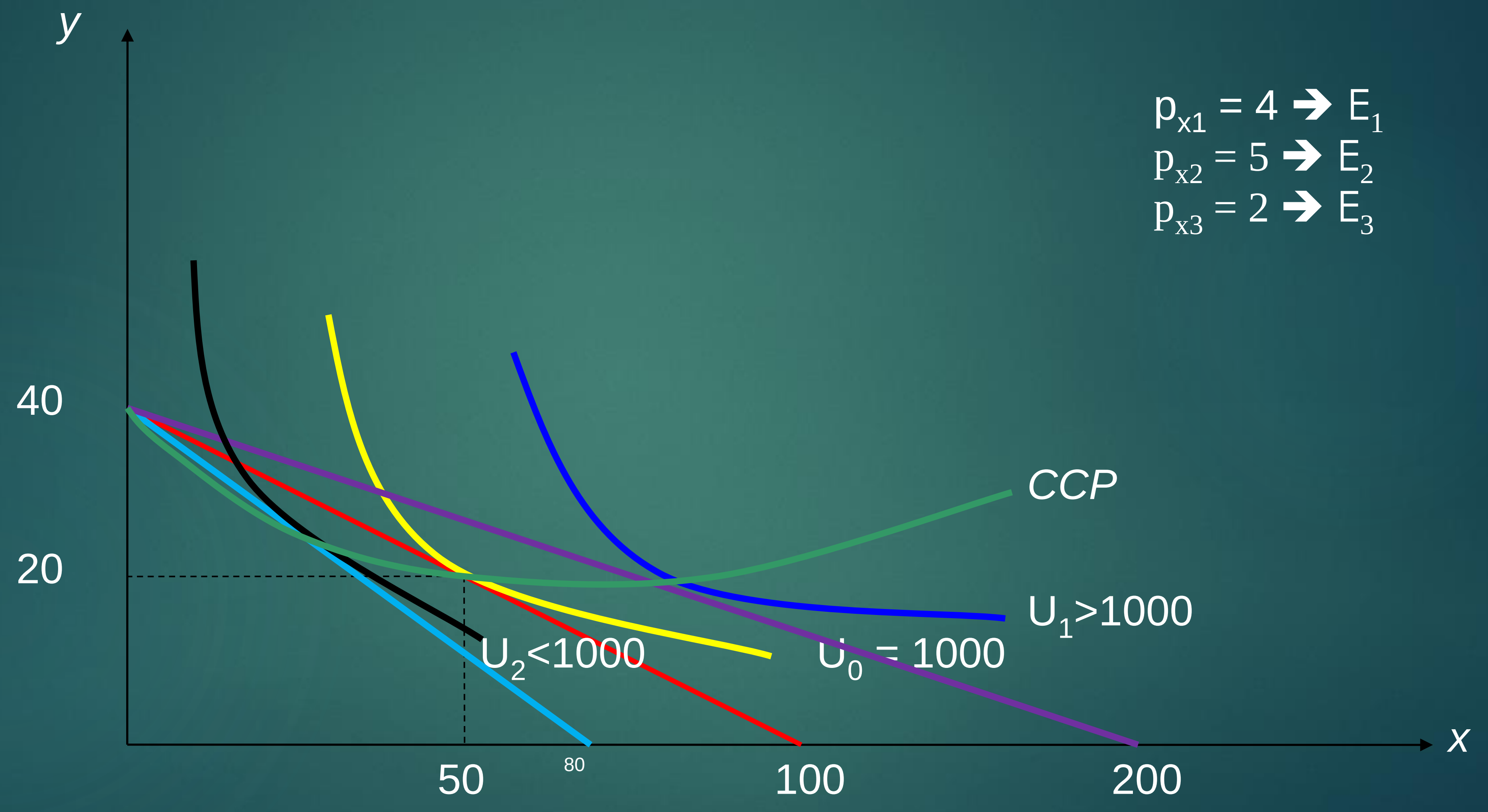


y
60
40
30
20
CCR
R_1 = 400 → E_1
R_2 = 600 → E_2
R_3 = 300 → E_3
E_1
E_2
E_3
U_1>1000
U_0 = 1000
U_2<1000
x
50
75
100
150

En tenant compte de la clause *ceteris paribus* (toutes choses étant égales par ailleurs), la modification du prix de l'un des biens causera la modification de l'équilibre du consommateur.

En effet, du point de vue géométrique le changement du prix du bien X (p_x), par exemple, causera la rotation de la droite de budget sur un même pivot ; R/p_y

De ce fait, la pente de la droite du budget sera plus forte si le prix augmente et sera plus faible si celui-ci diminue.



y
40
20
CCP
$U_1 > 1000$
$U_2 < 1000$
$U_0 = 1000$
50
80
100
200
x
$p_{x1} = 4 \rightarrow E_1$
$p_{x2} = 5 \rightarrow E_2$
$p_{x3} = 2 \rightarrow E_3$