Grammaire LL(k)

7.4 Grammaire LL(K)

*Dans les méthodes descendantes utilisées pour analyser les grammaires **LL(1)**, **un seul caractère** est consulté pour décider de la règle à appliquer.*

*On peut généraliser les deux méthodes en donnant la possibilité de consulter **k (k>1)** prochains symboles de la chaine d'entrée; on obtient alors des analyseurs pouvant traiter une classe plus large de grammaires.*

Exemple *: Soit la grammaire G $S \rightarrow abS|acS|b$ et une chaine qu'on veut dériver à partir de S.*

- *Si seul **le premier** symbole qui est consulté, **on ne peut pas décider** de la règle à appliquer parmi (1) et (2). **G n'est pas LL(1)** ;*
- *Si nous disposons **de 2 symboles** de ω, soit $\omega = ac\,\omega'$, on peut décider que c'est la **règle 2** qui doit être appliquée, donc **G est LL(2).***

7.4 Grammaire LL(K)

*Une **grammaire est LL(k)** si **k** caractères du début de la chaine à analyser suffisent pour faire une analyse déterministe.*
De façon formelle si on a une règle : $A \rightarrow \alpha / \beta$ il faut vérifier l'une des 02 conditions suivantes:

Si $\varepsilon \in Deb(\alpha)$ **et** $\varepsilon \in Deb(\beta)$ **alors** **G est non LL(k)**

Sinon $Deb_k(deb_k(\alpha).suiv_k(A)) \cap Deb_k(deb_k(\beta).suiv_k(A)) = \emptyset$

Finsi

7.4 Grammaire LL(K)

Remarque :

On peut aussi écrire la condition précédente sous une forme simplifiée:

$$\boxed{Deb_k(\alpha.\ suiv_k\ (A) \cap Deb_k\ (\beta.\ suiv_k\ (A)) = \emptyset}$$

On ***concatène*** *les* ***suiv(A)*** *à* **α et β** *pour assurer que* ***les éléments*** *des ensembles de* ***débuts de α et β*** *soient de* ***même cardinalité****, càd ont le* ***même nombre de caractères pour pouvoir les comparer.***

Exemple:

Card (deb(a)) = card{a} = 1 et card (deb(ε)) = card{ε} = 0

donc {a} ∩ {ε} n'est pas valide!!

7.4.1 Les ensembles $Debut_K$ et $Suivant_K$

(a) Règles de calcul de l'ensemble Début$_k$:

1. $Si \quad A \rightarrow \alpha_1 / \alpha_2 / \ldots / \alpha_n \quad Alors \quad Deb_k(A) = Deb_k(\alpha_1) \cup \ldots \cup Deb_k(\alpha_n)$
2. $Deb_k(\varepsilon) = \{\varepsilon\}$
3. $$\underset{w \in T^+}{Deb_k(w)} = \begin{cases} \{w\} & Si\ w \in T^l \quad et \quad l \leq k \\ \{w'\} & Si \quad w = w'w'' \in T^l \quad et \quad l > k\ et\ w' \in T^k \end{cases}$$
4. $Deb_k(\beta\gamma) = Deb_k(Deb_k(\beta).Deb_k(\gamma))$

7.4.1 Les ensembles $Debut_K$ et $Suivant_K$

b. ***Règles de calcul de l'ensemble $Suivant_k$:***

$$\boldsymbol{suiv_k\,(A) = \{\omega | Z \rightarrow^* \alpha A \beta \#^k\,,\ \omega \in deb_k(\beta \#^k)\ et\ \omega \in T^k\}}$$

Les étapes de construction de l'ensemble $Suiv_k$

1. $\#^k \in \boldsymbol{suiv_k}\ (S)$ *tel que S est l'axiome;*
2. $si\ B \rightarrow \alpha A \beta\ alors\ \boldsymbol{deb_k(\beta.\ suiv_k\,(B) \subset suiv_k\,(A))}\ avec\ \alpha\ et\ \beta \in (T \cup N)^*$
3. $si\ B \rightarrow \alpha A\ alors\ \boldsymbol{suiv_k\,(B) \subset suiv_k(A)}$

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \rightarrow aAaa \,/\, bAba \\ A \rightarrow bA \,/\, \varepsilon \end{cases}$$

Calculer les ensembles Début$_1$ Début$_2$, Début$_3$ et les ensembles Suivant$_1$, Suivant$_2$, et Suivant$_3$?

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \rightarrow aAaa / bAba \\ A \rightarrow bA / \varepsilon \end{cases}$$

$\boldsymbol{Deb_1(S)} = Deb_1(aAaa) \cup Deb_1(bAba)$
$= \{a, b\}$

$\boldsymbol{Deb_1(A)} = Deb_1(b\text{A}) \cup Deb_1(\varepsilon) = \{b, \varepsilon\}$

$\boldsymbol{Suiv_1(S)} = \{\#\}$

$\boldsymbol{Suiv_1(A)} = \{a, b\}$

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G : \begin{cases} S \rightarrow aAaa \,/\, bAba \\ A \rightarrow bA \,/\, \varepsilon \end{cases}$$

$\boldsymbol{Deb_2\ (S)}$ = $Deb_2\ (aAaa) \cup Deb_2(bAba)$ $Deb_2\ (S) = a.Deb_1\ (Aaa) \cup b.Deb_1\ (Aba)$
$= \{ab,\ aa\} \cup \{bb\}$

$\boldsymbol{Deb_2\ (A)}$ = $Deb_2\ (b\mathrm{A}) \cup Deb_2\ (\varepsilon)$ = b.Deb$_1$ (A) $\cup \{\varepsilon\}$
= {bb,b,ε}

$\boldsymbol{Suiv_2\ (S)}$ = {##}

$\boldsymbol{Suiv_2\ (A)}$ = $Deb_2\ (aa.\ suiv_2(S)) \cup Deb_2(ba.\ Suiv_2\ (S))$ = {aa, ba}

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G : \begin{cases} S \to aAaa \mid bAba \\ A \to bA \mid \varepsilon \end{cases}$$

Calculons de l'ensemble des $déb_3$ et $suiv_3$

$Deb_3(S) = Deb_3(aAaa) \cup Deb_3(bAba)\ Deb_3(S) = a.Deb_2(Aaa) \cup b.Deb_2(Aba)$
$= \{aba,\ aaa\} \cup \{bbb,\ bba\}$

$Deb_3(A) = Deb_3(bA) \cup Deb_3(\varepsilon) = b.Deb_2(A) \cup \{\varepsilon\}$
$= \{bbb, bb, b, \varepsilon\}$

$Suiv_3(S) = \{\#\#\#\}$

$Suiv_3(A) = Deb_3(aa.\ suiv_3(S)) \cup Deb_3(ba.\ Suiv_3(S)) = \{aa\#,\ ba\#\}$

7. Analyse descendante déterministe

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \rightarrow aAaa / bAba \\ A \rightarrow bA / \varepsilon \end{cases}$$

$$Deb_k(\beta\gamma) = Deb_k(Deb_k(\beta).Deb_k(\gamma))$$

$$\underset{A \in N}{Suiv_k(A)} = \{w / Z \overset{*}{\Rightarrow} \alpha A \beta \#^k, w \in Deb(\beta \#^k) \ \ et \ \ |w| = k\}$$

	Deb₁	**Suiv₁**	**Deb₂**	**Suiv₂**	**Deb₃**	**Suiv₃**
S	a b	#	aa ab bb	##	aaa bba aba bbb abb	###
A	b ε	a b	ε bb b	aa ba	ε b bbb bb	aa# ba#

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \to aAaa / bAba \\ A \to bA / \varepsilon \end{cases}$$

G, est-elle LL(k)?

- *G est non récursive à gauche et factorisée;*
- *Vérifions les conditions pour LL(1)?*

$S \to aAaa / bAba$ Vérifions la condition (cas2)

$$Deb_1\ (aAaa) \cap Deb_1\ (bAba) = \{a\} \cap \{b\} = \varnothing$$

Donc S est LL(1) et par conséquent S est LL(k)

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \rightarrow aAaa / bAba \\ A \rightarrow bA / \varepsilon \end{cases}$$

G, est-elle LL(1)?

$A \rightarrow bA / \varepsilon$ *Vérifions la condition (cas3)*

1. $Deb_1\,(bA) \cap Suiv_1\,(A) = \{b\} \cap \{a,b\} = \{b\} \neq \varnothing$ donc condition non vérifiée !

Donc A est LL(1)

D'où G est non LL(1)!

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \rightarrow aAaa \mid bAba \\ A \rightarrow bA \mid \varepsilon \end{cases}$$

G, est-elle LL(2)?

S a été déjà vérifiée LL(1) alors elle par conséquent LL(k) ; il suffit de vérifier la condition pour la règle A:

$A \rightarrow bA \mid \varepsilon$

	Deb_2	$Suiv_2$
S	aa ab bb	##
A	ε bb b	aa ba

Deb_2 (b. $Suiv_2$ (A)) $\cap$ $Suiv_2$ (A) = {ba,bb} $\cap$ {aa,ba} = {ba} $\neq \varnothing$ donc condition non vérifiée !

G est non LL(2)!

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G: \begin{cases} S \to aAaa \mid bAba \\ A \to bA \mid \varepsilon \end{cases}$$

G, est-elle LL(3)?

$A \to bA \mid \varepsilon$

	Deb_3	$Suiv_3$
S	aaa bba aba bbb abb	###
A	ε b bbb bb	aa# ba#

1. Deb_3 (b. $Suiv_3$ (A)) ∩ $Suiv_3$(A) = {bbb,baa,bba} ∩ {aa#,ba#} = ∅ donc condition vérifiée !

G est LL(3)!

7.4.2 La table d'analyse LL(k)

Algorithme de construction de la table d'analyse LL(k)

```
Début
    Pour chaque non-terminal A de N
        Faire
            Pour chaque règle  A → α
                Faire
                    Pour chaque  w ∈ Deb_k(α.Suiv_k(A))
                        Faire
                            T[A,w] := N° A → α
                        Fait;
                Fait;
        Fait;
Fin.
```

7. Analyse descendante déterministe

Exemple (Grammaire LL(k))

$$G : \begin{cases} S \rightarrow aAaa / bAba \\ A \rightarrow bA / \varepsilon \end{cases}$$

G est LL(3)

	Deb_3	$Suiv_3$
S	aaa bba aba bbb abb	###
A	ε b bbb bb	aa# ba#

Table d'analyse LL(3)

	aaa	bba	aba	bbb	abb	baa	aa#	ba#
S	S→aAaa	S→bAba	S→aAaa	S→bAba	S→aAaa			
A		A→bA		A→bA		A→bA	A→ε	A→ε

Table d'analyse

	aaa	bba	aba	bbb	abb	baa	aa#	ba#
S	S→aAaa	S→bAba	S→aAaa	S→bAba	S→aAaa			
A		A→bA		A→bA		A→bA	A→ε	A→ε

$$G: \begin{cases} S \to aAaa \,/\, bAba \\ A \to bA \,/\, \varepsilon \end{cases}$$

Trace d'analyse

Pile	Chaine	Tc	Action
#S	bbba#	b	Dépiler et empiler le mot miroir bAba
#abAb	bbba#	b	Avancer et Dépiler
#abA	bba#	b	Dépiler et empiler le mot miroir bA
#abAb	bba#	b	Avancer et Dépiler
#abA	ba#	b	Dépiler et empiler le mot miroir ε
#ab	ba#	b	Avancer et Dépiler
#a	a#	a	Avancer et Dépiler
#	#		Chaine acceptée !