Université Abderrahmane Mira. Béjaïa
Faculté des Sciences Économiques, Commerciales et des Sciences de Gestion
Département de la Formation Initiale SEGC-LMD
Première année
Année universitaire 2016-2017

Chapitre introductif : Définition de l'économie et de problème économique

Pourquoi étudions-nous l'économie ? D'où provient le problème économique ? Quel est l'objet d'analyse de la science économique ? Ce chapitre apportera des éléments de réponse à l'ensemble de ces questions et bien évidemment à d'autres relatives à la discipline de la microéconomie.

A. Définitions de l'économie

Ci-dessous, nous allons nous référer à quelques définitions proposées par certains économistes afin d'expliquer et de clarifier l'objet d'étude de la science économique.

Définition 1 : L. Robbins définit l'économie comme : « L'économie est la science qui étudie le comportement humain en tant que relation entre les fins et les moyens rares à usages alternatifs ».

Définition 2 : selon O. Lange : « L'économie politique, ou encore l'économie sociale, est la science des lois sociales régissant la production, et la distribution des moyens matériels à satisfaire les besoins humains ».

Définition 3 : la définition de E. Malinvaud (Leçons de théorie microéconomique, Dunod, 1968).

« L'économie est la science qui étudie comment des ressources rares sont employées pour la satisfaction des besoins des hommes vivants en société ; elle s'intéresse d'une part aux opérations essentielles que sont la production, la distribution et la consommation des biens, d'autres parts aux institutions et aux activités ayant pour objet de faciliter ces opérations ».

Toutes ces définitions évoquent l'hypothèse sous-jacente de l'économie ; **la rareté** constitue l'essentiel de ce qu'on pourrait appeler « ***problème économique*** ». La rareté résulte en fait de deux phénomènes indépendants : la quantité limitée des ressources dont disposent les êtres humains et le caractère insatiable de leurs besoins. Il est important de comprendre que la rareté, et par conséquent le problème économique, ne se poserait pas si l'un ou l'autre de ces deux phénomènes n'existait pas.

A-1. La rareté fondement de l'économie

Imaginons un instant que nous nous trouvons dans une société d'opulence (richesse, fortune, abondance, aisance) où les ressources sont abondantes à tel point que tous les désirs (besoins) des individus peuvent

être satisfaits. Dans une telle société l'offre dépasse la demande de chaque bien et de chaque service. Les prix deviennent nuls et il n'y aurait pas de biens économiques.

C'est donc la rareté des ressources qui donne un sens à l'étude des lois qui régissent les économies. En effet, c'est parce que les ressources sont rares qu'il y a un besoin de savoir comment les sociétés et les individus s'organisent pour gérer cette rareté et pour satisfaire au mieux leurs désirs, à défaut de pouvoir les satisfaire tous.

A-2. La rareté et la nécessité des choix

Parce que les ressources ne suffisent pas pour satisfaire tous les besoins, la société comme les agents qui la composent sont contraints à faire des choix.

La société doit choisir les biens qu'elle veut produire. Les entreprises doivent aussi choisir combien et comment produire, alors que les ménages doivent choisir quoi consommer.

La science économique est donc la science de l'allocation des ressources rares d'une économie sous contrainte. Cela revient à s'intéresser à trois questions :

- Quels biens et services produire ?
- Comment les produire ?
- Pour qui les produire ?

A-3. Quelques notions

-Qu'est-ce qu'un besoin ? Le besoin correspond à un état de manque face à ce qui est nécessaire ou ressenti comme tel par l'Homme vivant en société.

-Qu'est-ce qu'un bien ? Un bien est un élément capable de satisfaire un besoin. Tout bien est utile.

-Qu'est-ce qu'un service ? Toute personne ou assistance qui permet la satisfaction d'un besoin : je suis malade : je dois me faire soigner et pour se faire, je dois aller chez le médecin.

-Bien libre : il existe à l'état naturel et on l'obtient gratuitement.

-Bien économique : il demande un travail pour l'obtenir et on doit pouvoir lui donner un prix (il est payant).

A-4. Objet d'analyse de la science économique

- La microéconomie : étude du comportement d'une unité économique individuelle.
- La macroéconomie : étude du comportement d'une économie donnée.

- La mésoéconomie : étude d’une branche d’activité donnée.

B. Définition de la microéconomie

La microéconomie est une discipline de la science économique qui étudie le comportement des agents économiques considérés comme centres de décision individuels (autonomes) agissant pour leur bien-être dans un contexte de production et de répartition des ressources supposées rares.

C. Les hypothèses fondamentales de la microéconomie

1. La rationalité des agents : l’agent économique cherche à retirer la plus grande satisfaction possible (satisfaction maximale) compte tenu de sa contrainte budgétaire.

2. L’échange marchand : c’est le marché, lieu de confrontation de l’offre et de la demande, qui détermine le prix. Au prix du marché, l’échange est volontiers et mutuellement avantageux.

Partie I : La théorie du comportement du consommateur.

Introduction

L’école néoclassique s’intéresse aux conditions de production et de répartition des biens supposés répondre à des besoins de consommation exprimés par les individus.

Les biens économiques offerts sur le marché par les producteurs sont demandés par les consommateurs contre paiement « d’un prix » : la formation du prix d’équilibre sur le marché d’un bien, constitue l’objectif des néoclassiques à travers ***l’analyse marginaliste*** qu’ils proposent comme fondement de leur démarche.

Puisqu’ils ont la faculté de satisfaire un besoin exprimé, les biens économiques sont également **utiles**. En conséquence, le consommateur est demandeur d’un bien sur le marché parce qu’il lui procure de **l’utilité**. L’utilité devient alors un élément du comportement rationnel du consommateur qui demandera des biens en vue d’en tirer un maximum d’utilité.

1. L’approche cardinale de l’utilité

suppose que le consommateur est capable de mesurer les **quantités** d’utilité qu’il obtient en consommant une certaine quantité d’un bien déterminé. Dans cette conception dite **« cardinale »**, l’utilité apparaît comme une grandeur **mesurable** au même titre que n’importe quel autre bien.

2. L’approche ordinale de l’utilité

Dans la réalité, il est difficile de vérifier une telle hypothèse (la quantification de l’utilité) : en effet, s’il est parfaitement plausible qu’un consommateur soit capable à tout moment d’exprimer ses préférences de consommation « je préfère une glace à un morceau de chocolat » aucun consommateur ne pourra raisonnablement dire qu’il retire cinq fois plus d’utilité (ou de satisfaction) dans la consommation d’une glace plutôt que dans la consommation d’un morceau de chocolat. Cela signifie que le consommateur exprime tout au plus **un ordre de préférence** parmi tous les biens qui satisfont à ses besoins. Cette évaluation **ordinale** de l’utilité que procure la consommation des biens fonde la théorie des **courbes d’indifférence.**

En définitive, les néoclassiques fondent leur analyse de la demande sur le comportement rationnel du consommateur supposé opérer des choix de consommation en fonction d’une échelle de préférence établie sur la base de l’évaluation qu’il fait du degré d’utilité que lui procurent différentes combinaisons des biens et services auxquels il peut accéder sur le marché.

3. Hypothèses délimitant la rationalité du consommateur

Chez les néoclassique la rationalité du consommateur est délimitée par trois hypothèses qui sont :

3-1. L’hypothèse de l’insatiabilité

À chaque fois que le consommateur pourra accéder à la consommation d’une quantité supplémentaire d’un bien, il le fera : c’est l’hypothèse dite également de **non-saturation** des besoins.

3-2. L’hypothèse du choix unique

Lorsque le consommateur est en face d’un choix de consommation entre deux biens X et Y, il est capable d’exprimer sa préférence. Ainsi il pourra dire s’il préfère X à Y, Y à X ou encore s’il lui est «égal» de consommer X ou Y. Il choisira en tout état de cause, **une seule** de ces trois possibilités.

3-3. L’hypothèse de la transitivité

Lorsqu’il est en face de trois biens X, Y et Z, ses choix de consommation sont « ordonnés » de telle sorte que s’il préfère X à Y et Y à Z, alors nécessairement, il préfère X à Z.

Ces trois hypothèses sont à la base de la théorie du comportement du consommateur. Une fois admises, il est possible de bâtir sa **fonction d’utilité.**

Chapitre I : La fonction d'utilité du c=teur

I. Définitions préliminaires utiles

I-1/ La fonction d'utilité : La fonction d'utilité "U", est la traduction mathématique de l'échelle des préférences de consommation exprimée par un individu face à plusieurs alternatives de c=tion. Elle exprime le degré de satisfaction où d'utilité que procure la consommation d'une quantité (x) du bien X. Elle s'écrit : $U = f(x)$ —— ①.

I-2/ Combinaisons de biens, complexe de biens :

⊛ Une combinaison de biens est une "association" de quantités de deux biens X et Y. Soit x la qtité consommée du bien X et y la quantité consommée du bien Y, le couple (x, y) représente une combinaison de deux biens X et Y.

⊛ Un complexe de biens est une "association" de quantités de "n" biens. Soit une économie où il n'existe (on le suppose) que trois biens X, Y et Z. Un complexe de biens sera représenté par le triplet (x, y, z) formé des quantités x, y et z des biens X, Y et Z.

Plus généralement, dans une économie, il existe "n" biens. Aussi, un complexe de biens sera représenté par $(x_1, \ldots, x_n)$ formé des qtités des biens $(X_1, \ldots, X_n)$. Aussi, la fonction d'utilité donnée par la formule ① précédente n'est qu'un cas particulier. Dans le cas général, la fonction d'utilité devient : $U = f(x_1, \ldots, x_n)$ —— ②.

⊛ Le problème du c=teur est de choisir parmi ~~tous~~ les complexes de biens, celui qui lui procure un maximum de satisfaction, c'est-à-dire qui maximise sa fonction d'utilité.

⊛ La résolution du problème de la maximisation de la fonction d'utilité permet de déterminer la fonction de demande du c=teur.

II. Les postulats de base de la fonction d'utilité

Les postulats de base de la fonction d'utilité sont au nombre de trois :

P_1 : La fonction d'utilité exprime le degré de satisfaction que les individus tirent de la consommation de complexes de biens différents. Aussi, lorsque le consommateur affecte deux valeurs U_1 et U_2 tel que $U_1 > U_2$, il exprime par là sa préférence à l'égard du complexe de bien C_1 qui lui procure un degré d'utilité supérieur à celui que lui procure un autre complexe C_2 (Postulat de préférence).

P_2 : La fonction d'utilité est définie pour une période temporelle donnée. Cela signifie que l'analyse du comportement du c=teur est une analyse statique. L'analyse statique ne prend pas en compte les c=tions différées.

P_3 : La fonction d'utilité est supposée être continue et dérivable sur son intervalle (domaine) de définition. Cela signifie que pour passer d'une valeur à une autre, elle prend toutes les valeurs intermédiaires. Du point de vue de la signification économique, ce postulat veut dire que les biens (parmi lesquels s'opèrent les choix du c=teur) sont divisibles à l'infini. Ce postulat est néanmoins essentiel puisqu'il permet d'utiliser les propriétés mathématiques de la continuité des fonctions.

III - L'utilité totale (U_T) et utilité marginale :

III - 1/ L'utilité totale :

Soit un bien x auquel on associé, exprimé en utils, un niveau d'utilité pour chaque quantité (ou unité). Comme le montre le tableau suivant :

x quantités de x	U_x (utilité totale de x)	U_{mx} (utilité marginale de x)
0	0	–
1	10	10
2	18	08
3	24	06
4	28	04
5	30	02
6	30	00
7	26	-04

La f^n d'utilité du c^{teur} est alors $U_T = f(x)$. La variation des quantités du bien x consommées par (I) lui procure des degrés variés d'utilité.

⊛ Ce tableau montre que lorsque la consommation du bien x augmente (variation des quantités de x), l'utilité augmentait également sans que cette augmentation de l'utilité soit proportionnelle. On dit que l'augmentation de l'utilité s'effectue à un taux décroissant.

⊛ De plus, il est facile de comprendre que le postulat de l'insatiabilité n'implique pas que l'individu consomme indéfiniment. Il signifie que le c^{teur} est disposé à augmenter ses consommations jusqu'à la satisfaction complète du besoin exprimé. Il existe donc un point maximal (de point de satiété) au delà duquel, l'utilité totale n'augmente plus avec l'augmentation des quantités (x) consommées.

En examinant le tableau précédent, on remarquera que le passage de x = 5 à x = 6, ne se traduit pas par une augmentation de l'utilité. Cela montre que le c^{teur} n'éprouve plus le besoin de "continuer" à consommer le bien x.

III - 2/ L'utilité marginale : elle est définie comme la variation de l'utilité totale U_t résultant de la variation d'une unité de la quantité du bien consommé.

$$U_{mx} = \frac{\Delta U_T}{\Delta x} \quad — \quad (1) \quad \text{cas discret.}$$

III - 3/ La définition précédente de l'utilité marginale peut être exprimée mathématiquement de la manière suivante : on sait que $U_T = f(x)$ et l'expression de la fonction de l'utilité totale U_t. Elle exprime le degré d'utilité que procure à un individu la consommation de quantités variables x du bien x. Elle est par ailleurs supposée continue en vertu du postulat n° 03. Ainsi, si Δx représente la variation de la quantité consommée du bien x, ΔU_t représente la variation correspondante de l'utilité totale. $U_t = f(x)$.

On définira l'utilité marginale U_{mx} du bien x comme étant la limite du rapport $\frac{\Delta U_T}{\Delta x}$ quand Δx tend vers zéro. L'utilité marginale du bien x exprime donc la variation de l'utilité totale "U_t" consécutive à une variation infinitésimale de la quantité de x.

Or on sait qu'en mathématique, la limite du rapport $\frac{\Delta U_T}{\Delta x}$ quand Δx tend vers zéro, exprime la dérivée de la fonction $U_t = f(x)$, c'est-à-dire

$$U_{mx} = U'_t = f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta U_T}{\Delta x} = \frac{\partial U_T}{dx}.$$

⊛ Supposons que l'utilité totale, pour le consommateur (I), dépend de la consommation de deux biens x et y. Le raisonnement pouvant se généraliser à "n" biens. Alors la fonction d'utilité sera une fonction de deux variables :

$U_T = f(x, y)$

Le calcul de l'utilité marginale du bien x passe par le calcul de la dérivée partielle de l'utilité totale (U_t) par rapport à la variable x. En effet la dérivée partielle mesure l'influence d'une très petite variation de la variable x sur la fonction U_t ; sachant que la variable y est considérée comme une constante. Dans ce cas, l'utilité marginale s'écrit :

$$U_{mx} = U'_{t_x}(x, y) = \frac{\partial U_T(x, y)}{\partial x}.$$

Supposons que le consommateur fasse varier à la fois les quantités des deux biens x et y. La variation de l'utilité totale résultant de ces modifications s'écrit :

$$dU_t = \frac{\partial U_T}{\partial x} dx + \frac{\partial U_T}{\partial y} dy.$$

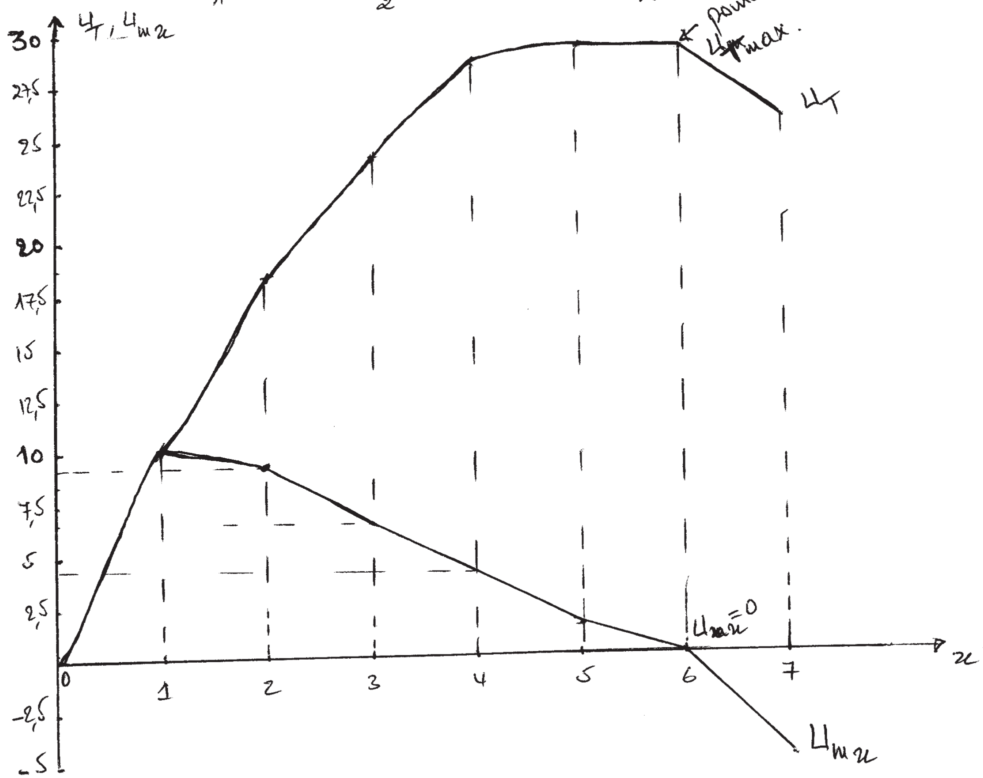
La différentielle totale égale à la somme des différentielles partielles.

Cas général : par un raisonnement identique au cas précédent, il est possible de déterminer la variation de l'utilité que procure au c^{teur} la variation de la quantité consommée de chacun des biens. On applique pour cet le concept connu en mathématique sous le nom de dérivée partielle.

(3)

Supposons que $U_T = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

$$dU_T = \frac{\partial U_T}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U_T}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial U_T}{\partial x_n} dx_n.$$



De la représentation graphique précédente, au point de satiété, l'U_T commence à décroître. On dit alors que l'utilité marginale du bien x est nulle.

L'utilité totale est la somme des niveaux de satisfaction retirée de chaque unité du bien, donc elle est égale à la somme des utilités marginales

$$U_{t_i} = \sum_{i=1}^{n} U_m x_i \,. \quad \underline{\text{Exemples:}}$$

$U_T = f(x) = 2x^2 + 2$

$U_T = f(x,y) = 2x + 3y + 4.$

$U_T = f(x,y) = 2xy + y + x + 4.$

Calculez les utilités marginales de x et y?

IV/ Les courbes d'indifférence :

(A) Rappels (l'étude des préférences du c^teur).

Soient 3 complexes A, B et C composés de "n" biens dans des quantités variables. Soit la relation binaire notée $\succsim$ où $A \succsim B$ signifie que le complexe "A" est préféré ou indifférent" au complexe B. Cette relation vérifie deux conditions :

(1) La relation est réflexive : tout complexe est préféré ou indifférent à lui même $(A \succsim A)$;

(2) La relation est transitive : si le c^teur estime que $A \succsim B$ et $B \succsim C$, alors $A \succsim C$. Ces deux conditions, qualifiées parfois d'axiomes, définissent "le préordre des préférences du c^teur". De plus, on dira qu'il s'agit d'un "préordre complet" dans la mesure où la condition n°03 est satisfaite.

(3) La relation est dite "complète" car pour tout couple de complexes, on a ~~soit~~ $A \succsim B$ ~~soit~~ $B \succsim A$.

* La théorie ordinale de l'utilité fait donc l'hypothèse que les préférences du c^teur correspondent à un tel "préordre complet". À cette relation de préordre complet, on peut associer une relation d'équivalence notée $\sim$ et définie par $A \sim B$ si et seulement si $A \succsim B$ et $B \succsim A$.

Le lien avec la fonction d'utilité est immédiat :

- Si A est préféré ou indifférent à B alors $U_t(A)$ est supérieure ou égale à U_t
- Si A est équivalent à B, alors $U_T(A)$ est égale à $U_T(B)$.

Il existe une dernière condition importante à connaître ; il s'agit de l'hypothèse de "non-saturation" ou encore appelée "non-satiété" :

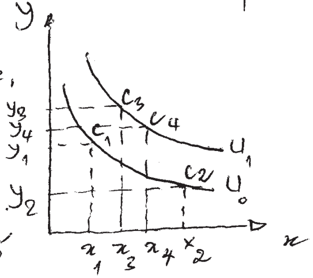
(4) Soient X et Y deux vecteurs de consommation, c'est-à-dire :

$X(x_1, \dots, x_n)$, $Y = (y_1, \dots, y_n)$. Où x_i et y_i représentent les qtités du bien n°i. Si ces vecteurs sont tels que $y_i \geq x_i$ pour tout bien i, sauf au moins pour un bien, pour lequel on aura $y_i > x_i$, alors on dira que y est préféré à x. On dit qu'il y a non-saturation des préférences. L'axiomatique les préférences que nous venons de rappeler permet d'élaborer une théorie ordinale de l'utilité, fondée pour l'essentiel sur la notion de courbe d'indifférence ou courbe d'iso-utilité. (4)

(B) Courbe d'indifférence :

(1) Reprenons la fonction $U_T = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Elle signifie, rappelons-le, que l'utilité est fonction du complexe de biens $C = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Supposons que ce complexe de biens se réduise à la combinaison de deux biens X et Y tels que : $U_T = f(C) = f(x, y)$.
Considérons alors, toutes les combinaisons telles que : $U_T = U_0$ par exemple, $U_0 = f(C_1) = f(C_2)$;
Considérons de même toutes les combinaisons telles que : $U_T = U_1 \neq U_0$; par exemple :
$U_1 = f(C_3) = f(C_4)$.
On dira que les combinaisons de biens qui procurent un même niveau d'utilité sont situées sur une même courbe d'indifférence.

(2) Sur la figure ci-après, les combinaisons de biens C_1 et C_2 sont situées sur la même courbe : ils procurent au consommateur (I), le même niveau d'utilité U_0. De même, les combinaisons de biens C_3 et C_4 sont situées sur une même courbe : ils procurent au consommateur (I), le même niveau d'utilité U_1.



(3) La courbe d'indifférence peut donc être définie, dans le cas général (où $C = x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$) comme le lieu de tous les complexes de biens qui procurent à l'individu (I) le même niveau d'utilité.

(4) Les courbes d'indifférence possèdent trois propriétés importantes :
4-1/ Les CI ont une inclinaison ou pente négative : ce sont des courbes "descendantes" représentant des fonctions "décroissantes".
4-2/ Les CI d'un même individu ne peuvent se couper : dans le cas contraire cela signifierait qu'il existe deux niveaux d'utilité pour une même combinaison de biens, ce qui serait contraire au postulat (P_1) de la fonction d'utilité tel que défini précédemment.
4-3/ Les CI sont convexes par rapport à l'origine des axes de coordonnées : une diminution de la quantité de l'un des deux biens est compensée par une augmentation de la quantité consommée de l'autre bien.

V/ Le taux marginal de substitution : Les CI expriment, nous l'avons vu un même niveau d'utilité pour des combinaisons différentes de deux biens X et Y.
Il est donc utile pour le c^{teur} de définir un critère ou plus précisément l'instrument qui va lui permettre de modifier les combinaisons de consommation de ces biens tout en conservant le même niveau d'utilité. Cet instrument est le taux marginal de substitution ou TMS, en abrégé.

(1) Le $TMS_{x \grave{a} y}$ permet de déterminer la quantité du bien Y à laquelle renonce le c^{teur} pour lui substituer une certaine quantité du bien X de telle sorte qu'il conserve le même niveau d'utilité.

(2) Le $TMS_{y \grave{a} x}$ permet à l'inverse de déterminer la quantité du bien X à laquelle renonce le c^{teur} pour lui substituer une certaine quantité du bien Y de telle sorte qu'il garde le même niveau d'utilité.

(3) Nous savons qu'une variation des quantités consommées des biens X et Y, implique normalement une modification du degré d'utilité. Appelons dU la modification de l'utilité totale $U_T = f(x, y)$, suite aux variations dx et dy respectivement de la quantité x du bien X et de la quantité y du bien Y. Par ailleurs, on se rappelle que
$Um_x = \frac{\partial U_T}{\partial x}$ et $Um_y = \frac{\partial U_T}{\partial y}$. Comme on se rappelle que les utilités marginales représentent les variations de l'utilité totale suite à une variation unitaire de x (ou de y). La variation de l'utilité totale (dU_T) sera donc égale à :
$dU_T = Um_x\, dx + Um_y\, dy$ ou encore $dU_T = \frac{\partial U_T}{\partial x} dx + \frac{\partial U_T}{\partial y} dy$, équation qui représente la différentielle totale de l'équation $U_T = f(x, y)$.
Si le consommateur désire conserver le même niveau d'utilité tout en substituant une quantité de ~~X~~ à une quantité de Y, cela signifie qu'il reste sur la même courbe d'indifférence. Cela signifie aussi que $U_T = f(x, y) = U_0$, où U_0 reste constant lorsque changent les quantités consommées. On a alors $dU_T = 0$ (la variation de l'utilité totale est égale à 0). Autrement dit :
$$\frac{\partial U_T}{\partial x} dx + \frac{\partial U_T}{\partial y} dy = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial U_T / \partial x}{\frac{\partial U_T}{\partial y}} = -\frac{dy}{dx} = \frac{Um_x}{Um_y}.$$
Commentaires : (1) L'expression précédente montre que le rapport des utilités marginales est égal à l'opposé de la dérivée de la fonction $y = f(x)$.

② La fonction $y = f(x)$ donne la variation de la quantité y quand (5) varie la quantité x. L'expression (dy/dx) est la pente de la courbe d'indifférence représentative de la fonction $y = f(x)$; elle est donc négative.

∴ Par définition, la quantité $(-dy/dx)$ est le taux marginal de X à Y. On vient de démontrer que le $TMS_{x \to y}$ est égal au rapport des utilités marginales des deux biens.

Chapitre 2 : L'équilibre du consommateur

I. La formalisation mathématique du problème du c^teur^

Le consommateur étant rationnel cherche à maximiser son utilité en tenant compte à la fois de son revenu et des prix des biens que lui impose le marché. Ce problème traduit mathématiquement s'écrit :

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x_i) \\ \text{s/c } R = \sum_{i=1}^{n} P_i x_i \end{cases}$$

Supposons pour simplifier que $U_T = f(x,y)$ et que les prix des biens X et Y soient respectivement : P_x et P_y, le problème général précédent s'écrira :

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x,y) \\ \text{s/c } R = P_x x + P_y y \end{cases}$$

I.1/ La contrainte budgétaire du consommateur

Déf : La contrainte budgétaire du consommateur signifie en théorie économique la rareté des ressources face à des besoins de plus en plus grands. Donc, la contrainte budgétaire du consommateur limite son niveau de consommation ou de dépenses à son revenu. Elle indique l'ensemble des combinaisons de biens telles que les dépenses totales soient inférieures ou égales à son revenu. À l'équilibre, il y aura égalité entre le montant dépensé et le revenu dont dispose le c^teur^, ce qui correspond à la droite budgétaire.

La contrainte budgétaire est représentée graphiquement à l'aide de la droite budgétaire (de budget) qui représente l'ensemble des paniers de biens qui peuvent être achetés, pour des prix et un revenu donnés.

La droite budgétaire détermine les limites des choix individuels possibles entre l'achat de combinaisons de biens X et Y.

I.2/ L'équation de la droite budgétaire :

Supposons que le consommateur dispose d'un revenu "R" et a le choix entre l'achat de deux biens X et Y. Considérons, par ailleurs, que le revenu "R" est consacré en totalité à l'achat des deux biens X et Y. Donc :

$$R = P_x x + P_y y \Rightarrow \boxed{y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x}$$ Est l'équation de la droite budgétaire.

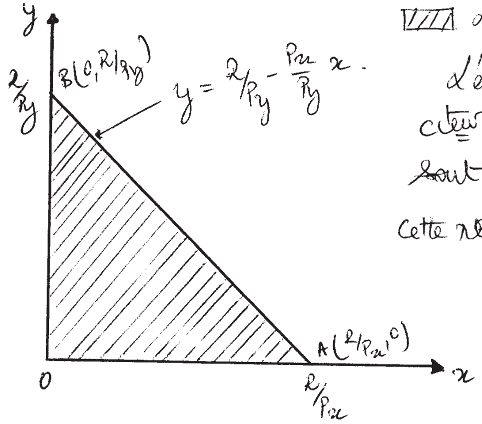
I.3/ La représentation graphique de la droite budgétaire :

Pour représenter graphiquement une droite, il nous suffit deux points du plan $(\vec{i}, \vec{j})$:

⊛ Supposons que le consommateur (I) consacre la totalité de son revenu à l'achat du bien X donc $y = 0$: $R = P_x x \Rightarrow x = R/P_x$. C'est la quantité du bien X achetée.
Le premier point, donc, est $A(R/P_x, 0)$.

⊛ Supposons, cette fois-ci, que le c^teur^ (I) consacre la totalité de son revenu à l'achat du bien Y, donc $x = 0$:
$R = P_y y \Rightarrow y = R/P_y$. C'est la quantité du bien Y achetée.
Le deuxième point est donc : $B(0, R/P_y)$.

Maintenant, après avoir déterminé les deux points, on peut tracer la droite budgétaire.



▨ Le pouvoir d'achat du consommateur : l'ensemble des combinaisons accessibles au c^teur^ (les combinaisons accessibles au c^teur^ sont celles qui respectent strictement cette relation $x P_x + y P_y \leq R$)

Exemple : Un consommateur (I) dispose d'un revenu $R = 100^{DA}$, qu'il dépense en achat de deux biens X et Y. Tels que les prix respectifs sont 10^{DA} et 20^{DA}.

① Ecrire la contrainte budgétaire.
② Ecrire l'équation de la droite budgétaire.
③ Représenter graphiquement la droite de budget.

I. La résolution analytique du problème du c^teur^ :

ⓐ Première méthode = Reprenons l'équation de la droite du budget du c^teur^ (I). On se souvient que dans le cas de deux biens X et Y, elle était de la forme $= R = P_x x + P_y y$.
Tirons de cette équation, la valeur de y, on aura : $y = \frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x$ — ①
Reprenons de même, la fonction d'utilité $U_T = f(x, y)$. En remplaçant y par sa valeur dans l'expression de U, on obtient $U_T = f\left[x, \left(\frac{R}{P_y} - \frac{P_x}{P_y} x\right)\right]$ qui est devenue une f^n^ à une seule variable. Par ailleurs, on sait qu'une fonction de la forme $U_T = f(x)$ admet un maximum au point x_0 lorsque :

① La dérivée première U'_T est égale à zéro. c'est-à-dire $U'_T = 0$ (condition de 1^er^ ordre)
② La dérivée seconde U''_T est négative. c'est-à-dire $U''_T < 0$ (condition de 2^eme^ ordre)

ⓑ 2^eme^ méthode : il existe une autre méthode de résolution de ce type de problème sous contrainte : elle est dite "méthode de Lagrange".
On démontre que les problèmes d'optimisation sous contrainte de la forme :

$$\begin{cases} \text{Max } f(x_1, \dots, x_n) \\ S/C \quad g(x_1, \dots, x_n) = 0 \end{cases} — ①$$

Admettent des solutions identiques à celles des fonctions de type :

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda\, g(x_1, \dots, x_n) — ②$$

λ est appelé "multiplicateur de Lagrange". Il joue le rôle d'une variable comme les autres dans l'expression de la fonction ② ci-dessus. Nous préciserons par la suite sa signification économique dans le cadre du problème particulier de la maximisation de la fonction d'utilité du consommateur.
La condition nécessaire pour que la fonction ② admette un maximum, est que les dérivées partielles par rapport à $x_1, x_2, \dots, x_n$ et λ s'annulent au même temps. Le problème consiste, donc, à résoudre le système d'équations à (n+1) variables de la forme :

$$(S) : \begin{cases} F'_{x_1} = 0 \\ \vdots \\ F'_{x_n} = 0 \\ F'_\lambda = 0 \end{cases}$$

Reprenons notre exemple précédent. On avait : $\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x, y) \\ S/C \\ R = P_x x + P_y y \end{cases}$ — ①
Formons la fonction ② de la même manière que précédemment. Il vient :

$$F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda (R - P_x x - P_y y) — ②$$

Pour maximiser la fonction d'utilité du consommateur, il suffit donc de résoudre le système d'équation (S') ci-dessous : $(S') \begin{cases} F'_x = 0 \\ F'_y = 0 \\ F'_\lambda = 0 \end{cases}$

$$(S') : \begin{cases} F'_x = 0 \\ F'_y = 0 \\ F'_\lambda = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} + \frac{\lambda \partial (R - P_x x - P_y y)}{\partial x} = 0 — ① \\ \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} + \lambda \frac{\partial (R - P_x x - P_y y)}{\partial y} = 0 — ② \\ \frac{\partial \lambda (R - P_x x - P_y y)}{\partial \lambda} = 0 — ③ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_{mx} - \lambda P_x = 0 — ① \\ U_{my} - \lambda P_y = 0 — ② \\ R - P_x x - P_y y = 0 — ③ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{U_{mx}}{P_x} = \lambda — ① \\ \lambda = \frac{U_{my}}{P_y} — ② \\ R = P_x x + P_y y — ③ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{U_{mx}}{P_x} = \frac{U_{my}}{P_y} — ④ \\ S/C \quad R = P_x x + P_y y — ③ \end{cases}$$ c'est la condition d'équilibre du c^teur^.

7

Exemple d'application = La fonction d'utilité d'un c^teur^ supposé rationnel, est donnée par l'équation $U_T = 2xy$. Soit $P_x = 2$ DA, le prix du bien X et $P_y = 1$ DA, le prix du bien Y. Le consommateur dispose, par ailleurs d'un revenu R égal à 10 DA, qu'il décide de consacrer entièrement à l'achat des biens X et Y. Quelles vont être les quantités du bien X et du bien Y qui maximisent l'utilité de ce consommateur ?

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = f(x,y) \\ S/_C\ R = P_x x + P_y y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Max } U_T = 2xy \\ S/_C\ 10 = 2x + y \end{cases}$$

Solution :

1ère Méthode :

On a $R = P_x x + P_y y$ ie $R = 2x + y$ d'où $y = R - 2x$ — ①

Remplaçons (y) par sa nouvelle valeur dans l'expression de U_T. On obtient :

$$U_T = 2x(R - 2x) = -4x^2 + 2Rx \quad — ②$$

AN : $U_T = -4x^2 + 20x$

$U'_T = -8x + 20$ — ③

$U'_T = 0 \Leftrightarrow +8x = +20$

$\Rightarrow x = \frac{5}{2}$ unités $= 2,5$ unités.

Remplaçons donc "x" par sa valeur dans l'équation ①, on aura : $y = 10 - 5 = 5$ unités. Le point qui annule la dérivée $U'_T = 0$: le couple (x,y) tels que $x = 5/2$ unités et $y = 5$ unités.

Vérifions que $U''_T < 0$. Reprenons l'équation ③. La pente est négative. La dérivée de U'_T est bien négative et égale à (-8), ceci montre que la combinaison de biens X et Y tels que $x = 2,5$ unités et $y = 5$ unités est bien la combinaison qui permet au consommateur de maximiser sa fonction d'utilité, c'est-à-dire constitue la solution au problème lié présenté sous la forme :

$$\begin{cases} \text{Max } U_T = 2xy \\ S/_C\ 10 = 2x + y. \end{cases}$$

2ème Méthode = Ce problème lié, on peut l'écrire sous la forme de la fonction de Lagrange : $F(x,y,\lambda) = 2xy + \lambda(10 - 2x - y)$. Cette fonction admet des solutions lorsque ses dérivées s'annulent en même temps.

$$(S) \begin{cases} F'_x = 0 \\ F'_y = 0 \\ F'_\lambda = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial(2xy)}{\partial x} + \lambda \frac{\partial(10 - 2x - y)}{\partial x} = 0 \quad — ① \\ \frac{\partial(2xy)}{\partial y} + \lambda \frac{\partial(10 - 2x - y)}{\partial y} = 0 \quad — ② \\ \frac{\partial \lambda(10 - 2x - y)}{\partial \lambda} = 0 \quad — ③ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 2\lambda = 0 \quad — ① \\ 2x - \lambda = 0 \quad — ② \\ 10 - 2x - y = 0 \quad — ③ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = y \quad — ① \\ 2x = \lambda \quad — ② \\ 10 = 2x + y \quad — ③ \end{cases}$$

$$① = ② \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \quad — ④ \\ 10 = 2x + 2x \quad — ⑤ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \text{ unités.} \\ x = 5/2 = 2,5 \text{ unités} \end{cases}$$

Cette solution correspond bien à celle trouvée par la première méthode.

Ⓒ. Signification économique du multiplicateur de Lagrange :

Reprenons le système d'équations (S) dans le cas général. A partir des deux premières équations de (S), il vient :

$$\begin{cases} F'_{(x)} = 0 \Rightarrow U'_{Tx} - \lambda P_x = 0 \\ F'_y = 0 \Rightarrow U'_{Ty} - \lambda P_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{U'_{Tx}}{P_x} = \frac{\partial U_T/\partial x}{P_x} \quad — ① \\ \lambda = \frac{U'_{Ty}}{P_y} = \frac{\partial U_T/\partial y}{P_y} \quad — ② \end{cases}$$

Ces résultats montrent que le multiplicateur λ est égal aux utilités marginales des biens X et Y pondérées par leurs prix.

Par ailleurs, comme on a : $\frac{U'_{Tx}}{P_x} = \frac{U'_{Ty}}{P_y} \Leftrightarrow \frac{U'_{Tx}}{U'_{Ty}} = \frac{P_x}{P_y}$. On peut énoncer que le c^teur^ atteint le niveau de son utilité maximale, lorsque les utilités marginales pondérées par les prix sont égales ou encore : à l'équilibre, le rapport des utilités marginales est égal au rapport des prix des biens consommés.

Revenons à la 3ème équation de (S). On peut l'écrire dans le cas général, de la manière suivante : $F'_\lambda = R - P_x x - P_y y = 0$. Ce qui revient à écrire que : $R = P_x x + P_y y$. Si on dérive cette équation de R, successivement par rapport à x puis par rapport à y, il vient : $\frac{\partial R}{\partial x} = P_x$ et $\frac{\partial R}{\partial y} = P_y$. On peut donc écrire

$$\frac{U'_{Tx}}{U'_{Ty}} = \frac{\partial U_T/\partial x}{\partial U_T/\partial y} = \frac{P_x}{P_y} = \frac{\partial R/\partial x}{\partial R/\partial y} \Leftrightarrow \frac{\partial U_T}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial U_T} = \frac{\partial R}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial R}$$

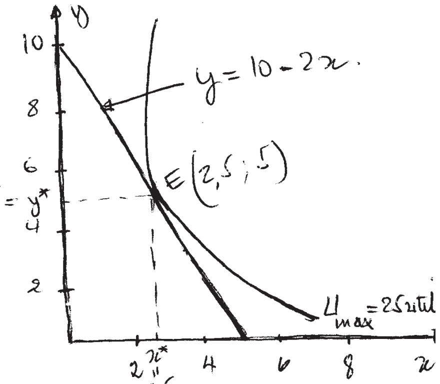
$$\frac{\partial UT}{\partial x} = \lambda P_x \Rightarrow \lambda = \frac{\partial UT/\partial x}{P_x} = \frac{\partial UT/\partial x}{\partial R/\partial x} = \frac{\partial UT}{\partial R}.$$ (8)

$\lambda = \frac{\partial UT}{\partial R}$. Ce qui signifie que "$\lambda$" exprime la variation de l'utilité totale quand le revenu varie d'une unité (1 DA).

III. La résolution graphique du problème du c^{teur} : Nous avons maintenant que la fonction d'utilité d'1 individu peut être exprimée graphiquement par une "carte d'indifférence", c'est-à-dire par plusieurs courbes d'indifférence, qui indiquent les ≠ts niveaux d'utilité obtenus à partir de quantités variables des biens consommés. Or, les niveaux d'utilité varient en fonction de la variation du montant revenu "R" lorsque les prix des biens ne changent pas eux-mêmes.

Reprenons pour l'instant, notre exemple précédent où : $\frac{U}{T} = 2xy$ et $R = 10^{DA}$, $P_x = 2^{DA}$ et $P_y = 1^{DA}$. Supposons que le c^{teur} I décide de consacrer entièrement son revenu R à la consommation du seul bien X, il pourra acheter au plus $x = \frac{R}{P_x} = 5$ unités du bien X. Ce point peut être, donc, représenté sur un graphique par le couple (5,0). Dans le cas où au contraire, il décide de ne consommer que le bien Y, il obtiendra au plus une quantité $y = \frac{R}{P_y} = 10$ unités du bien Y. Ce point peut être représenté sur le même graphique par le couple (0,10). En joignant ces deux points on obtient la représentation graphique de la "droite de budget" du c^{teur} (I).
Le point E, représente l'optimum du c^{teur}, tel que nous l'avons calculé précédemment. Au point $E(x = 5/2, y = 5)$, l'utilité est maximale :
$\frac{U}{T} = U_{max} = 2xy = 2(5/2).5 = 25$ utils.

Le point sur le graphique montre que l'équilibre du c^{teur} (I) est atteint au point de tangence entre la courbe d'indifférence $\frac{U}{T} = 25$ utils et la droite de budget $y = -2x + 10$.



IV. La variation de l'équilibre du consommateur :

1. Effet de la variation du revenu : Construction de la courbe consommation-revenu
Le point E déterminé précédemment a été obtenu dans des conditions de prix et du revenu donnés. Aussi, est-il intéressant d'examiner la situation où se modifie la contrainte de revenu. Le c^{teur} étant rationnel, sa consommation d'équilibre va être modifiée si son revenu "R" venait à changer. Graphiquement, cela signifie que sa droite de budget va se déplacer : "vers le haut" lorsque $R' > R$ ou "vers le bas" lorsque $R'' < R$.

$R' > R > R'' \Leftrightarrow U'_E > U_E > U''_E$

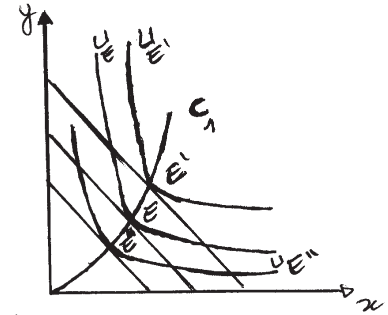


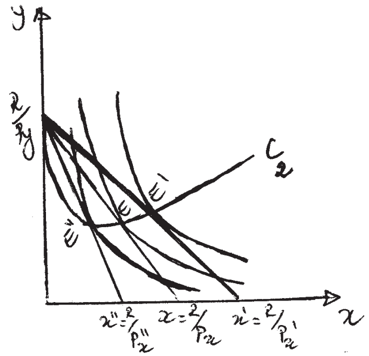
fig : Courbe consommation-revenu ou courbe de niveau de vie

La courbe de niveau de vie (ou courbe consommation-revenu) est formée des points de tangence (qui expriment les points d'équilibre successifs) entre les différentes courbes d'indifférence et les droites budgétaires. La courbe de revenu coupe les axes de coordonnées au point "O" car pour "R = 0", les c^{tions} de biens X et Y sont nulles ($R = 0 \Leftrightarrow x = 0$ et $y = 0$).

2. Effet de la variation du prix de l'un des biens **(Construction de la courbe consommation-prix)** : De la même manière que le consommateur a été placé dans l'hypothèse probable de la variation de son revenu, mais nous ici l'hypothèse de la variation du prix sur le marché de l'un des deux biens. Supposons que c'est le prix du bien X qui varie.
Lorsque P_x diminue, tel que $P'_x < P_x$ et si le c^{teur} (I) utilise tout son revenu "R" à l'achat de x, il pourra disposer d'une quantité plus importante de X. Soit x' cette nouvelle quantité. Lorsque par contre, le prix "P_x" augmente, tel que $P''_x > P_x$ et si le c^{teur} utilise tout son revenu à

l'achat de x, il disposera d'une quantité moins importante de X. Soit x'', cette nouvelle quantité. Comme entre temps le prix de "Y" n'a pas changé, les droites de budgets obtenues auront pour point commun le point où la consommation de "Y" est maximale (cas où il consacre la totalité de son revenu à l'achat de "Y" uniquement).

Représentons graphiquement les situations que nous venons d'envisager, on obtient la figure suivante :



La courbe qui joint les points E'', E, E' est appelée courbe consommation – prix. Elle exprime l'effet de la variation du prix de l'un des deux biens sur les quantités consommées des deux biens (d'autre prix et le revenu restant constants).

fig : Courbe consommation – prix

La courbe C_2 montre que plus le prix augmente, plus la quantité du bien X que le cteur (I) pourra s'acheter, avec son revenu "R" (constant), diminue.

Ce que l'on peut résumer schématiquement par :

$$\text{si } P_x \nearrow \Rightarrow D_x \searrow \Rightarrow$$ La demande d'un bien est une fonction décroissante de son prix.

La courbe (C_2) part du point de coordonnées $(0, R/P_y)$ car, en supposant que P_x continue à augmenter, il arrivera un moment où l'individu (I) ne pourra plus acquérir le bien X. Cela voudra dire que dans ce cas extrême, il consacre la totalité de son revenu "R" à la consommation de "Y" et dans ce cas le point d'équilibre (E) va se confondre avec le point $(0, R/P_y)$.

Chapitre III : Fonction de la demande et notion d'élasticité de la demande.

I/ Expression, construction et déplacement de la courbe de demande :

1 - L'expression de la demande :

Rappel : On vient de montrer que la quantité demandée d'un bien X qu'un individu (I) est capable de s'acheter au cours d'une période déterminée, dépend de plusieurs éléments (son prix P_x, le prix des autres biens P_y, son revenu R et bien sûr, ses goûts G). La demande D_x peut donc être formalisée de la manière suivante : $D_x = f(P_x, P_y, R, G)$ — (1)

Comme G est une donnée naturelle, propre à chaque individu, la demande d'un bien se détermine par rapport aux autres éléments, c'est-à-dire par rapport aux seules variables économiques. On aura donc : $D_x = f(P_x, P_y, R)$ (

Remarque : Si l'on admet que dans la réalité il existe "n" biens parmi lesquels (I) effectue ses choix, la variable (P_y) va symboliser le prix de tous les autres biens (x_{n-1}) dans la formulation de l'équation (2). D'autre part, si l'on considère la période au cours de laquelle R et P_y sont constants, la demande du bien X s'exprime alors comme une fonction de la seule variable P_x. On aura donc :
$D_x = f(P_x)$ — (3). Comme le revenu R de (I) est limité, si P_x augmente, alors D_x diminue et si P_x diminue, alors D_x augmente.
Ce résultat, nous l'avons interprété de la manière suivante :

La demande d'un bien est une fonction décroissante de son prix

Dire que la demande est une fonction décroissante du prix, cela revient à dire que la pente de l'équation $D_x = f(P_x)$ est négative. Cela signifie aussi que la courbe représentative de la demande est décroissante.

② - Construction et déplacement de la courbe de demande :

Exemple : Soit un c^{teur} (I) dont les quantités demandées du bien x varient de la manière ci-après :

D_x	1	2	3	4	5
P_x	10	8	6	5	3
Point/Graphe	A	B	C	D	E

En joignant A, B, C, D et E représentés dans un repère orthonormé, on obtient "la courbe de demande" (d) du c^{teur} I pour le bien x, ci-après de déplacement de la courbe de demande de (d) à (d') ou (d'') indique un changement dans les conditions de la demande.

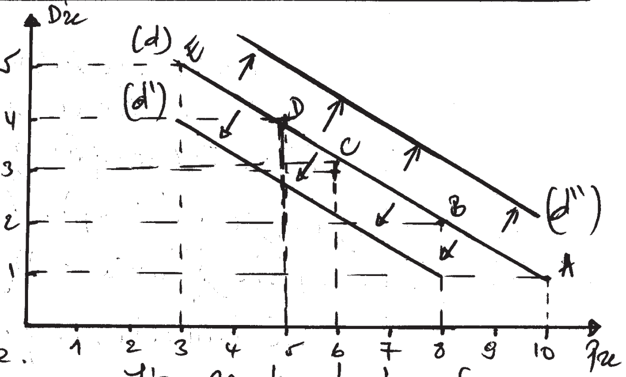


Fig : courbe de demande.

On dit qu'un changement des conditions de la demande entraîne un déplacement de la courbe de demande, contrairement à un déplacement le long de la courbe qui signifie une variation des quantités demandées consécutivement à la variation du prix du bien.

③ - Notions de bien ordinaire et bien inférieur :

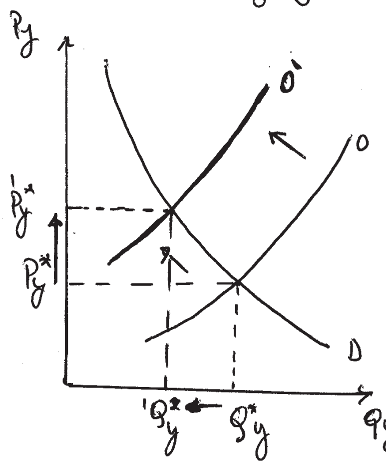
ⓐ Lorsqu'un accroissement (une baisse) du revenu R d'un c^{teur} (I) entraîne une augmentation (une diminution) de la demande du bien x, celui-ci est un bien ordinaire (Normal) pour le c^{teur}.

ⓑ Lorsqu'une augmentation du revenu R d'un c^{teur} (I) n'entraîne pas d'accroissement de la demande du bien x. Le bien x est dit bien inférieur pour le c^{teur}

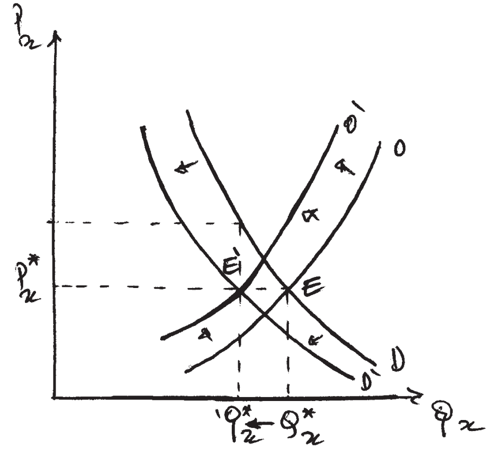
④ - Notions de biens complémentaires et biens équivalents :

ⓐ biens complémentaires : Dans l'hypothèse où le prix (P_x) du bien x et le revenu R du c^{teur} (I) restent constants, le bien Y sera dit complémentaire du bien x, si une augmentation du prix (P_y) du bien Y entraîne une diminution de la quantité demandée du bien x. C'est le cas par

illustration graphique du mécanisme

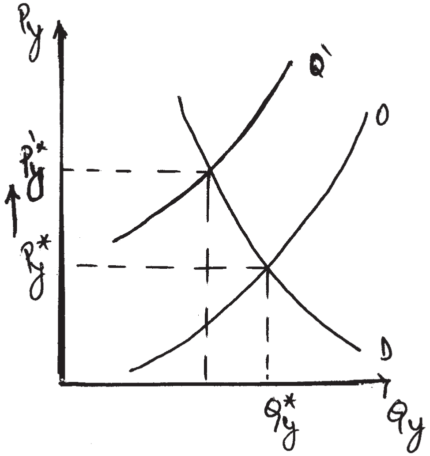


Marché du sucre "bien Y".

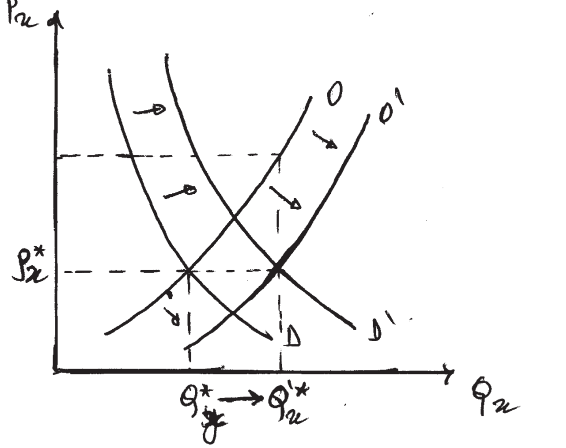


Marché du café "bien x".

X et Y sont des biens complémentaires.



Marché du café (bien Y)



Marché du thé (bien x).

X et Y sont des biens équivalents.

de sucre (Y) accompagne la consommation de café (bien X), l'augmentation du prix (P_y) du sucre va entraîner la diminution de la demande de café (bien X).

(b) biens équivalents : Dans l'hypothèse où le prix (P_x) du bien X et le revenu R du c^teur (I) restent constants, le bien Y sera dit équivalent ou substituable au bien X, si une augmentation du prix (P_y) du bien Y entraîne une augmentation de la quantité consommée du bien X. C'est le cas par exemple du café (X) et du thé (Y) : comme la consommation du café (X) procure le même effet que la consommation de thé (Y), l'augmentation du prix (P_y) du thé impliquera une augmentation de la demande de café (X).

(5) La demande du marché :

La demande du marché ou demande globale d'un bien X indique la quantité totale demandée par tous les c^teurs de ce bien au cours d'une période (t) donnée. Elle est égale à la somme des demandes individuelles exprimées par l'ensemble des c^teurs à un moment donné.

II/ Notion d'élasticité de la demande.

1. Définition : L'élasticité est une mesure de la sensibilité d'une variable par rapport à une autre. Un coefficient d'élasticité n'a pas d'unité de mesure. Le signe de l'élasticité est très important :

- Signe positif : implique que les deux variables varient dans le même sens
- Signe négatif : implique que les deux variables varient en sens opposés

(a) L'élasticité-prix directe de la demande, mesure la sensibilité de la quantité demandée aux variations du prix du bien. Elle mesure la variation relative (en %) de la quantité demandée d'un bien X consécutive à la variation relative (en %) de son prix (P_x). Ainsi lorsque $Q_{dx} = f(P_x)$, alors on a : $e_{Q_{dx}/P_x} = \frac{\Delta Q_{dx}/Q_{dx}}{\Delta P_x/P_x} = \frac{\Delta Q_{dx}}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{Q_{dx}}$.

Remarques : (1) On sait que $Q_{dx} = f(P_x)$ est une fonction décroissante du prix. L'élasticité-prix directe de la demande est donc négative, puisque Q_{dx} et P_x varient en sens contraire.

Exemple : Lorsque l'$e_{Q_{dx}/P_x} = -3$, deux interprétations sont possibles :

- une hausse du prix de 1% provoque une diminution de la quantité demandée de 3%.
- une baisse du prix de 1% provoque une augmentation de la quantité demandée de 3%.

(2) On sait aussi que d'une manière générale, on a $Q_{dx} = f(P_x, P_y, R)$. On peut ainsi calculer un coefficient d'élasticité-revenu et un coefficient d'élasticité-prix croisée de la demande du bien X.

(b) L'élasticité-revenu : Elle mesure la variation relative de la Q_{dx} consécutive à une variation relative du revenu R. Ce coefficient prend la forme mathématique ci-après : $e_{Q_{dx}/R} = \frac{\Delta Q_{dx}/Q_{dx}}{\Delta R/R} = \frac{\Delta Q_{dx}}{\Delta R} \cdot \frac{R}{Q_{dx}}$

(c) L'élasticité-prix croisée : de la demande du bien X mesure la variation relative de la demande Q_{dx} consécutive à une variation relative du prix P_y du bien Y. $e_{Q_{dx}/P_y} = \frac{\Delta Q_{dx}/Q_{dx}}{\Delta P_y/P_y} = \frac{\Delta Q_{dx}}{\Delta P_y} \cdot \frac{P_y}{Q_{dx}}$.

2/ Demande élastique, demande inélastique et demande unitaire :

(a) Remarques préliminaires :

(1) On sait que l'élasticité de la demande par rapport au prix d'un bien est négative du fait que Q_{dx} et P_x varient en sens contraire. Pour ne pas avoir à compliquer les calculs, il suffit de multiplier par (-1) l'expression (e_{Q_{dx}/P_x}). On aura ainsi : $-e_{Q_{dx}/P_x} = -\frac{\Delta Q_{dx}}{\Delta P_x} \cdot \frac{P_x}{Q_{dx}} > 0$ — (1)

(2) On définit l'élasticité de la fonction $Q_{dx} = f(P_x)$ comme étant la limite du rapport de l'accroissement relatif de Q_{dx} à l'accroissement

$$e_{Qdx/Px} = f'_{Px} \cdot \frac{Px}{Qdx} \quad \text{—} \quad (2)$$

ⓑ <u>La nature de la demande</u> :

- On dira que la demande $Qdx = f(Px)$ est élastique $\left| e_{Qdx/Px} \right| > 1$.
- On dira que la demande $Qdx = f(Px)$ est inélastique lorsque $\left| e_{Qdx/Px} \right| < 1$
- On dira que la demande $Qdx = f(Px)$ a une élasticité unitaire lorsque $\left| e_{Qdx/Px} \right| = 1$

③ E_R et déplacements de la demande

① Bien normal : $e_R > 0$ $\begin{cases} \uparrow R \Rightarrow \uparrow \text{ de la demande.} \\ \downarrow R \Rightarrow \downarrow \text{ de la demande.} \end{cases}$

- bien essentiel : $0 < e_R < 1$
- bien de luxe : $e_R > 1$.

② Bien inférieur : $e_R < 0$ $\begin{cases} \uparrow \text{Revenu} \Rightarrow \downarrow \text{ de la demande.} \\ \downarrow \text{Revenu} \Rightarrow \uparrow \text{ de la demande.} \end{cases}$

④ L'élasticité-prix croisée et relation entre les biens :

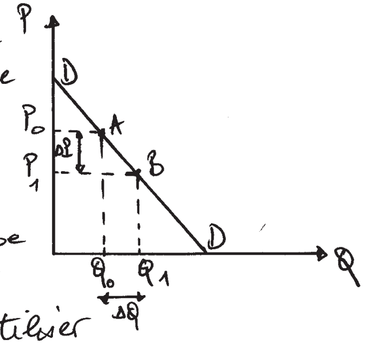
- Biens substituables : $e_{Qdx/Py} > 0$,
- Biens complémentaires : $e_{Qdx/Py} < 0$.
- Biens indépendants : $e_{Qdx/Py} = 0$

Résumé :

Élasticité de la demande du bien x
- par rapport au prix
  - du bien x : élasticité-prix directe
  - du bien Y : élasticité-prix croisée
- par rapport au revenu : élasticité-revenu.

La définition de l'élasticité que nous posons ici est celle de l'élasticité point qui se différencie de l'élasticité d'arc que l'on calcule lorsque les variations ne sont pas infinitésimales.

⑤ <u>L'élasticité d'arc</u> : Par définition, l'élasticité ponctuelle n'est pas valable que pour de très faibles variations du prix. Si ce dernier présente d'amples variations, la relation qu'on vient de définir de l'élasticité ne se tient plus ; il faut utiliser l'élasticité-arc.



Soit la courbe DD de la demande. Le prix et la quantité initiaux sont P_0 et Q_0. Si le prix baisse fortement de P_0 à P_1, la quantité augmentant de Q_0 à Q_1. Il faut trouver une mesure de l'élasticité sur le segment AB de la courbe de demande. Pour éviter des valeurs différentes aux points A et B, la méthode consiste à utiliser la moyenne des deux prix et des deux quantités, soit :

$$e_{arc} = \frac{\Delta Q / (Q_0 + Q_1)/2}{\Delta P / (P_0 + P_1)/2} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{(P_0 + P_1)}{(Q_0 + Q_1)}.$$

<u>Exemples</u> :

a/ Calcul de l'e_{Px} : au point de départ

$Qdx = 10 - 4Px$

Calculons e_{Px} si Px varie de 2 DA à 1,5 DA.

$P_1 = 2\,DA \Rightarrow Qdx_1 = 2$ unités ; $P_2 = 1,5\,DA \Rightarrow Qdx_2 = 4$ unités.

$$e_{Px} = \frac{Q_2 - Q_1 / Q_1}{P_2 - P_1 / P_1} = \frac{4-2/2}{(1,5-2)/2} = -4.$$

b/ Calcul de l'e_{Px} : Arc ou moyenne

Soit la relation suivante : $Qdx = -2Px + 24$.

Calculons l'e_{Px}, si le prix varie de 09 DA à 10 DA.

$P_1 = 9 \Rightarrow Q_1 = 6$ unités ; / Si nous utilisons la formule sur un arc, alors :

$P_2 = 10\,DA \Rightarrow Q_2 = 4$ unités

$$e_{Px} = e_{arc} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \frac{(P_1 + P_2)}{(Q_1 + Q_2)} = -2\left(\frac{9+10}{6+4}\right) = -3,8.$$

⑥ Relation entre l'élasticité-prix et la recette totale :

Le producteur cherche à maximiser ses recettes totales. Il est donc primordial, pour un producteur de connaître l'élasticité de la demande à laquelle il fait face, lorsqu'il décide de fixer le prix de ses biens. La relation entre l'élasticité de la demande et le chiffre d'affaire (la recette totale) est exprimée par la formule suivante :

$$R_T = P\,Q$$

où R_T : recette totale.
P : le prix de vente.
Q : la quantité vendue.

$$\frac{dR_T}{dP} = \frac{dP}{dP}\cdot Q + \frac{\partial Q}{\partial P}\cdot P = Q + \frac{\partial Q}{\partial P}\cdot P = Q\left(1 + \frac{\partial Q}{\partial P}\cdot\frac{P}{Q}\right).$$

$$= Q\left(1 + e_{P_x}\right)$$

$$\frac{dR_T}{dP} = Q\left(1 - |e_{P_x}|\right)$$

	Demande inélastique	Élasticité unitaire	Demande élastique
Hausse du prix	$R_T \nearrow$	R_T ne change pas	$R_T \searrow$
Baisse du prix	$R_T \searrow$	R_T ne change pas	$R_T \nearrow$

Tab : Relation élasticité de la demande et recette totale.

⑦ La fonction de demande :

La théorie microéconomique traditionnelle (élémentaire) définit la fonction de demande comme étant la relation entre la quantité optimale demandée d'un bien et les valeurs possibles des variables qui la déterminent.

Application : Soit $U = f(x,y) = x + y + xy$ la fonction d'utilité d'un acteur rationnel qui utilise un revenu (R) pour acquérir les biens X et Y. Leurs prix respectifs sont P_x et P_y. Donnez l'expression des

Solution

$$\begin{cases} \text{Max } U = f(x,y) \\ S/c : R = P_x x + P_y y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Max } U = x + y + xy \\ S/c\ R = P_x x + P_y y \end{cases}$$

$$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + y + xy + \lambda\left(R - P_x x - P_y y\right)$$

$$\begin{cases} \mathcal{L}'_x = 0 \\ \mathcal{L}'_y = 0 \\ \mathcal{L}'_\lambda = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + y - \lambda P_x = 0 & — (1) \\ 1 + x - \lambda P_y = 0 & — (2) \\ R - P_x x - P_y y = 0 & — (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1+y}{P_x} & — (1) \\ \lambda = \frac{1+x}{P_y} & — (2) \\ R = P_x x + P_y y & — (3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1+y}{P_x} = \frac{1+x}{P_y} & — (4) \\ R = P_x x + P_y y & — (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{P_x}{P_y}(1+x) - 1 & — (4) \\ R = P_x x + P_y\left[\frac{P_x}{P_y}(1+x) - 1\right] & — (5) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{P_x}{P_y}(1+x) - 1 & — (4) \\ R = P_x x + P_x + P_x x - P_y & — (5) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^* = \frac{P_x}{P_y}\left(1 + \frac{R - P_x + P_y}{2P_x}\right) - 1 \\ x^* = \frac{R - P_x + P_y}{2P_x} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^* = \frac{R - P_y + P_x}{2P_y} & \text{c'est la fonction de demande du bien Y.} \\ x^* = \frac{R - P_x + P_y}{2P_x} & \text{c'est la fonction de demande du bien X.} \end{cases}$$

$$\frac{3x - 2 + 4}{4}$$

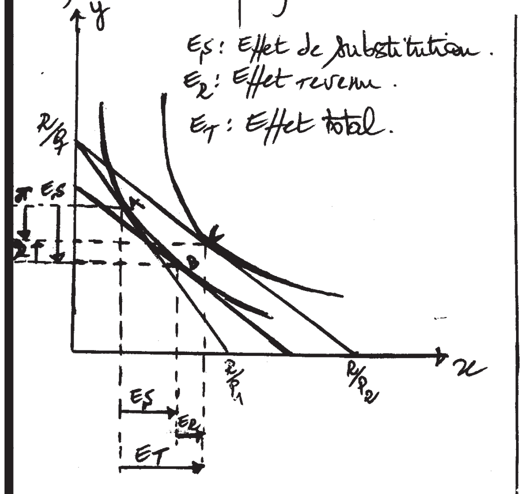
$$x = \frac{3x - 8 + 4}{2} =$$

Effet de substitution et effet revenu :

Plaçons-nous dans l'hypothèse d'une baisse du prix du bien "x". Le consommateur connaîtra alors deux effets :

- Comme le prix du bien "Y" n'a pas varié, le rapport des prix s'est modifié. De manière relative, le bien "Y" est devenu plus cher. Par conséquent, le c^teur aura tendance à acheter davantage le bien dont le prix a baissé. Ceci décrit <u>l'effet de substitution</u>.

- Comme le revenu du c^teur n'a pas changé, la baisse du prix du bien "x" provoque un accroissement relatif du revenu, c'est-à-dire une augmentation du pouvoir d'achat du c^teur. Ce dernier n'est pas obligé de diriger la totalité de ce supplément de pouvoir d'achat vers "x" : il peut s'en servir pour consommer à la fois plus de bien "x" et plus de bien "Y", ou encore uniquement plus de bien "Y". Cela dépend de ses préférences. Ceci décrit <u>l'effet de revenu</u>.



Graphiquement, cela se matérialise par le passage à un niveau de satisfaction supérieur, la droite de budget ayant pivoté vers la droite du fait de la baisse du prix de "x". Il est clair que si le prix de "x" avait augmenté, la droite de budget aurait pivoté vers la gauche.

Il est commode de décomposer le passage de A à C, en deux évolutions successives :

- de A à B : il s'agit de l'effet de substitution de Hicks ;
- de B à C : il s'agit de l'effet de revenu. L'effet total correspond au passage de A à C. Il existe une autre technique permettant de distinguer effet de substitution et effet total ; il s'agit de la méthode de E. Slutsky. Elle consiste à faire pivoter la droite de budget initiale autour du point A

iaire (noté B') au point de tangence d'une courbe d'indifférence plus haute. Le passage de A à B' mesure l'effet de substitution et le passage de B' à C mesure l'effet de revenu (cf exercice d'application).

<u>Exercice d'application</u>

La fonction d'utilité d'un consommateur (I) est donnée par :

$U(x,y) = x^2y + 4$. Vous disposez des informations suivantes :

- $P_x = 2^{DA}$;
- $P_y = 4^{DA}$;
- Le revenu du c^teur $R = 24^{DA}$.

Mettez en évidence, sur le plan graphique et algébrique, tous les effets d'un doublement du prix du bien "x", à l'aide de la méthode de :

ⓐ J. Hicks

ⓑ E. Slutsky.

<u>Solution :</u>

① Equation des courbes d'indifférence : $y = \frac{U_0 - 4}{x^2}$. Comme $x \geq 0$ et $y \geq 0$ alors $U(x,y) \geq$

② Coordonnées des points optimaux : utilisation de la méthode du Lagrangien.

$x^* = \frac{16}{P_x}$; $y^* = 2$

$$\begin{cases} \text{Max } U(x,y) = x^2y + 4 \\ \text{s/c } \; 24 = P_x x + 4y \end{cases}$$

Lorsque $P_x = 2^{DA}$, l'optimum, noté A, a pour coordonnées $x^* = 8$; $y^* = 2$. L'utilité associée à cet optimum est donc : $U(8,2) = 132$ utils.

③ Equation de la courbe d'indifférence initiale (notée U_1) : $y = \frac{128}{x^2}$.

④ Equation de la droite budgétaire initiale (notée D_1), tangente à la courbe U_1 : $y = -\frac{1}{2}x + 6$.

⑤ Lorsque le prix du bien "x" double, on obtient une nouvelle contrainte budgétaire d'équation de la droite de budget (notée D_3), tangente à la courbe d'indifférence U_2 est égale à $y = -x + 6$.

ⓒ A l'aide de résultats fournis par la méthode du Lagrangien, il est facile d'obtenir

Les coordonnées des points optimaux étaient égales à : $x^* = \frac{16}{P_x}$; $y^* = 2$

Lorsque $P_x = 4$, l'optimum, noté "C", a pour coordonnées : $x^* = 4$ et $y^* = 2$.

L'utilité associée à cet optimum est donc $= U(4,2) = 36$ utils.

ⓐ <u>Méthode de J. Hicks</u> : Le coefficient directeur de la droite budgétaire intermédiaire (notée D_2) est immédiat : il est identique à celui de D_3, puisque la méthode de "Hicks" considère un déplacement parallèle. Il est donc égal à (-1).

On cherche les coordonnées du point "B", tel qu'en ce point, la courbe d'indifférence U_1 soit tangente à la droite de budget D_2 :

$$\frac{d\left[\frac{128}{x^2}\right]}{dx} = -1 \iff \frac{-256}{x^3} = -1 \iff 2^{8/3} \simeq 6{,}35 = x.$$

D'où : $y = 2^{5/3} = 3{,}17$. Nous disposons maintenant de toutes les informations permettant d'une part de tracer le graphique, et d'autre part, d'indiquer la mesure des différents effets.

- <u>Effet de substitution</u> : Passage de A à B
  - Quantité de bien **X** : 8 à 6,35 soit $-1{,}65$
  - Quantité de bien Y : 2 à 3,17 soit $+1{,}17$.
- <u>Effet de revenu</u> : Passage de B à C
  - Quantité de bien X : 6,35 à 4 soit $-2{,}35$
  - Quantité de bien Y : 3,17 à 2 soit $-1{,}17$.
- <u>Effet total</u> : Passage de A à C :
  - Quantité de bien X : $-1{,}65 + (-2{,}35) = -4$.
  - Quantité de bien Y : $+1{,}17 + (-1{,}17) = 0$.

ⓑ <u>Méthode de Slutsky</u> = Elle reprend un certain nombre d'éléments à la technique de J. Hicks ; il est donc inutile de tout recalculer. La droite de budget et la courbe d'indifférence initiale ainsi que la droite de budget et la courbe d'indifférence finale restent bien sûr identiques. Il en va de même des points optimaux

- La différence essentielle entre les deux méthodes [illegible] intermédiaire de Slutsky (notée D'_2), qui est toujours // à la droite de budget finale D_3, passe cette fois-ci par le point optimal initial A.

L'équation de la droite de budget D'_2 est assez aisée, puisqu'on dispose de son coefficient directeur (identique à celui de la droite D_3) et du point A(8,2) par lequel elle passe : $y = -x + 10$.

Il faut donc déterminer l'équation de la courbe d'indifférence intermédiaire (notée U'_2) qui sera tangente à la droite D'_2 en un point (noté B'), dont on devra trouver les coordonnées. Pour cela, il est possible d'utiliser la méthode du Lagrangien avec une nouvelle contrainte $x + y = 10$.

Après calcul, on trouve : $x = \frac{20}{3}$ et $y = 10/3$.

L'utilité associée à l'optimum est égale à $4108/27 \simeq 152$ utils.

On peut donc établir l'équation de la courbe d'indifférence intermédiaire :

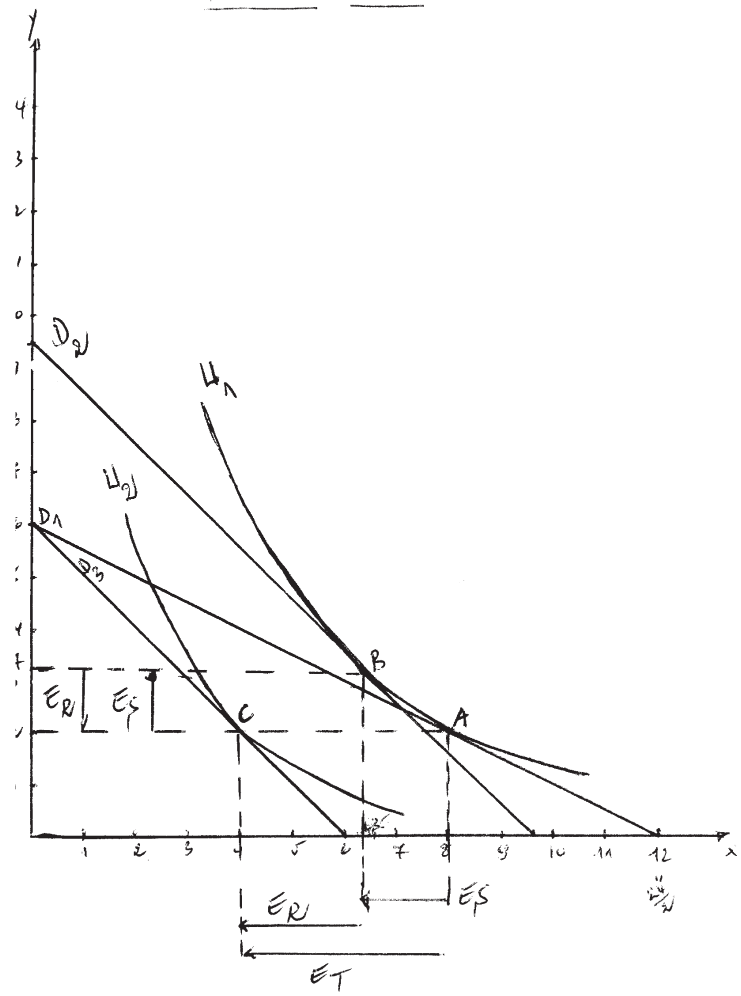
$$y = \frac{148}{x^2}.$$

Nous disposons maintenant de toutes les informations permettant, d'une part de tracer le graphique, et d'autre part, d'indiquer la mesure des différents effets.

- <u>Effet de substitution</u> : Passage de A à B'.
  - Quantité de bien "X" : 8 à 6,67 soit $-1{,}33$
  - Quantité de bien "Y" : 2 à 3,33 soit $+1{,}33$
- <u>Effet de revenu</u> : Passage de B' à C
  - Quantité de bien X : 6,67 à 4 soit $-2{,}67$.
  - Quantité de bien Y : 3,33 à 2 soit $-1{,}33$.
- <u>Effet total</u> : Passage de A à C
  - Quantité de bien X : $-1{,}33 + (-2{,}67) = -4$
  - Quantité de bien Y : $+1{,}33 + (-1{,}33) = 0$

On constate que les effets de substitution et de revenu, obtenus par la méthode de Slutsky, sont très proches de ceux obtenus par la méthode

Méthode de Hicks



Méthode de Slutsky