Université A. Mira de Béjaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie ($1^{ère}$ année)

Année 2022/2023
15 Janvier 2023
Durée: 01h30

Examen de Physique 1 (Cycle Ingénieur)

Exercice 1 : **(08 pts)**

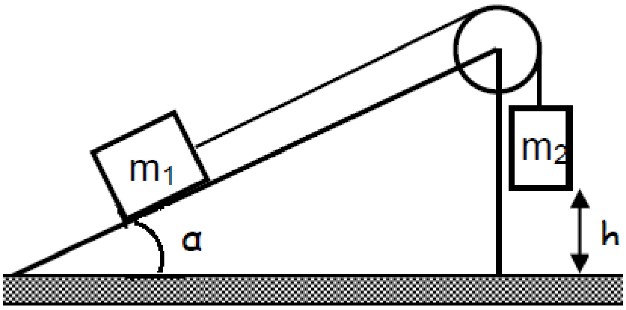
Un point matériel se déplace sur une courbe (C) tel que sa position est donnée à chaque instant par :

$\vec{r}(t) = b\cos(\alpha t)\,\vec{i} + b\sin(\alpha t)\,\vec{j} + ct\,\vec{k}$, où b, c et α sont des constantes.

1. Trouver les expressions des vecteurs vitesse et accélération. En déduire leur module.
2. Déterminer les composantes tangentielle et normale de l'accélération. En déduire le rayon de courbure de la courbe (C).
3. Trouver les expressions des vecteurs unitaires tangentiel $\vec{u}_t$ et normal $\vec{u}_n$ de la base intrinsèque.
4. Ecrire le vecteur position $\vec{r}(t)$ dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ associée aux coordonnées cylindriques (ρ, θ, z).
5. Trouver les expressions des vecteurs vitesse et accélération dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. En déduire leur module.

Exercice 2 (09 pts)

Deux masses m_1 et m_2 sont liées par un fil inextensible qui passe par une poulie. La masse m_1 glisse sur un plan incliné qui fait un angle α = 30° par rapport à l'horizontale. Le contact entre la masse m_1 et le plan incliné est caractérisé par les coefficients de frottement $\mu_s = 0{,}7$ et $\mu_c = 0{,}3$. On prendra $g = 9{,}8\ m/s^2$.



Partie I : 1) Représenter les forces qui agissent sur m_1 et m_2.

2) Si $m_1 = 1$ kg, déterminer la valeur m_{2max} de m_2 pour que le système reste au repos.

Partie II : On prend, une masse $m_2 = 1{,}5$ kg. Elle est lâchée, sans vitesse initiale, d'une hauteur h = 20 cm.

1) Calculer l'accélération prise par les deux masses et la tension T du fil.
2) Calculer les vitesses des deux masses lorsque la masse m_2 touche le sol.
3) La masse m_2 s'immobilise, le fil se détend et la masse m_1 continue son mouvement.
   a. Déterminer la nouvelle accélération de la masse m_1.
   b. En déduire la distance totale parcourue par la masse m_1 avant de s'arrêter ?

Questions de cours : (03 points)

1. Enoncer la $1^{ère}$ loi de Newton.
2. Ecrire le principe fondamental de la dynamique pour un point matériel dont la masse n'est pas constante.
3. Enoncer le théorème de l'énergie cinétique.

Bon courage

Corrigé de l'Examen de Physique 1 (Ingénieur)

Exercice 1 : **(08 points)**

1. Vecteurs vitesse et accélération.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = -b\alpha\sin(\alpha t)\,\vec{i} + b\alpha\cos(\alpha t)\,\vec{j} + c\,\vec{k}\,, (\mathbf{0.5\ pts})\|\vec{v}\| = \sqrt{b^2\alpha^2 + c^2}(\mathbf{0.5\ pts})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -b\alpha^2\cos(\alpha t)\,\vec{i} - b\alpha^2\sin(\alpha t)\,\vec{j},\quad (\mathbf{0.5\ pts})\|\vec{a}\| = b\,\alpha^2\quad (\mathbf{0.5\ pts})$$

2. Composantes tangentielle et normale de l'accélération.

$$a_t = \frac{d\|\vec{v}\|}{dt} = 0\ \ (\mathbf{0.5\ pts})$$

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = b\ \rightarrow\ a_n = b\,\alpha^2(\mathbf{0.5\ pts})$$

$$R_c = \frac{v^2}{a_n}\quad \rightarrow R_c = \frac{b^2\alpha^2 + c^2}{b\,\alpha^2}(\mathbf{0.5\ pts})$$

3. Vecteurs unitaires tangentiel $\vec{u}_t$ et normal $\vec{u}_n$ de la base intrinsèque.

$$\vec{u}_t = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = \frac{-b\alpha\sin(\alpha t)\,\vec{i} + b\alpha\cos(\alpha t)\,\vec{j} + c\,\vec{k}}{\sqrt{b^2\alpha^2 + c^2}}(\mathbf{0.5\ pts})$$

$$\vec{u}_n = \frac{\vec{a}_n}{\|\vec{a}_n\|} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} = \frac{-b\alpha^2\cos(\alpha t)\,\vec{i} - b\alpha^2\sin(\alpha t)\,\vec{j}}{b\,\alpha^2}$$

$$\rightarrow \vec{u}_n = -\cos(\alpha t)\,\vec{i} - \sin(\alpha t)\,\vec{j}(\mathbf{0.5\ pts})$$

4. Vecteur position $\vec{r}(t)$ dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

Dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, $\vec{r}(t) = \rho\vec{e}_\rho + z\vec{e}_z(\mathbf{0.25\ pts})$

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}\ \rightarrow\ \rho = b\quad (\mathbf{0.25\ pts})$$

$z = c\,t\quad (\mathbf{0.25\ pts})$

$$\vec{r}(t) = b\vec{e}_\rho + c\,t\,\vec{e}_z(\mathbf{0.5\ pts})$$

5. Vecteurs vitesse et accélération dans la base $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

On a :

$$\theta = arctg\left(\frac{y}{x}\right) \rightarrow\quad \theta = \alpha t\quad (\mathbf{0.25 pts})$$

$$donc\ \frac{d\vec{e}_\rho}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta = \alpha\vec{e}_\theta(\mathbf{0.25\ pts})\qquad et\ \frac{d\vec{e}_\theta}{dt} = -\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\rho = -\alpha\vec{e}_\rho(\mathbf{0.25\ pts})$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = b\frac{d\vec{e}_\rho}{dt} + c\,\vec{e}_z \rightarrow\quad \vec{v} = b\alpha\vec{e}_\theta + c\,\vec{e}_z(\mathbf{0.5\ pts}), \|\vec{v}\| = \sqrt{b^2\alpha^2 + c^2}(\mathbf{0.25\ pts})$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = b\alpha\frac{d\vec{e}_\theta}{dt} \rightarrow\quad \vec{a} = -b\alpha^2\vec{e}_\rho, (\mathbf{0.5\ pts})\|\vec{a}\| = b\,\alpha^2(\mathbf{0.25\ pts})$$

Exercice 2(09 pts)

Partie I

1. Condition d'équilibre sur m_1 : $\vec{P_1} + \vec{R} + \vec{T_0} + \vec{F_s} = \vec{0}$

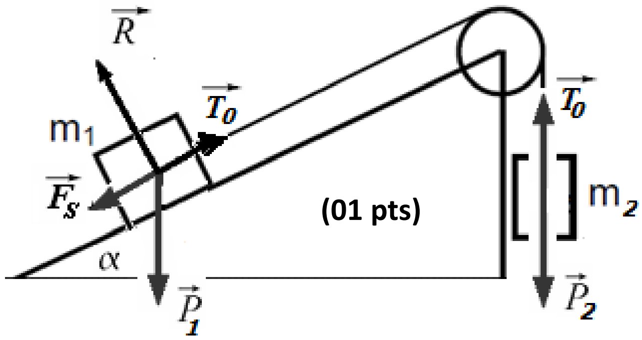
Projection sur la verticale : $R = P_1\,cos\alpha$**(0.25 pts)**

Projection sur la parallèle $T_0 = P_1 sin\alpha + F_s$**(0.25 pts)**

Sachant que $F_s = \mu_s R$ donc $T_0 = m_1 g(sin\alpha + \mu_s cos\alpha)$ ----- (1) **(0.5 pts)**

Condition d'équilibre sur m_2 : $\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_0} = \vec{0}$

Donc $T_0 = P_2 = m_{2\,max}\, g$ -----(2)**(0.25 pts)**



L'égalité entre (1) et (2) donne :

$m_{2\,max} = m_1(sin\alpha + \mu_s cos\alpha)$**(0.5 pts)**

D'où : $m_{2\,max} = 1{,}1\ kg$ **(0.25 pts)**

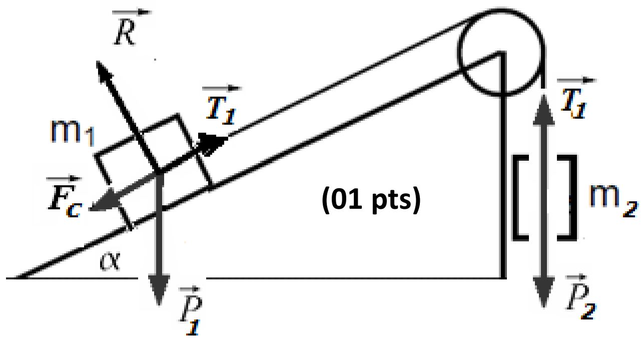
Partie II

1. PFD sur m_1: $\overrightarrow{P_1} + \vec{R} + \overrightarrow{T_1} + \overrightarrow{F_c} = m_1\vec{a}$

   Projection sur la parallèle $T_1 - P_1 sin\alpha - F_c = m_1 a$ **(0.5 pts)**

Sachant que $F_c = \mu_c R$ donc : $m_1 a = T_1 - m_1 g(sin\alpha + \mu_c cos\alpha)$ ----- (3) **(0.5 pts)**

   PFD sur m_2 : $\overrightarrow{P_2} + \overrightarrow{T_1} = m_2\vec{a}$



Donc $m_2\, a = P_2 - T_1$ ----- (4)**(0.25 pts)**

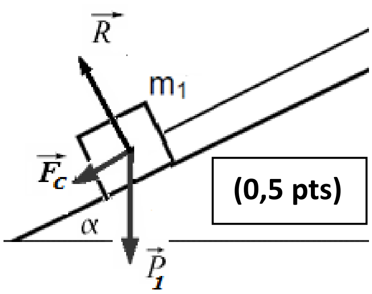
En additionnant (3) et (4) on obtient :

$a = g\frac{m_2 - m_1(sin\alpha + \mu_c cos\alpha)}{m_1 + m_2}$**(0.5 pts)**

Donc $a = 2{,}9\ m/s^2$**(0.25 pts)**

   En remplaçant cette valeur dans (4) on obtient $T_1 = m_2\,(g - a) = 10{,}35N$**(0.5 pts)**

2. Le mouvement est uniformément accéléré pour les deux masses qui auront les mêmes vitesses donc $v_1^2 - v_0^2 = 2\,a\,h$. Les masses étaient au repos ($v_0 = 0$)
   d'où $v_1 = \sqrt{2\,a\,h} v_1 = 1{,}1\ m/s$**(0.5 pts)**
3. La masse m_2 s'immobilise et m_1 continue son mouvement



a- PFD sur m_1: $\overrightarrow{P_1} + \vec{R} + \overrightarrow{F_c} = m_1\overrightarrow{a'}$

$m_1 a' = -P_1 sin\alpha - F_c$ donc $a' = -g(sin\alpha + \mu_c cos\alpha)$**(0.5 pts)**

on obtient $a' = -7{,}45\ m/s^2$**(0.25 pts)**

b- Durant cette phase de décélération m_1 va parcourir la distance d_1 avant de s'arrêter

$v_f^2 - v_1^2 = 2\,a'\,d_1 puisque v_f = 0 \Rightarrow d_1 = -\frac{v_1^2}{2\,a'} alors d_1 = 0{,}08\ m$**(0.5 pts)**

La distance totale parcourue est $D = d + d_1 = 0{,}28\ m$**(0.25 pts)**

3.Question de cours :

1. Première loi de Newton (Principe d'inertie) : Tout objet non soumis à des forces (ou $\Sigma\,\overrightarrow{F_{ext}} = \vec{0}$) conserve son état de repos s'il y était, ou son mouvement rectiligne uniforme. **(01 pts)**

2. La résultante des forces extérieurs appliquées sur un corps égale à la variation de son vecteur quantité de mouvement par rapport au temps $\Sigma\,\overrightarrow{F_{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt}$**(01 pts)**

3. Théorème de l'énergie cinétique : la variation de l'énergie cinétique entre deux points A et B est égale au travail entre ces deux points de la résultante $\vec{F}$ de toutes les forces appliquées au point matériel ($\Delta E_c = \mathrm{W}_{A\rightarrow B}(\vec{F}_{ext})$).**(01 pts)**