

Correction de l'examen " Assurance et actuariat "

Questions de cours

- 1- La loi des grands nombres exprime le fait que les caractéristiques d'un échantillon aléatoire se rapprochent des caractéristiques statistiques de la population (ensemble d'individus ou d'éléments) lorsque la taille de l'échantillon augmente à l'infini. (1point)
Les conditions d'application de la loi des grands nombres en assurance sont : 0,5 points
 - * L'indépendance des risques.
 - * Les risques doivent être identiques
 - * Le nombre de contrats doit être très important.
- 2- Pour qu'un risque soit assurable il faut réunir trois conditions, à savoir : l'évènement doit être futur, incertain et indépendant de la volonté de l'assuré. En outre, il y a parfois des risques financièrement coûteux, ce qui empêche leur assurance par une seule compagnie d'assurance. (1,5 points)

Exercice 1

1- Calcul des frais nets de gestion pour un assuré

$$Fng = 400\,000/2000 = \mathbf{200\ DA} \text{ (0,5 point)}$$

Les frais nets de gestions servent aux paiement des frais de gestion de la compagnie d'assurance tels que les traitements des fonctionnaires, les fournitures, l'électricités... (1point)

2- Calcul de l'espérance et de l'écart type

$$E(x) = SP = 60\,000 * 0,02 = \mathbf{1\,200} \text{ (1point)}$$

$$\delta(x) = S\sqrt{p(1-p)} = 60\,000 * \sqrt{0,02(1-0,02)} = \mathbf{8\,400} \text{ (1point)}$$

3- Espérance et écart type de résultat

$$E(R) = n\pi - nE(x) - FNG = 2000 * 1600 - 2000 * 1200 - 400\,000 = \mathbf{400\,000} \text{ (0,5point)}$$

$$\delta(R) = \sqrt{n} * \delta(x) = \sqrt{2000} * 8400 = \mathbf{375\,659,42} \text{ (0,5 point)}$$

Probabilité de perte

$$\mu \left(P < -\frac{E(R_n)}{\delta(R_n)} \right) \Rightarrow \mu \left(P < -\frac{400\,000}{375\,659,42} \right) = 1 - F(1,06) = 1 - 0,8554 = 0,1446 = \mathbf{14,46\%} \text{ (0,5 point)}$$

4- La prime pure ainsi que le chargement de sécurité α

$$\text{La prime pure } \pi = E(x) = \mathbf{1\,200} \text{ (0,5 point)}$$

Le chargement de sécurité

$$\pi'' = \pi + \alpha\pi + g\pi'' \Rightarrow \alpha = \frac{\pi'' - \pi - g\pi''}{\pi} = \frac{1\,600 - 1\,200 - 200}{1200} = 0,1666 = \mathbf{16,66\%} \text{ (0,5point)}$$

5- Les fonds propres pour $\beta=3$

a) $\beta = (E(R) + FP)/(\delta(R)) = 3 \Rightarrow FP = (3 * \delta(R)) - E(R) = (3 * 375\,659,42) - 400\,000 = 726\,978,26$ (1point)

b) Le taux de rétention $FP' = \frac{FP}{2} = \frac{726\,978,26}{2} = 363\,489,13$

$\beta = \frac{\theta E(R) + FP'}{\theta \delta(R)} = 3 \Rightarrow \theta = \frac{FP'}{3\delta(R) - E(R)} = \frac{363\,489,13}{3 * 375\,659,42 - 400\,000} = 0,5 = 50\%$ (1point)

Exercice 2

1- Avant de compléter le tableau des primes, nous commençant par le tableau des nombres d'assurés et le tableau des charges totales de sinistres.

Nombre (1point)	Expérimenté	Débutant	Total
Faible	550 000	300 000	850 000
Elevée	330 000	320 000	650 000
Total	880 000	620 000	1 500 000

Charge (1point)	Expérimenté	Débutant	Total
Faible	200* 550000=110000000	3000*300000=900 000 000	1010000000
Elevée	1800*330000=594000000	5000*320000=1600000000	2194000000
Total	704000000	2 500 000 000	3204000000

Primes (1point)	Expérimenté	Débutant	Total
Faible	200	3000	1188,23
Elevée	1800	5000	3375,38
Total	704000000/ 880 000=800	4032,25	2136

2- A n'utilise pas de critères de tarification donc la prime sera unique est égale à **2 136 DA** (0,5 point)

B utilise la segmentation puissance :

- B
- La prime sera de 1188,82 pour les véhicules à faible puissance (0,5 point)
 - La prime sera de 3375,38 pour les véhicules à puissance élevée (0,5 point)

Donc, les personnes qui ont des véhicules à faible puissance s'assurent chez B au prix de 1188,23 au lieu de 2136 chez A, d'où la baisse de nombre d'assurés de A. (0,5 point)

3- A utilise la segmentation âge de conducteur et B la segmentation puissance

Les tarifs proposés :

- A
- 800 (expérimenté) (0,5 point)
 - 4032,25 (débutant)
- B
- 1188,23 (faible) (0,5 point)
 - 3375,38 (élevée)

Qui s'assure chez qui :

- A
- Expérimenté et faible puissance au prix de 800DA (0,5 point)
 - Expérimenté et puissance élevée au prix de 800 DA
- B
- Débutant et faible puissance au prix de 1188,23 DA (0,5 point)
 - Débutant et puissance élevée au prix de 3375,38 DA

4- Le chiffre d'affaires de A et B

$$CAA = 800 * 880\,000 = 704\,000\,000 \text{ (0,5 point)}$$

$$CAB = (1188,23 * 300\,000) + (3375,38 * 320\,000) = 1\,436\,590\,600 \text{ (0,5 point)}$$

Le rendement de A et B

$$E(R_A) = 704\,000\,000 - 704\,000\,000 = 0. \text{ La compagnie arrive à équilibrer son bilan. (0,5 point)}$$

$$E(R_B) = 1\,436\,590\,600 - 2\,500\,000\,000 = -1\,063\,409\,400 \text{ DA. la compagnie doit s'orienter également à la segmentation selon l'âge pour pouvoir équilibrer son bilan. (0,5 point)}$$