Examen de Récupération --- Microéconomie I

Exercice 01 : Equilibre du consommateur : *(08 points)*

Soit la fonction d'utilité donnée par la relation : $U_T = f(x, y) = x + y + xy$

1. Quelle est la valeur du **TMS** $_{x \text{ à } y}$ au point d'équilibre ?

2. Calculez les quantités optimales des biens X et Y si le revenu du consommateur **R** = **2010**^{DA} et les prix unitaires des biens sont, respectivement, **Px = 10**^{DA} et **Py = 20**^{DA}.

3. Pour garder le ***même niveau d'utilité***, quelle serait la variation de la ***quantité Y*** si le consommateur ***diminue*** la ***quantité de X***, ***calculée à l'équilibre***, de **40%** ?

4. Quel est l'effet d'une **baisse** du ***revenu*** de **100**^{DA} sur le niveau de ***l'utilité*** ?

5. Quelle est la variation du ***revenu*** nécessaire pour ***accroître*** l'utilité totale de **25 %** ?

6. Déterminez la fonction de ***demande*** du bien ***X***.

Exercice 02 : Fonction de demande et élasticités : *(04 points)*

Soit Dx la fonction de demande individuelle d'un consommateur rationnel telle que :

$$Dx = f(R, Px, Py) = \frac{R - P_x + P_y}{2\,P_x}$$

1. Déterminez la ***nature*** du ***bien X*** pour ***R*** = **2010**^{DA}, ***Px*** = **10**^{DA} et ***Py*** = **20**^{DA}.

2. Quelle est la ***variation*** de la ***demande*** de ***X*** si ***Py diminue de* 18**^{DA} *ceteris paribus* ? (*Prenez trois chiffres après la virgule)*.

3. Quelle est la ***nature*** de la ***demande*** du ***bien X*** ? (*Prenez deux chiffres après la virgule).*

Exercice 03 : Les productivités physiques, l'homogénéité et les rendements d'échelle :

Partie 1 : Productivités physiques des facteurs de production : (*04 points)*

Soit un fabricant algérien de câbles électriques dont la fonction de production est résumée par la relation : $p = f(k, l) = 10\,k\,l^2 - \frac{1}{75}\,k\,l^3$, où k est la quantité du capital, l le nombre de travailleurs et p la quantité de câbles fabriquée (en Km).

En courte période, on considère que la quantité du facteur capital est constante et $k = k_0 = 6$.

1. Donnez les expressions mathématiques des ***productivités physiques totale***, ***moyenne*** et ***marginale*** du facteur travail.

2. Dressez une représentation graphique des ***phases de production*** en spécifiant, à la limite de chaque phase, la quantité de ***L*** et le niveau de production correspondant (*Limitez-vous à la courbe représentative du* $\mathbf{PPT_L}$).

Partie 2 : Fonctions de production homogènes et rendements d'échelle : (*04 points)*

p est la fonction permettant de mesurer le niveau de production d'une entreprise de Smartphones en longue période. Soit : $p = f(k, l) = \dfrac{\frac{1}{2}k^2\,l^{1,5}}{2\,l^{\frac{1}{2}}}$

1. Démontrez que la fonction de production p est ***homogène***.

2. Quelle est la nature de ses ***rendements d'échelle*** ?

3. Quelle est la variation relative (***en %***) de la ***production***, obtenue lors d'une augmentation des quantités des deux facteurs K et L de **20%** ***(une augmentation simultanée)*** ? *Faites une réponse explicite complète.*

4. Si le producteur souhaite ***multiplier*** par ***8*** son niveau de ***production***, quelle est la ***variation simultanée*** des quantités K et L nécessaire pour cela ? *Faites une réponse appuyée par les calculs nécessaires.*

L'Equipe Pédagogique
Enseignants de Microéconomie

Université Abderrahmane Mira de Béjaia
Faculté des Sciences Economiques, Commerciales et des Sciences de Gestion.
Département des enseignements de base (SEGC-LMD). Toutes les sections. 1ière année SEGC- LMD.
Durée 01h30mn. Mardi 09 Rajab 1444H/ Crspt 31 Janvier 2023.
جامعة بجاية
Tasdawit n'Bgayet
Université de Béjaïa

Corrigé-type --- Examen de Remplacement --- Microéconomie I

Exercice 01 : Equilibre du consommateur : *08 points*

Soit la fonction d'utilité donnée par la relation : $U_T = f(x, y) = x + y + xy$. R= **2010**DA et les prix unitaires des biens sont, respectivement, $\mathbf{P_x = 10}$DA et $\mathbf{P_y = 20}$DA.

1. Calculez la valeur du TMS xày au point d'équilibre.

A l'équilibre, on a : $TMS\ x \text{ à } y = \frac{Umgx}{Umgy} = \frac{\mathbf{Px}}{\mathbf{Py}} = \frac{\mathbf{10}}{\mathbf{20}} = \mathbf{0,5}$ 0.5

2. Calculez les quantités optimales des biens X et Y si le revenu du consommateur

A l'équilibre, on : $\begin{cases} \frac{Umgx}{\text{Px}} = \frac{Umgy}{\text{Py}} \\ \frac{s}{c} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases} <=> \begin{cases} \frac{1+y}{\text{Px}} = \frac{1+x}{\text{Py}} \\ \frac{s}{c} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$ 0.5 $<=> \begin{cases} y = \frac{\text{Px} + \text{x Px} - \text{Py}}{\text{Py}} \\ x = \frac{\text{Py} + \text{y Py} - \text{Px}}{\text{Px}} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$, en remplaçant la valeur de y ou de x dans l'équation de la contrainte budgétaire, on obtient respectivement la fonction de demande du bien X ou Y :

$\begin{cases} x^d = \frac{\text{R} - \text{Px} + \text{Py}}{2\text{ Px}} \\ y^d = \frac{\text{R} - \text{Py} + \text{Px}}{2\text{ Py}} \\ R = xP_x + yP_y \end{cases}$. AN : à l'équilibre, on aura donc les quantités des biens X et Y suivantes :

$\begin{cases} x_E = 101\ unités \\ y_E = 50\ unités \end{cases}$

0.5 (pour x_E) 0.5 (pour y_E)

3. Pour garder le même niveau d'utilité, quelle serait la variation de la quantité Y si le consommateur diminue la quantité de X, ***calculée à l'équilibre***, de **40%** ?

On a : $\Delta x = -40\%.(101) = -40{,}4\ unités$ 0.5

	$\Delta\ \boldsymbol{y}$	$\Delta\ \boldsymbol{x}$	$\boldsymbol{\Delta Ut}$
$TMS\ xày = 0{,}5$	**-0,5 unité**	**+1 unité**	**0**
	$\boldsymbol{\Delta y}$	**- 40,4 unités**	**0**

$$\boldsymbol{\Delta y} = \frac{\mathbf{-40,4(-0,5)}}{\mathbf{1}} = \mathbf{+20,2\ unités}$$

0.5

Une diminution de la quantité du bien X de 40% (40,4 unités) est compensée par une hausse de la quantité consommée du bien Y de 20,2 unités, afin de garantir un même niveau de satisfaction pour le consommateur. 0.5

4. Quel est l'effet d'une **baisse** du revenu de **100**DA sur le niveau de l'utilité ?

La valeur du multiplicateur de Lagrange est calculée à partir de la relation : $\boldsymbol{\lambda} = \frac{\mathbf{1+y}}{\boldsymbol{Px}} = \frac{\mathbf{1+x}}{\boldsymbol{Py}}$

$\Leftrightarrow \boldsymbol{\lambda} = \frac{1+50}{10} = \frac{1+101}{20} = \mathbf{5,1\ utils/DA}.$ 0.5

On a $dR = -100DA$ et $dU = \boldsymbol{\lambda} * dR = 5{,}1 * (-100) = -510\ Utils$ 0.5

Une diminution de 100 DA du revenu du consommateur va réduire le niveau de son utilité de 510 *utils Ceteris paribus*. 0.5

5. Quelle est la variation du ***revenu*** nécessaire pour ***accroître*** l'utilité totale de **25 %** ?

D'abord le niveau de l'utilité totale à l'équilibre : $Max\ U = f\ (101;\ 50) =\ 5201\ Utils$ 0.5

On a $dU = +25\%\ (5201) = +1300{,}25\ utils$ 0.5 Et $dR = \frac{dU}{\lambda} = \frac{+1300{,}25}{5{,}1} = +254{,}95\ DA.$ 0.5

En conclusion, pour accroitre le niveau de l'utilité de 25%, il faut accroître le revenu du consommateur de $254{,}95^{DA}$. 0.5

6. Déterminez la fonction de demande du bien X.

Précédemment déterminée, elle est exprimée ainsi : $x^d = f(R, Px, Py) = \frac{\text{R} - \text{Px} + \text{Py}}{2\ \text{Px}}$ 01

Exercice 02 : Fonction de demande et élasticités : *04 points*

Soit Dx la fonction de demande individuelle d'un consommateur rationnel telle que :

$$Dx\ = f(R, Px, Py)\ = \frac{R - P_x + P_y}{2\ P_x}$$

1. Déterminez la nature du bien X pour ***R* = 2010DA**, ***Px* = 10DA** et ***Py* = 20DA**.

$$Dx = f(2010, 10, 20) = 101\ unités$$ 0.5

$$\varepsilon_{\frac{Dx}{R}} = \frac{\delta Dx}{\delta R} . \frac{R}{Dx} = \frac{1}{2P_x} . \frac{R}{D_x} = \mathbf{0{,}995}$$ 0.5

L'élasticité-revenu de la demande Dx est comprise entre zéro et un ($0 < \varepsilon_{\frac{Dx}{R}} < 1$). Le bien X, en plus d'être un bien ordinaire (normal), c'est un bien nécessaire ou essentiel**.** 0.5

2. Quelle est la variation de la demande de X si Py ***diminue de* 18DA** *ceteris paribus* ?

Calcul de l'élasticité-croisée :

$$\varepsilon_{Dx/Py} = \frac{\delta Dx}{\delta Py} . \frac{Py}{Dx} = \frac{1}{2P_x} . \frac{Py}{D_x} \cong\ 0{,}01$$ 0.25

L'élasticité-croisée est positive ($\mathcal{E}_{Dx/Py} > 0$), les biens X et Y sont des biens substituables.

$$\frac{\Delta P_y}{P_y} * 100\% = \frac{-18}{20} * 100\% = -90\ \%$$ 0,25

	$Var\ Py$	$Var\ Dx$
$\varepsilon_{Dx/Py} = 0{,}01$	+ 1 %	0,01%
	-90 %	?

$$\frac{\Delta Dx}{Dx} = \frac{\mathbf{-90\%.(0{,}01\ \%)\%}}{\mathbf{1}} = \mathbf{-\ 0{,}9\ \%}$$ 0.5

On remarque qu'une diminution de Py de 18^{DA} (90%) va induire une baisse du niveau de la demande du bien X de **0,9** % *toutes choses égales par ailleurs*. 0.5

3. Quelle est la nature de la demande du bien X ?

Calcul de l'élasticité-directe :

$$\varepsilon_{Dx/PX} = \left|\frac{\delta Dx}{\delta Px} . \frac{Px}{Dx}\right| = \left|\frac{-R-Py}{2\ Px} . \frac{1}{Dx}\right| \cong |-1| = +1$$ 0.5

On a $\mathcal{E}_{\frac{Dx}{PX}} = 1$, donc la demande du bien X est iso − élastique (demande à élasticité unitaire). 0.5

Exercice 03 : Les productivités physique, l'homogénéité et les rendements d'échelle :

Partie 01 : Productivités physiques : *04 points*

Soit un fabricant algérien de câbles électriques dont la fonction de production est résumée par la relation : $p = f(k,l) = 10\,.k.l^2 - \frac{1}{75}.\ k.l^3$ où k est la quantité du capital de l'entreprise (en 10^6 DA), l le nombre de travailleurs, et p la quantité de câbles fabriquée (en Km).

En courte période, on considère que la quantité du facteur capital est constante et $k = k_0=6$.
La fonction de productivité physique totale du facteur l est alors :

$$PT_L = f(k_0, l) = 60.\,l^2 - 0{,}08.\,l^3$$

1. Donnez les expressions mathématiques des productivités physiques totale, moyenne et marginale du facteur travail.

$PPT_L = f(k_0, l) = f(6, l) = 60.\,l^2 - 0{,}08.\,l^3$ 0.5

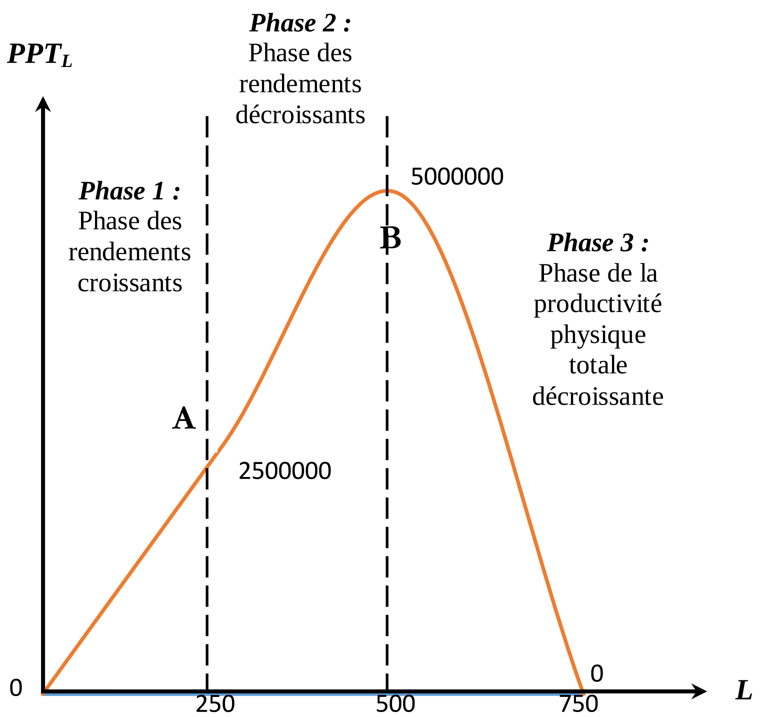
$PPM_L = \frac{60.l^2 - 0{,}08.l^3}{l} = 60.\,l^1 - 0{,}08.\,l^2$ 0.5

$PPmg_L = f'(k_0, l) = \frac{d\,PPT_L}{dl} = 120.\,l^1 - 0{,}24.\,l^2$ 0.5

2. Dressez une représentation graphique des phases de production en spécifiant, à la limite de chaque phase, la quantité de ***L*** et le niveau de production correspondant (*Limitez-vous à la courbe représentative du* ***PPT****$_L$*).

L	PPT	Points sur le graphique
0	0	
250 0.5	2500000 0.5	**A** (coordonnées du point d'inflexion)
500 0.5	5000000 0.5	**B** (coordonnées du PPT max)
750	0	

0.5



Partie 02 : Fonction homogènes et rendements d'échelle : *04 points*

Soit $\boldsymbol{p = f(k,l) = \frac{\frac{1}{2}k^2\, l^{1,5}}{2\, l^{\frac{1}{2}}}}$ la fonction permettant de mesurer le niveau de production d'une entreprise de Smartphones en longue période.

1. Démontrez que la fonction p est une fonction de production homogène

On a $p = f(k,l) = \dfrac{\frac{1}{2}.k^2\,.l^{1,5}}{2.l^{0,5}}$

Et $f(a.k,a.l) = \dfrac{\frac{1}{2}.(a.k)^2\,.(a.l)^{1,5}}{2.(a.l)^{0,5}} = \dfrac{\frac{1}{2}.a^2.a^{1.5}.k^2\,.l^{1,5}}{2.a^{0.5}.l^{0,5}} = \dfrac{a^{3.5}.\left(\frac{1}{2}.k^2\,.l^{1,5}\right)}{a^{0.5}.2.l^{0,5}} = \dfrac{a^{3.5}}{a^{0.5}}.\dfrac{\frac{1}{2}.k^2\,.l^{1,5}}{2.l^{0,5}}$

$\Leftrightarrow f(a.k,a.l) = a^3.p$ 0.5

Donc p est une fonction de production homogène de degré **λ=3.** 0.5

2. Quelle est la nature des rendements d'échelle de cette fonction ?

Les rendements d'échelle de cette fonction **sont croissants** car le degré d'homogénéité **λ>1**. 0.5

3. Quelle est la variation relative de la production (***en %***) obtenue lors d'une augmentation des quantités des deux facteurs K et L de **20%** *(une augmentation simultanée)* ? *Faites une réponse explicite complète.*

Une hausse simultanée de 20 % de la quantité des facteurs Ket L signifie une multiplication de leurs quantités par 1.2, ce qui revient à calculer : $f(1{,}2k, 1{,}2l) = 1{,}2^3 * p = 1{,}728.p$ 0.5

Une hausse simultanée de la quantité de K et L de 20% va permettre une augmentation du volume de production de 72,8%. 0.5

4. Si le producteur souhaite multiplier par 8 son niveau de production, quelle est la variation simultanée des quantités K et L nécessaire pour cela ? *Faites une réponse appuyée par les calculs nécessaires.*

On a $f(a.k,a.l) = a^3 * p = 8.p \Leftrightarrow a^3 = 8 \Leftrightarrow a = 8^{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow a = 2$ 0.5

Le volume de production sera multiplié par 8 si le producteur augmente la quantité de K et L, *simultanément*, de 100 %. 01