

Cours doctorat Sciences économiques



La théorie des jeux

Dr. Aïssa MOUHOU BI

Qu'est ce que la théorie des jeux ?

La théorie des jeux est la représentation théorique des situations concurrentielles entre joueurs. À certains égards, la théorie des jeux est la science de la stratégie, ou du moins la prise de décision optimale d'acteurs indépendants et concurrents dans un cadre stratégique.



La genèse de la théorie des jeux



John von Neumann

Budapest 28 décembre 1903

Washington 8 février 1957

János Lajos Neumann en hongrois, est un mathématicien et physicien américano-hongrois. Il a apporté d'importantes contributions en mécanique quantique, en analyse fonctionnelle, en théorie des ensembles, en informatique, en sciences économiques et dans beaucoup d'autres domaines des mathématiques et de la physique. Il a de plus participé aux programmes militaires américains.

La genèse de la théorie des jeux

Les pionniers de la théorie des jeux étaient le mathématicien John von Neumann et l'économiste Oskar Morgenstern dans les années 1940. John Nash est considéré le premier auteur à avoir étendu significativement les travaux de von Neumann et Morgenstern.



Objectif de la théorie des jeux

L'objectif de la théorie des jeux est le jeu, qui sert de modèle d'une situation interactive entre les joueurs rationnels. La clé de la théorie des jeux est que le gain d'un joueur dépend de la stratégie mise en œuvre par l'autre joueur.

La théorie des jeux a un large éventail d'applications : en sciences naturelles, en relations internationales, en géopolitique, en guerre. Mais c'est en économie qu'elle trouve un terrain d'activité très dynamique. En résumé, il s'agit d'une discipline qui se situe à la frontière de la psychologie et des mathématiques. Les jeux qui naissent sont soit coopératifs ou non-coopératifs.

Objectif de la théorie des jeux

L'exemple avec lequel est souvent expliquée la théorie des jeux est celui du dilemme du prisonnier, énoncé en 1950 par Albert W. Tucker. Imaginons un vol qui a été commis. La police soupçonne deux personnes : Untel et Quidam. Comme les preuves manquent, l'inspecteur de police décide d'interroger les deux suspects séparément, en leur donnant la même offre : « Si tu avoues ton complice et qu'il nie les faits, tu seras remis en liberté et l'autre écoperà de 7 ans de prison. Si tu avoues et lui aussi, vous écopererez tous les deux de 5 ans de prison. Si personne n'avoue, vous aurez tous 1 année de prison. »

La problématique de la théorie des jeux

Ainsi, les situations qui peuvent exister sont :

Intuitivement, les deux voleurs choisiront de nier afin qu'ils n'écopent qu'une année de prison au lieu de 5 ou 7.

Quidam	Avouer	Nier
Untel		
Avouer	(5 , 5)	(0 , 7)
Nier	(7 , 0)	(1 , 1)

La problématique de la théorie des jeux

Cependant, par peur que Quidam dénonce son ami, dans l'espoir d'être libéré, Untel dénonce Quidam. De même, par peur qu'Untel dénonce son ami, dans l'espoir d'être libéré, Quidam dénonce Untel. De telle sorte, les amis qui se sont trahis mutuellement écoperont de 5 années de prison chacun.

Les prisonniers ont agi de la façon suivante :

La problématique de la théorie des jeux

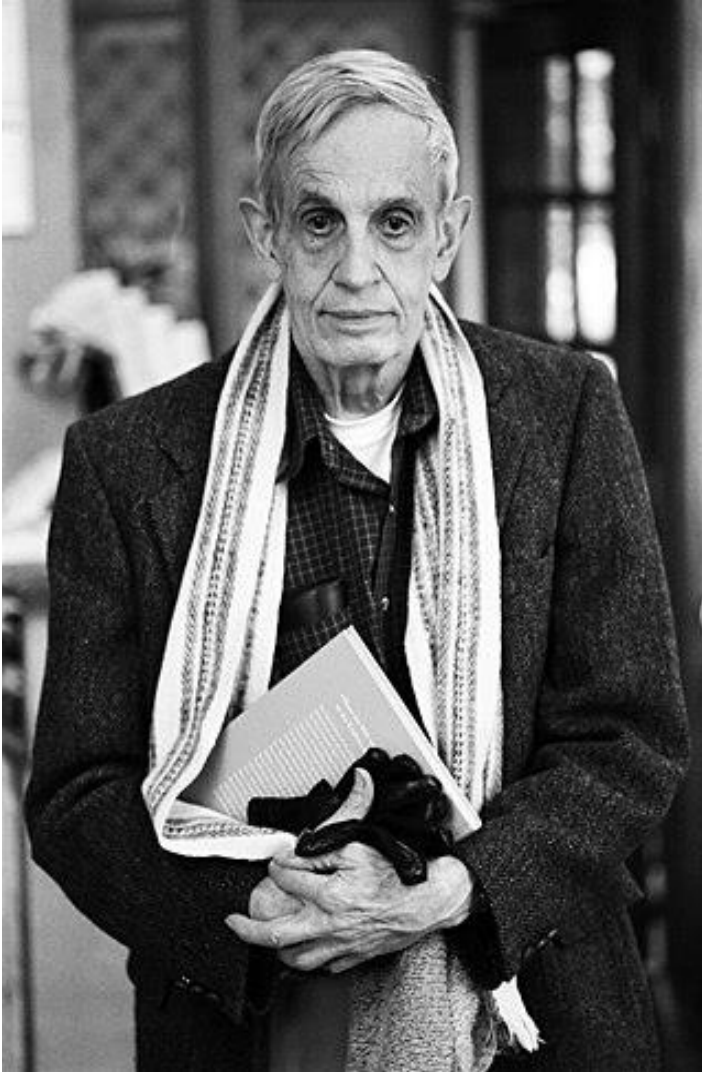
Chacun des prisonniers réfléchit de son côté en considérant les deux cas possibles de réaction de son complice.

- « Dans le cas où il avoue :
 - Si je nie, je serai incarcéré pendant 7 ans ;
 - Mais si j'avoue, je ne ferai que 5 ans de prison. »
 - « Dans le cas où il nie :
 - Si je nie, je ferai 1 année de prison ;
 - Mais si j'avoue, je serai libre. »
- « Quel que soit son choix, j'ai donc intérêt à avouer. »

La problématique de la théorie des jeux

Cette situation donne une idée sur l'instinct humain qui le pousse par égoïsme à agir dans le sens de son propre intérêt, sans penser aux autres, ne lui offre pas toujours les meilleures situations. Nous concluons alors que l'optimum au sens de Pareto n'est pas facilement atteignable, situation (1 , 1).

Apport de Nash à la théorie des jeux



John Forbes Nash

Virginie O. 13 juin 1928

New Jersey 23 mai 2015

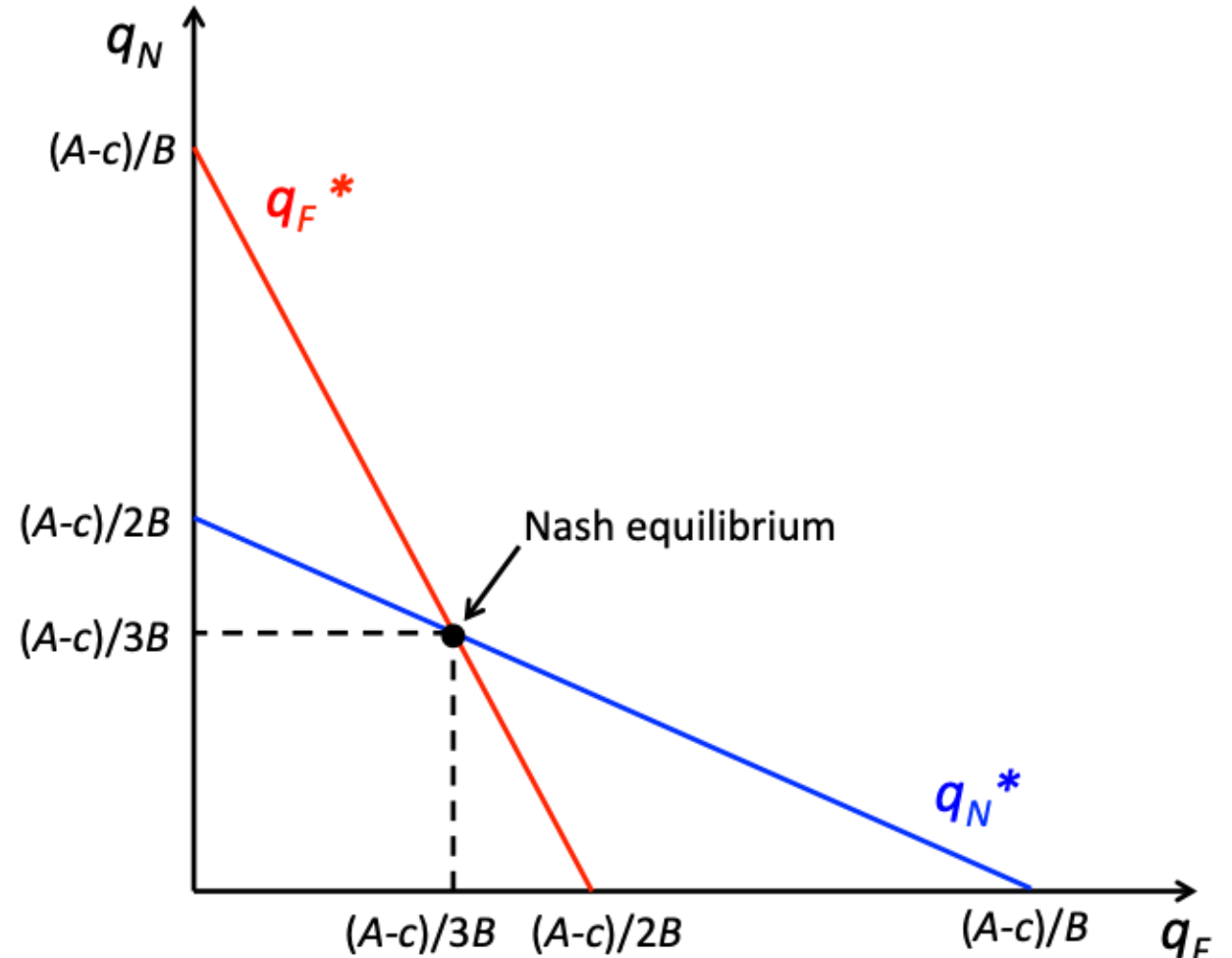
Est un mathématicien et économiste américain. Il a travaillé sur la théorie des jeux, la géométrie différentielle et les équations aux dérivées partielles.

Il est le seul mathématicien et économiste à être lauréat à la fois du prix dit Nobel d'économie en 1994 et du prix Abel pour les mathématiques en 2015.

À l'aube d'une carrière mathématique prometteuse, John Nash a commencé à souffrir de schizophrénie. C'est seulement vingt-cinq ans plus tard qu'il apprendra à vivre avec cette maladie. Sa vie est racontée de façon romancée dans le film *Un homme d'exception*.

Apport de Nash à la théorie des jeux

John Nash remarque que la situation la mieux indiquée pour les deux joueurs est la non-coopération, car si l'un d'eux décide de modifier sa situation, il ne peut qu'y perdre (5 années ou 7 années de prison, au lieu de 1 année). Cette situation est appelée l'équilibre de Nash.

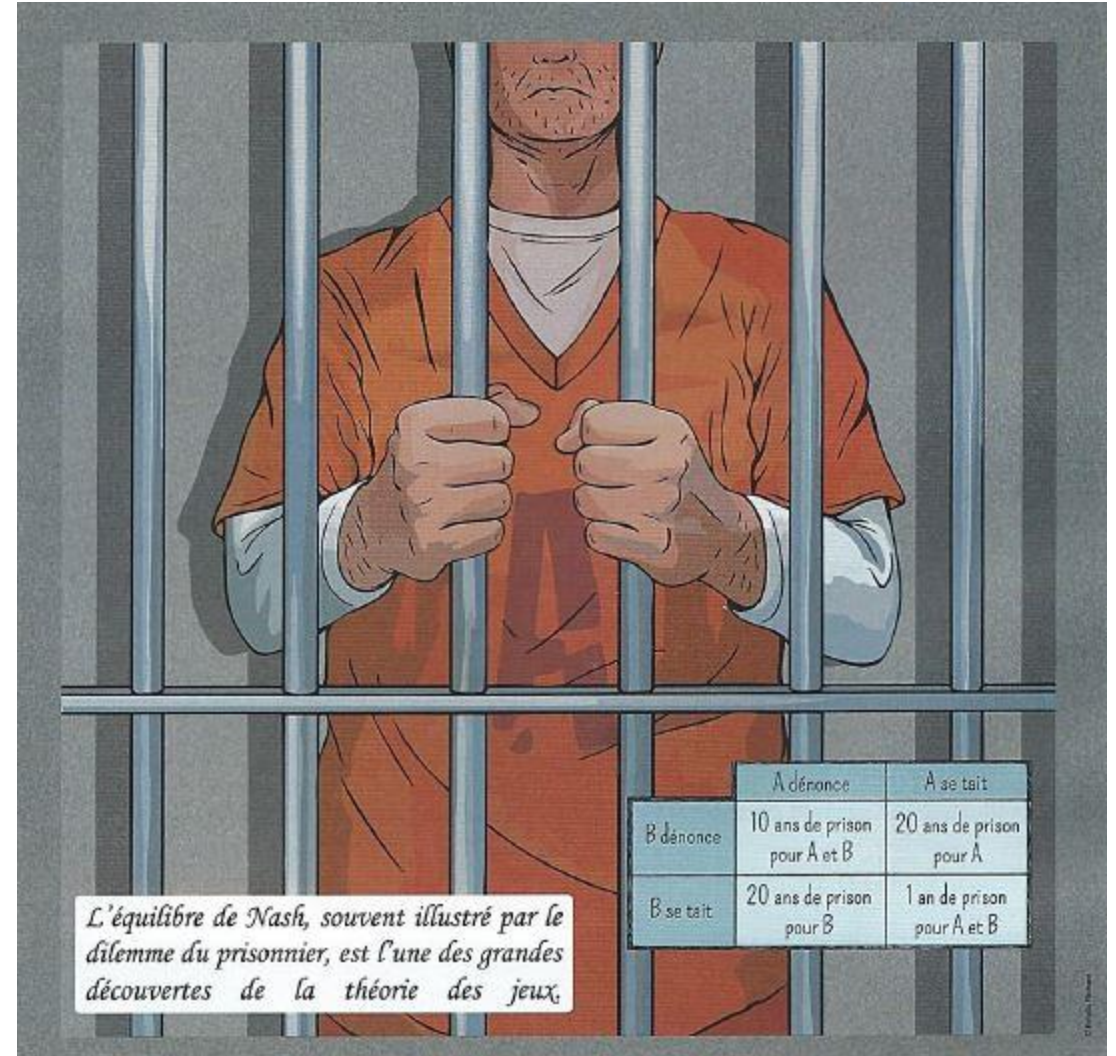


Apport de Nash à la théorie des jeux

Au total, l'équilibre au sens de Pareto est celui qui offre à une partie la meilleure situation, sans nuire à l'autre partie (1 , 1). On peut parler alors d'altruisme. Dans ce contexte, la philosophie d'Adam Smith qui stipule que : "*Dans la compétition, l'ambition individuelle sert l'intérêt commun*", l'égoïsme des agents conduit à leur anéantissement (0 , 7) ou (7 , 0). La critique de Nash s'appuie sur cette réflexion d'Adam Smith. Selon l'auteur, les joueurs ne prennent pas le risque de se voir trahis par leurs concurrents. Alors, ils agissent en fonction du comportement de leurs concurrents. Ainsi, on conclut qu'un équilibre de Nash est la situation durant laquelle un joueur prévoie correctement les choix des autres joueurs, en vue de maximiser ses gains. Ceci dans l'hypothèse où les joueurs refusent de coopérer. Ceci dit, l'équilibre de Nash est considéré, comme non-coopératif.

Apport de Nash à la théorie des jeux

En économie, le dilemme du prisonnier peut être représenté par deux firmes concurrentes qui ont le choix de coopérer ou de ne pas coopérer, afin d'envahir le marché. Le prix est leur arme d'action. Elles ont le choix de baisser le prix ou de l'augmenter.



Apport de Nash à la théorie des jeux

Firme 1	Firme 2	Augmenter	Baisser
Augmenter		Duopole de Cournot	Firme 2 tue firme 1
Baisser		Firme 2 tue firme 1	CPP

Apport de Nash à la théorie des jeux

Dans l'exemple ci-dessus, la firme 1 a intérêt à baisser son prix quelle que soit la décision de sa concurrente, sinon elle risque d'avoir une probabilité de 50% de quitter le marché. Dans cet exemple, l'équilibre de Nash est celui qui offre au marché une concurrence parfaite. Dans le cas où les deux firmes décident d'augmenter leurs prix, un duopole à la Cournot s'installe.

