

Série TD N°5 (à traité en deux séances au max)

Exercice 1

Soit une sphère *conductrice* A de rayon a portant une charge positive $+2Q$. Nous la plaçons au centre d'une coquille sphérique *conductrice* B de rayon intérieur b et de rayon extérieur c , et portant initialement une charge $-Q$.

1. Calculer les charges $Q_{B_{int}}$ et $Q_{B_{ext}}$ des surfaces intérieure et extérieure de la coquille sphérique B à l'*équilibre électrostatique*.
2. On relie la coquille sphérique B au sol par un fil conducteur. Quelles sont les nouvelles charges $Q_{B_{int}}$ et $Q_{B_{ext}}$ après le retour à l'*équilibre électrostatique*.
3. En utilisant le théorème de Gauss calculez le champ électrique dans la région en tout point de l'espace.
4. En déduire le potentiel électrique en tout point de l'espace (sachant qu'il est nul à l'infini).
5. Calculer la capacité du condensateur sphérique constitué par la sphère de rayon a et la face intérieure de la coquille sphérique (rayon b).

Exercice 2

Un condensateur de capacité $C_1 = 47 \mu F$ chargé sous une tension de 25 V et un autre de capacité $C_2 = 33 \mu F$ chargé sous une tension de 10 V.

1. Calculer la charge et l'énergie emmagasinée par chaque condensateur.
2. On les branche en parallèle (la borne + de l'un avec la borne + de l'autre), calculer la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par le groupement.
3. On les branche en parallèle (la borne + de l'un avec la borne - de l'autre), calculer la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par le groupement.

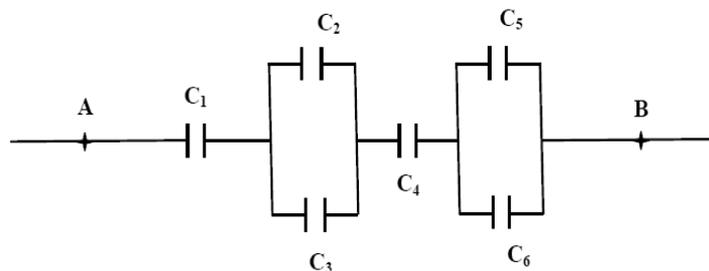
Exercice 3

On donne les valeurs des capacités représentées sur la figure :

$$C_1 = C_5 = C_6 = 5 \mu F, C_2 = 3 \mu F, C_3 = 7 \mu F, C_4 = 10 \mu F.$$

La différence de potentiel entre les bornes A et B est : $V_{AB} = 1000V$.

- 1- Déterminer la capacité équivalente C_{AB} du circuit.
- 2- Déterminer la charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalente.
- 3- Déterminer la charge et la différence de potentiel de chaque condensateur.



Exercices supplémentaires

Exercice S1

I) Soit une sphère conductrice S_1 de rayon R_1 portée au potentiel V_1 .

1- calculer la charge q_1 portée par cette sphère.

II) On isole S_1 de la source de potentiel V_1 . Après l'avoir chargé puis on la relie à la sphère conductrice S_2 de rayon R_2 initialement neutre par un fil conducteur très long.

a- calculer la charge portée par chaque sphère

b- calculer le champ électrique au voisinage de chaque sphère

c- donner l'énergie de l'ensemble avant et après connexion.

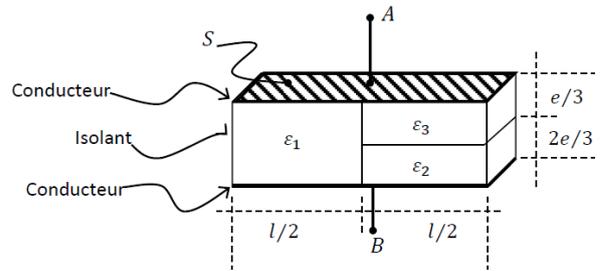
Exercice S2

1. Donner l'expression de la capacité d'un condensateur plan, dont les armatures ayant une surface S chacune, sont séparées par une couche isolante de permittivité ϵ et d'épaisseur e .

2. Calculer la capacité du condensateur plan représenté par la figure ci-dessous On donne :

$S = 6\text{cm}^2$; $e = 4\mu\text{m}$; $\epsilon_1 = 1,5\epsilon_0$; $\epsilon_2 = 2,4\epsilon_0$; $\epsilon_3 = 2\epsilon_0$; $\epsilon_0 = 8,84 \cdot 10^{-12} [\text{MKSA}]$ (ϵ_1, ϵ_2 et ϵ_3 sont les permittivités de trois milieux isolants différents).

3. Si la différence de potentiel entre les armatures du condensateur est égale à $V_{AB} = 9\text{V}$, calculer l'énergie potentielle électrique U emmagasinée dans ce condensateur.



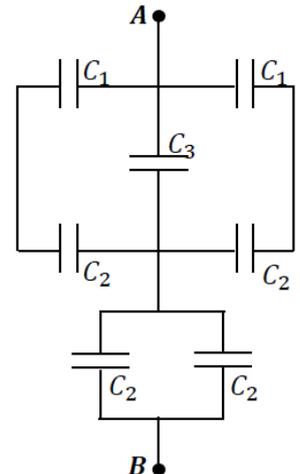
Exercice S3

1. Calculez la capacité équivalente dans la figure ci-contre.

On applique entre A et B une différence de potentiel $V_{AB} = 48\text{Volts}$.

On donne : $C_1 = 3\mu\text{F}$; $C_2 = 6\mu\text{F}$; $C_3 = 2\mu\text{F}$.

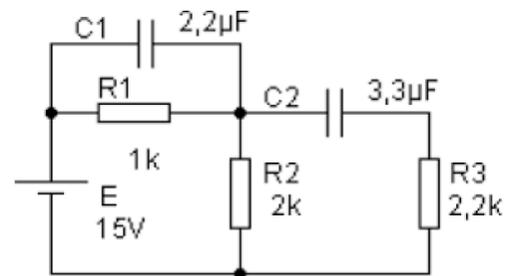
2. Calculez la charge de chaque condensateur et la différence de potentiel entre ses armatures.



Exercice S4

a. Initialement les condensateurs sont complètement déchargés. Calculer les courants I_1, I_2 et I_3 dans les résistances R_1, R_2 , et R_3 .

b. Calculer la charge et la tension aux bornes de chacun des condensateurs, si chacun d'entre eux est chargé sa tension finale. Calculer les courants I_1, I_2 et I_3 dans les résistances R_1, R_2 , et R_3 .



Exercice S5

Soit un condensateur cylindrique constitué de deux armatures métalliques coaxiales, d'épaisseur négligeable, de rayons respectifs R_A, R_B faibles devant la hauteur h .

a) Quel est le champ \vec{E} en un point M situé entre les armatures ?

b) Déterminer la différence V de potentiel entre les armatures.

c) Calculer la capacité du condensateur.

Corrigé

Solution Série N°5

Exercice1

1. A l'équilibre électrostatique

$$Q_A = +2Q \quad \text{et} \quad Q_{Bint} = -2Q$$

Comme le conducteur B est isolé alors sa charge est constante

$$Q_B = Q_{Bint} + Q_{Bext} = -Q \quad \Rightarrow \quad Q_{Bext} = +Q$$

2. Quand nous relions le conducteur B la terre la charge sur sa surface extérieure se vide dans le sol $Q_{Bext} = 0$ et la charge de la surface intérieure est maintenue par l'attraction des charges se trouvant sur la surface de A, donc $Q_{Bint} = -2Q$. En plus le potentiel du conducteur B est considéré comme nul ($V_B = 0$) (potentiel de référence de la terre)

3. Champ électrostatique
 Théorème de Gauss

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_{int}}{\epsilon_0}$$

La symétrie du champ est une **symétrie sphérique**, donc la surface de GAUSS est une sphère de rayon r concentrique à la distribution de charge.

Puisque $\vec{E} \parallel d\vec{S}$ donc $\vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot dS$ et :

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint_{S_G} E \cdot dS = \frac{\sum q_{int}}{\epsilon_0}$$

Par symétrie de rotation E est constant sur la surface de GAUSS S_G .

$$\oiint_{S_G} \vec{E} \cdot d\vec{S} = E \cdot S_G = E \cdot 4\pi \cdot r^2$$

Finalement

$$E \cdot 4\pi \cdot r^2 = \frac{\sum q_{int}}{\epsilon_0}$$

Zone 1 : $(0 \leq r \leq a)$

$$\sum q_{int} = 0 \quad \Rightarrow \quad E_1 = 0$$

Zone 2 : $(a \leq r \leq b)$

$$\sum q_{int} = +2Q \quad \Rightarrow \quad E_2 = K \frac{2Q}{r^2}$$

Zone 3 : $(b \leq r \leq c)$

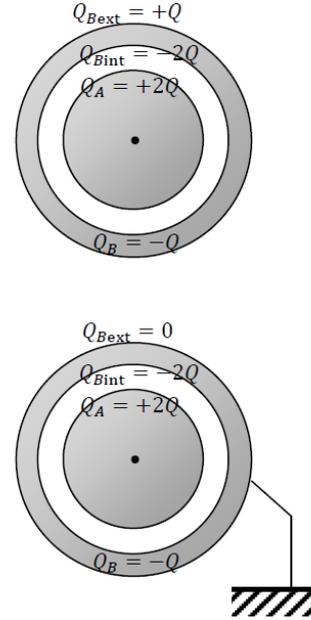
$$\sum q_{int} = +2Q - 2Q = 0 \quad \Rightarrow \quad E_3 = 0$$

Zone 4 : $(c \leq r < +\infty)$

$$\sum q_{int} = +2Q - 2Q = 0 \quad \Rightarrow \quad E_4 = 0$$

4. Potentiel : Symétrie sphérique.

$$dV = -E \cdot dr \quad \text{et} \quad V = - \int E \cdot dr$$



$$\begin{cases} E_1 = 0 \\ E_2 = K \frac{2Q}{r^2} \\ E_3 = 0 \\ E_4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1 = C_1 = \text{Constante} \\ V_2 = K \frac{2Q}{r} + C_2 \\ V_3 = C_3 = \text{Constante} \\ V_4 = C_4 = \text{Constante} \end{cases}$$

Potentiel à l'infini est nul : $V_4(r \rightarrow +\infty) = 0 \Rightarrow C_4 = 0$ donc $V_4 = 0$

Continuité en $(r = c)$: $V_4(r = c) = V_3(r = c) = 0 \Rightarrow C_3 = 0$ donc $V_3 = 0$

Continuité en $(r = b)$: $V_3(r = b) = V_2(r = b) = 0 \Rightarrow K \frac{2Q}{b} + C_2 = 0$ donc $C_2 = -K \frac{2Q}{b}$

Continuité en $(r = a)$: $V_2(r = a) = V_1(r = a) \Rightarrow K \frac{2Q}{a} - K \frac{2Q}{b} = C_1$

D'où le potentiel

$$\boxed{V_1 = 2KQ \frac{b-a}{ab}} ; \boxed{V_2 = K \frac{2Q}{r} - K \frac{2Q}{b}} ; \boxed{V_3 = 0} ; \boxed{V_4 = 0}$$

5. Différence de potentiel entre les deux conducteurs

$$V = V_1 - V_3 = 2KQ \frac{b-a}{ab}$$

La capacité du condensateur (charge $2Q$)

$$C = \frac{2Q}{V} \Rightarrow \boxed{C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}}$$

Exercice 2

1. Calculer la charge et l'énergie emmagasinée par chaque condensateur.

$$Q_1 = U_{C1} \cdot C_1 = 25.47 = 1175 \mu C \quad W_1 = \frac{1}{2} C_1 \cdot U_{C1}^2 = \frac{1}{2} \cdot 47 \cdot 25^2 = 14,69 \cdot 10^{-3} W = 14,69 mW.$$

$$Q_2 = U_{C2} \cdot C_2 = 10.33 = 330 \mu C \quad W_2 = \frac{1}{2} C_2 \cdot U_{C2}^2 = \frac{1}{2} \cdot 33 \cdot 10^2 = 5,44 \cdot 10^{-3} W = 5,44 mW.$$

2. Branchement en parallèle : la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par ce groupement.

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1505 \mu C$$

$$U = \frac{Q}{C_1 + C_2} = 18,8V$$

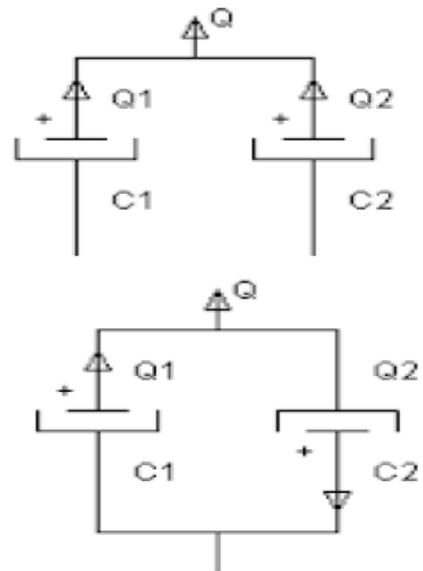
La capacité équivalente du montage en parallèle étant la somme des capacités des 2 condensateurs.

$$W = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \cdot U^2 = 14,15 mW$$

3. branchement en série : la nouvelle tension des condensateurs et l'énergie emmagasinée par le groupement.

$$U = \frac{Q}{C_1 + C_2} = 10,19V$$

$$Q = Q_1 = Q_2 = 815 \mu C \quad W = \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \cdot U^2 = 4,15 mW$$



Exercice 3

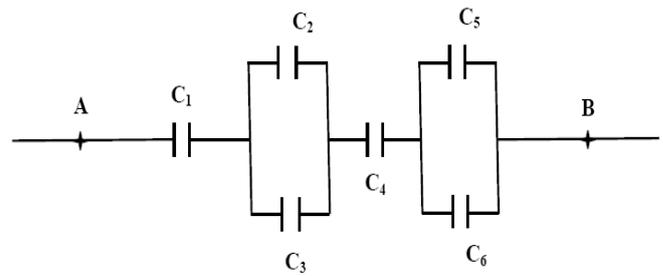
1. La capacité équivalente C_{AB} du circuit.

$$\frac{1}{C_{/AB}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} + \frac{1}{C_{56}}$$

Où : $C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 7 = 10\mu F$ est la capacité équivalente de C_2 et C_3 en parallèle.

$C_{56} = C_5 + C_6 = 5 + 5 = 10\mu F$ est la capacité équivalente de C_5 et C_6 en parallèle.

$$\frac{1}{C_{/AB}} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \Rightarrow C_{/AB} = \frac{10}{5} = 2\mu F$$



2- La charge équivalente Q_{AB} du condensateur équivalente :

$$Q_{AB} = C_{AB} \cdot U_{AB} = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 1000 = 2 \cdot 10^{-3} C = 2mC.$$

3- La charge et la différence de potentiel de chaque condensateur :

$$Q_1 = Q_4 = Q_{23} = Q_{56} = Q_{AB} = 2 \cdot 10^{-3} C = 2mC$$

$$U_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-6}} = 400V$$

$$U_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 200V$$

$$U_{23} = U_2 = U_3 = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 200V$$

$$Q_2 = C_2 \cdot U_2 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 0,6 \cdot 10^{-3} C = 0,6C$$

$$Q_3 = C_3 \cdot U_3 = 7 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 1,4 \cdot 10^{-3} C = 1,4C$$

$$U_{56} = U_5 = U_6 = \frac{Q_{56}}{C_{56}} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-6}} = 200V$$

$$Q_5 = C_5 \cdot U_5 = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 10^{-3} C = 1mC$$

$$Q_6 = C_6 \cdot U_6 = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 200 = 10^{-3} C = 1mC$$