



EXAMEN

Exercice 1 :(04 points)

soit le modèle de régression linéaire multiple suivant : $y_t = a_0 + a_1x_{1t} + a_2x_{2t} + \varepsilon_t$
avec :

$$E[\varepsilon, \varepsilon'] = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 8 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 12 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 100 \end{pmatrix}$$

1. Que représente cette matrice ? Justifier.
2. Que peut-on déduire de cette matrice ? Justifier.
3. D'après le cas, le modèle est hétéroscédastique. Quelle transformation doit être réalisée pour qu'il devienne homoscedastique ?

Exercice 2 :(12 points)

Soit le modèle à deux variables explicatives estimé sur 20 observations :

$$y_t = -63,2103 + 0,06333x_{1t} + 0,03273x_{2t} + \varepsilon_t$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{a}_0} = 15,11107, \hat{\sigma}_{\hat{a}_1} = 0,01122, \hat{\sigma}_{\hat{a}_2} = 0,003623$$

$$R^2 = 0,6121; F^* = 10,3133$$

Les résidus calculés sur le modèle précédent sont représentés sur le tableau suivant :

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e_t	-4,51	10,56	-19,33	-25,56	-47,09	1,44	21,54	2,99	-1,50	7,21
t	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
e_t	30,15	11,66	28,52	-19,72	-11,56	-25,37	-6,33	40,12	43,99	28,09

1. Dans le cas où les conditions d'application du test d'autocorrélation des erreurs de Durbin et Watson (DW) sont vérifiées, effectuer le test d'autocorrélation des erreurs ($d_1 = 1,10$; $d_2 = 1,54$).
2. Estimer la valeur de ρ .
3. Dans le but d'appliquer la méthode des MCG, on explicite la matrice des variances-covariances Ω_ε . Donner les expressions de $E(\varepsilon_t^2)$, $E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t+1})$, $E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t+2})$, $E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t+i})$ en déduire l'expression de la matrice Ω_ε .
4. Calculer la matrice Ω_ε^{-1} des MCG.

Exercice 3 : (04 points)

Le problème représentant le choix d'un modèle qui illustre un phénomène de croissance en fonction du temps est donné comme suit :

$$Y_t = \frac{k}{1 + e^{-\left(\frac{t-a}{b}\right)}}$$

Où : **k** : représente le seuil, **Y** : mesure la croissance du phénomène, **t** : le temps, **a** et **b** les paramètres à estimer avec **b** représentant le taux de croissance.

1. Exprimer la forme linéaire de ce modèle.
2. Quelles conditions sur **k** et **b** doit-on vérifier pour que l'estimation des paramètres du modèle soit possible ?