



Examen Final de Microéconomie 2

Recommandations :

1. Présentez une copie propre et bien rédigée.
2. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
3. Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons,...).
4. L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
5. Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
6. Justifiez par calculs les résultats trouvés.

Partie 1 : Questions de réflexion (05 points)

1. Citez brièvement **les causes** d'un déplacement (à droite et à gauche) de la droite d'iso-coût (01.5Pt).
2. Pourquoi les courbes du coût moyen (CM) et du coût marginal (Cm) possèdent-elles une forme en U ? (02Pts).
3. Quelle est la signification **économique** des rendements d'échelle décroissants ? (01.5Pt).

Partie 2 : L'équilibre du producteur, le TMST et le multiplicateur de Lagrange λ . (07.50 points)

La technique de production d'un producteur supposé être rationnel est exprimée par la fonction de production suivante : $p = f(k, l) = \frac{2}{5} k l$. Où « k » et « l » représentent les quantités utilisées des facteurs de production capital (K) et travail (L) aux prix unitaires suivants : $P_k = 20^{DA}$ et $P_l = 10^{DA}$.

1. Déterminez le niveau du coût total supporté par le producteur suite à la production d'une quantité égale à **2000 unités** (03Pts).
2. Calculez la valeur du **TMST** $k \text{ à } l$ au point d'équilibre $E(k^*, l^*)$ (01Pt).
3. Quelle serait la variation nécessaire du facteur **capital**, si le producteur désire garder le même volume optimal de production (**2000 unités**), tout en **augmentant** la quantité utilisée du facteur **travail** de 30 % ? (02Pts).
4. Quel serait l'effet d'une **diminution** des **Ressources disponibles (RD)** du producteur de 10% sur la quantité produite à l'équilibre (**2000 unités**) ? (01.50Pts).

Partie 3 : Les coûts de production et le profit du producteur (07.5 points)

Partie 1 : Une entreprise a la fonction de coût total à court terme suivante : $CT(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 5$.

1. Donnez les expressions du **coût marginal** et du **coût variable moyen** à court terme (02Pt).
2. Calculez par **deux méthodes** le **minimum** du **coût variable moyen** (02Pts).

Partie 2 : La fonction de production d'une firme s'écrit :

$$\begin{cases} y = \sqrt{k}l - 1 & \text{si } kl \geq 1 \\ y = 0 & \text{si } kl < 1 \end{cases}$$
. Le facteur travail L est un facteur **variable**, tandis que le facteur capital K est un facteur **fixe** à court terme. Leurs prix sont égaux à 01^{DA} .

1. Déterminez les équations des fonctions de **coût moyen** et de **coût marginal** à **long terme** (02.50Pts).
2. Calculez la valeur de la production « y » pour que cette firme n'enregistre **ni perte ni gain** lorsque le prix de vente est égal à 04^{DA} (01Pt).

Travaillez-bien !
L'équipe pédagogique de Microéconomie 2.



Corrigé-type de l'Examen Final de Microéconomie 2

Recommandations :

1. Présentez une copie propre et bien rédigée.
2. Veillez au respect du bon déroulement des examens.
3. Utilisez vos propres outils (calculatrice, stylos, crayons,...).
4. L'utilisation du portable n'est pas autorisée.
5. Les réponses aux questions doivent être brèves, concises et argumentées.
6. Justifiez par calculs les résultats trouvés.

Partie 1 : Questions de réflexion (05 points)

1. Citez brièvement **les causes** d'un déplacement (à droite et à gauche) de la droite d'iso-coût **(01.5Pt)**.
2. Pourquoi les courbes du coût moyen (CM) et du coût marginal (Cm) possèdent-elles une forme en **U** ? **(02Pts)**.
3. Quelle est la signification **économique** des rendements d'échelle décroissants ? **(01.5Pt)**.

Partie 2 : L'équilibre du producteur, le TMST et le multiplicateur de Lagrange λ (07.50 points)

La technique de production d'un producteur supposé être rationnel est exprimée par la fonction de production suivante : $p = f(k, l) = \frac{2}{5} k l$. Où « k » et « l » représentent les quantités utilisées des facteurs de production capital (K) et travail (L) aux prix unitaires suivants : $P_k = 20^{DA}$ et $P_l = 10^{DA}$.

1. Le niveau du coût total supporté par le producteur suite à la production d'une quantité égale à **2000 unités (03Pts)** :

Le niveau du coût total correspond à la solution du problème d'optimisation suivant :

$$\begin{cases} \text{Min } CT = P_k k + P_l l \\ S/C \\ p_0 = f(k, l) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Min } CT = 20k + 10l \\ S/C \\ 2000 = \frac{2}{5} k l \end{cases} \quad (0.5pt)$$

Par application de la condition d'équilibre, on trouve les quantités optimales des facteurs de production K et L :

$$\begin{cases} \frac{P_k}{PPm_k} = \frac{P_l}{PPm_l} \\ S/C \\ p_0 = f(k, l) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{20}{\frac{2}{5}l} = \frac{10}{\frac{2}{5}k} \\ 2000 = \frac{2}{5} k l \end{cases} \quad (0.5pt) \Leftrightarrow \begin{cases} l = 2k \\ 2000 = \frac{2}{5} k (2k) \end{cases} \quad (0.5pt) \Leftrightarrow \begin{cases} l^* = 2(50) = 100 \\ k^* = \sqrt{\frac{5 \cdot 2000}{4}} = 50 \end{cases}$$

$$l^* = 100 \text{ Unités } (0.5pt)$$

$$k^* = 50 \text{ Unités } (0.5pt)$$

En remplaçant ces quantités dans l'expression du coût total, on détermine le niveau du coût total supporté par l'entreprise pour produire une quantité égale à 2000 unités :

$$\text{Min } CT = P_k k + P_l l = 20 * 50 + 10 * 100 = 1000 + 1000 = 2000DA \quad (0.5pt)$$

2. La valeur du **TMST** $k \text{ à } l$ au point d'équilibre **$E(k^*, l^*)$ (01Pt)** : à l'équilibre le **TMST** $k \text{ à } l$ est égal au rapport des prix des facteurs de production K et L : $TMST_{k \text{ à } l} = \frac{P_k}{P_l} = \frac{20}{10} = 2 \quad (01pt)$

3. La variation nécessaire du facteur **capital**, si le producteur désire garder le même volume optimal de production (**2000 unités**), tout en **augmentant** la quantité utilisée du facteur **travail** de **30 %** : **(02Pts)**.

On a: $TMST_{k \rightarrow l} = 2$, c'est-à-dire que le producteur remplace 2 unités de L par une unité de K. S'il augmente la quantité utilisée du facteur travail de 30% (**30 unités**) il lui faudra, pour produire le même volume (**2000 unités**), diminuer K de **15 unités** **(0.5pt)**.

	Δl	Δk	ΔP	
TMST_{k à l} = 2	- 2 unités	+1 unité	0	$\Rightarrow \Delta k = \frac{(+30) \cdot (+1)}{(-2)} = -15 \text{ Unités. (01pt)}$
	+30 unités	Δk	0	

$$\frac{\Delta l}{l} * 100\% = +30\% \Rightarrow \Delta l = +0,3 l = +0,3 (100) = +30 \text{ unités} \quad \textbf{(0.5pt)}$$

4. L'effet d'une **diminution** des **Ressources disponibles (RD)** du producteur de **10%** sur la quantité produite à l'équilibre (**2000 unités**) : **(01.50Pts)**.

$$\text{On a : } \frac{\Delta RD}{RD} * 100\% = -10\% \Rightarrow \Delta RD = -0,1 \Delta RD = -0,1 (2000) = -200 \text{ DA} \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$\text{De la méthode de Lagrange, on a : } \begin{cases} \lambda = \frac{20}{\frac{2}{5}l} = \frac{5 \cdot 20}{2 \cdot 100} = 0,5 \text{ unité/DA} \\ \lambda = \frac{10}{\frac{2}{5}k} = \frac{5 \cdot 10}{2 \cdot 50} = 0,5 \text{ unité/DA} \end{cases} \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$\text{On a : } \lambda = \frac{\Delta P}{\Delta Rd} \Rightarrow \Delta P = \lambda * \Delta Rd = 0,5 * (-200) = -100 \text{ unités} \quad \textbf{(0.5pt)}. \text{ La production diminue de 100 unités lorsque les ressources disponibles du producteur diminuent de 10\% (200DA).}$$

Partie 3 : Les coûts de production et le profit du producteur (07.5 points)

Partie 1 : Une entreprise a la fonction de coût total à court terme suivante : $CT(y) = y^3 - 8y^2 + 30y + 5$.

1. Les expressions du **coût marginal** et du **coût variable moyen** à court terme : **(02Pt)**.

a/ L'expression du **coût marginal** :

$$Cm(y) = \frac{dCT(y)}{dy} = 3y^2 - 16y + 30 \quad \textbf{(01pt)}$$

b/ L'expression du **coût variable moyen** :

$$CVM(y) = \frac{CV(y)}{y} = \frac{y^3 - 8y^2 + 30y}{y} = y^2 - 8y + 30 \quad \textbf{(01pt)}$$

2. Calcul, par **deux méthodes**, le **minimum** du **coût variable moyen** (le seuil de fermeture) : **(02Pts)**.

1^{ère} méthode :

$$\frac{dCVM(y)}{dy} = 0 \Leftrightarrow 2y - 8 = 0 \quad \textbf{(0.5pt)} \Leftrightarrow y = 04 \text{ unités} \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$\text{Min } CVM(y = 4) = (4)^2 - (8)(4) + 30 = 16 - 32 + 30 = 14 \text{ DA/unité} \quad \textbf{(0.25pt)}$$

2^{ème} méthode : On sait que lorsque le coût variable moyen est à son minimum, il est égal au coût marginal :

$$CVM(y) = Cm(y) \Leftrightarrow y^2 - 8y + 30 = 3y^2 - 16y + 30 \Leftrightarrow 2y(y - 4) = 0 \Leftrightarrow y = 04 \text{ unités} \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$\text{Min } CVM(y = 4) = (4)^2 - (8)(4) + 30 = 16 - 32 + 30 = 14 \text{ DA/unité} \quad \textbf{(0.25pt)}$$

Partie 2 : La fonction de production d'une firme s'écrit :

$$\begin{cases} y = \sqrt{k}l - 1 & \text{si } kl \geq 1 \\ y = 0 & \text{si } kl < 1 \end{cases}$$
 Le facteur travail L est un facteur **variable**, tandis que le facteur capital K est un facteur **fixe** à court terme. Leurs prix sont égaux à 01^{DA} .

1. Les fonctions de **coût moyen** et de **coût marginal** à **long terme** : (02.50Pts).

Pour déterminer les fonctions de coût moyen et de coût marginal, il faut tout d'abord déterminer la fonction de coût total. Il faut donc commencer par calculer les quantités optimales de facteurs résolvant le programme :

$$\begin{cases} \text{Min } CT = P_k k + P_l l \\ S/C \\ y = f(k, l) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{Min } CT = k + l \\ S/C \\ y = \sqrt{k}l - 1 \end{cases} . \text{ On laisse pour le moment de côté la condition (la contrainte)}$$

$kl \geq 1$. Nous vérifierons si les solutions du programme ci-dessus la vérifient.

En utilisant le Lagrangien, nous obtenons à l'équilibre :

$$\begin{cases} \frac{1}{2}k^{-\frac{1}{2}}l^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}k^{\frac{1}{2}}l^{-\frac{1}{2}} \\ \frac{S}{C} \\ y = \sqrt{k}l - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{k^{\frac{1}{2}}}{l^{\frac{1}{2}}} = \frac{l^{\frac{1}{2}}}{k^{\frac{1}{2}}} \\ y = \sqrt{k}l - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k^* = l^* \\ y = \sqrt{k}l - 1 \end{cases} .$$

On remplace k^* et l^* dans la contrainte technologique, on obtient :

$$\begin{cases} y = l^* - 1 \Leftrightarrow l^* = y + 1 & \text{(0.5pt)} \\ y = k^* - 1 \Leftrightarrow k^* = y + 1 & \text{(0.5pt)} \end{cases} . \text{ Il est facile de vérifier que la condition } kl \geq 1 \text{ est vérifiée.}$$

La fonction du coût total à long terme est obtenue en remplaçant les quantités optimales des facteurs K et L dans l'expression du coût total, on obtient donc :

$$CT^{LT}(y) = P_k k^* + P_l l^* = 1 * (y + 1) + 1 * (y + 1) = 2y + 2 \quad \text{(0.5pt)}$$

$$Cm^{LT}(y) = \frac{dCT^{LT}(y)}{dy} = 2 \quad \text{(0.5pt)}$$

$$CM^{LT}(y) = \frac{CT^{LT}(y)}{y} = \frac{2y+2}{y} = 2 + \frac{2}{y} \quad \text{(0.5pt)}$$

2. La valeur de la production « y » pour que la firme n'enregistre **ni perte ni gain** lorsque le prix de vente $p = 04^{DA}$: (01Pt).

L'entreprise n'enregistre ni gain ni perte, veut dire que son profit est nul ($\pi = 0$) :

$$\pi = 0 \Leftrightarrow Py - CT^{LT}(y) = 0 \quad \text{(0.5pt)} \Leftrightarrow 4y - 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow 2y - 2 = 0 \Leftrightarrow y = 01 \text{ unité} \quad \text{(0.5pt)}$$