

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
Université Abderrahmane MIRA de Bejaia  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Civil

---

Polycopié de

**STRUCTURES EN BETON  
ARME I**

---

Rappels de cours et exercices corrigés

Réalisé par

**Dr Meriem MEZIANI**

# Préambule

En dépit de l'épanouissement des études des structures en bétons armés en matière de développement théoriques et expérimentaux, une grande partie de nos étudiants (es) rencontrent des contraintes d'analyse des phénomènes rencontrés en pratique d'autant plus que le calcul des ouvrages en béton armé n'est pas une opération automatique et qui nécessite un sens de jugement et d'analyse. Sur ce, le présent document s'adresse aux étudiants et étudiantes du génie civil en master 1 option structure en leur offrant la matière enseignée dans les cours traitant les structures en béton armé 1, présentés ici sous une forme simple, très élaborées et aisément assimilable.

Basé sur les documents technique réglementaires (B.A.E.L. 91, C.B.A. 93, R.P.A. 99/2003, ...etc), ce document a pour objectif la conception et le calcul des éléments de structures les plus importants dans les bâtiments. Il élabore pour chaque point abordé un rappel théorique assez complet, suivi de l'exposé détaillé des étapes à suivre lors du dimensionnement ou de la vérification, le tout assorti d'exercices entièrement développés.

Ce document est divisé en cinq chapitres et chaque chapitre est organisé en deux parties : Un rappel de cours présentant les méthodes de calcul et les formules réglementaires et des exercices totalement élaborés traitant tous les cas visualisés dans le rappel de cours.

Le premier chapitre se propose de traiter le dimensionnement et le comportement des portiques auto-stables sous les actions gravitaires selon la méthode de Caquot. Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des portiques auto-stables sous les actions horizontales suivant la méthode de MUTO. Le troisième chapitre est dédié au calcul des armatures dans les poteaux et les poutres sous diverses sollicitations et combinaisons d'actions. Le quatrième chapitre, quant à lui, se propose de faire une étude élaborée d'un plancher-dalle et d'un plancher champignon. Enfin, le cinquième chapitre aborde le dimensionnement et le ferrailage des semelles de fondations superficielles.

## Table de matières

<i>Préambule</i>	_____	
<b>Chapitre 1. Calcul des planchers dalles et planchers champignons</b>	_____	<b>1</b>
<i>Rappels de cours</i>	_____	<b>1</b>
<b>1. Introduction</b>	_____	<b>1</b>
<b>2. Méthode de calcul des sollicitations</b>	_____	<b>1</b>
2.1. Calcul des sollicitations	_____	<b>1</b>
2.2. Division des panneaux en bandes	_____	<b>3</b>
2.3. Répartition des moments entre les différentes demi-bandes de dalle	_____	<b>4</b>
<b>3. Ferrailage</b>	_____	<b>5</b>
3.1. Armatures de flexion	_____	<b>5</b>
3.2. Pourcentage minimum d'armatures	_____	<b>5</b>
3.3. Disposition des armatures	_____	<b>6</b>
<b>4. Vérification de l'effort tranchant</b>	_____	<b>6</b>
<i>Exercice corrigé</i>	_____	<b>7</b>
<b>Chapitre 2. Calcul des portiques en béton armé sous les charges verticales</b>	_____	<b>16</b>
<i>Rappels de cours</i>	_____	<b>16</b>
<b>1. Introduction</b>	_____	<b>16</b>
<b>2. Dimensionnement des éléments du portique</b>	_____	<b>16</b>
2.1. Les poutres	_____	<b>16</b>
2.2. Les poteaux	_____	<b>16</b>
<b>3. Charges sur les portiques</b>	_____	<b>17</b>
<b>4. Sollicitations dans les portiques</b>	_____	<b>18</b>
4.1. Moments aux nœuds	_____	<b>18</b>
4.2. Moments en travées des poutres :	_____	<b>21</b>
4.3. Efforts tranchants dans les poutres et efforts normaux dans les poteaux	_____	<b>21</b>
<i>Exercices corrigés</i>	_____	<b>21</b>
Exercice 1. Dimensionnement des éléments des portiques	_____	<b>21</b>
Exercice 2. Charges sur les portiques	_____	<b>31</b>
Exercice 3. Sollicitations dans les portiques	_____	<b>34</b>

<b>Chapitre 3. Calcul des portiques sous les charges horizontales</b>	<b>43</b>
<b>Rappels de cours</b>	<b>43</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>43</b>
<b>2. Rigidité relative d'un poteau</b>	<b>43</b>
2.1. Calcul des raideurs des poteaux et des poutres	43
2.2. Calcul des coefficients $K$ relatifs aux portiques transversaux et longitudinaux	44
2.3. Calcul du coefficient correcteur « a »	44
<b>3. Rigidité relative d'un portique et rigidité relative du niveau</b>	<b>45</b>
<b>4. Centre de torsion (C) et rigidité à la torsion à un étage (j)</b>	<b>45</b>
<b>5. Effort repris par chaque portique et par chaque poteau</b>	<b>45</b>
<b>6. Effort tranchant sismique <math>V_j</math> à chaque niveau du bâtiment</b>	<b>45</b>
<b>7. Moments de flexion dans les poteaux et les poutres</b>	<b>46</b>
<b>Exercices corrigés</b>	<b>47</b>
Exercice 1. Rigidité relatives et centre de rigidité	47
Exercice 2. Distribution horizontale et verticale de l'effort sismique	50
Exercice 3. Sollicitations dans les éléments du portique	52
<b>Chapitre 4. Dispositions règlementaires relatives aux poteaux et poutres</b>	<b>56</b>
<b>Rappels de cours</b>	<b>56</b>
<b>1. Introduction</b>	<b>56</b>
<b>2. Ferrailage des poteaux</b>	<b>56</b>
2.1. Armatures longitudinales	56
2.2. Armatures transversales	56
<b>3. Vérifications des poteaux</b>	<b>57</b>
<b>4. Ferrailage des poutres</b>	<b>57</b>
4.1. Armatures longitudinales	57
4.2. Armatures transversales	58
<b>Exercices corrigés</b>	<b>58</b>
Exercice 1. Combinaisons des actions (BAEL 91/99 et RPA 99/2003)	58
Exercice 2. Dispositions règlementaires relatives aux poteaux	59
Exercice 3. Vérification du ferrailage du poteau	64
Exercice 4. Vérification du cisaillement du poteau	66

Exercice 5. Dispositions réglementaires relatives aux poutres _____	67
<i>Chapitre 5. Les fondations superficielles</i> _____	70
<i>Rappels de cours</i> _____	70
1. <i>Introduction</i> _____	70
2. <i>Semelle rectangulaire isolée sous poteau</i> _____	70
4. <i>Semelle continue sous poteaux</i> _____	72
5. <i>Semelle circulaire sous poteau circulaire</i> _____	73
<i>Exercices corrigés</i> _____	74
Exercice 1. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle isolée sous un poteau rectangulaire _____	74
Exercice 2. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle continue sous un mur _____	76
Exercice 3. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle continue sous poteaux _____	79
Exercice 4. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle circulaire sous un poteau circulaire _____	81
<i>Références bibliographiques</i> _____	84
<i>Annexe</i> _____	86

## Liste des figures

<b>Figure 1.</b> Division des panneaux de dalle en bandes _____	4
<b>Figure 2.</b> Distribution du moment dans les demi-bandes _____	5
<b>Figure 3.</b> Disposition des armatures inférieures _____	6
<b>Figure 4.</b> Structure en plancher-dalle _____	7
<b>Figure 5.</b> Répartition des moments dans les portiques intermédiaires _____	11
<b>Figure 6.</b> Présentation des sections d'armatures sur les demi-bandes de dalle _____	13
<b>Figure 7.</b> Schéma de ferrailage du plancher-dalle _____	15
<b>Figure 8.</b> Chargement triangulaire sur une poutre isostatique _____	18
<b>Figure 9.</b> Schéma statique type d'une poutre continue _____	19
<b>Figure 10.</b> Plan d'étage d'un bâtiment en R+7 à usage d'habitation _____	22
<b>Figure 11.</b> Surface afférente du poteau E3 _____	24
<b>Figure 12.</b> Représentation schématique de la dégression de la charge d'exploitation _____	25
<b>Figure 13.</b> Surface afférente du poteau H4 _____	28
<b>Figure 14.</b> Charge transmise du plancher au portique principal ' E ' _____	31
<b>Figure 15.</b> Charge totale reprise par le portique E pour le calcul du moment _____	33
<b>Figure 16.</b> Charge totale reprise par le portique E pour le calcul de l'effort tranchant _____	33
<b>Figure 17.</b> Vue en élévation d'un portique en R+2 _____	34
<b>Figure 18.</b> Equilibre et diagramme des moments au nœud 1 _____	35
<b>Figure 19.</b> Equilibre et diagramme des moments au nœud 2 _____	36
<b>Figure 20.</b> Equilibre et diagramme des moments au nœud 3 _____	37
<b>Figure 21.</b> Equilibre et diagramme des moments au nœud 4 _____	38
<b>Figure 22.</b> Equilibre et diagramme des moments au nœud 5 _____	39
<b>Figure 23.</b> Diagramme des moments dans les poteaux du RDC _____	40
<b>Figure 24.</b> Schéma statique et diagramme des moments dans une poutre uniformément chargée _____	40
<b>Figure 25.</b> Diagramme des moments dans la poutre continue _____	41
<b>Figure 26.</b> Schéma statique et diagramme des efforts tranchant type _____	42
<b>Figure 27.</b> Diagramme des efforts tranchants dans la poutre _____	42
<b>Figure 28.</b> Plan architectural d'une maison en portiques autostables _____	47
<b>Figure 29.</b> Schéma de repérage du poteau C-2 _____	48
<b>Figure 30.</b> Distribution des masses et hauteur de chaque niveau _____	51
<b>Figure 31.</b> Coordonnées du portique ' 3 ' par rapport au centre de torsion _____	52
<b>Figure 32.</b> Représentation d'un diagramme type des moments dans un poteau _____	54
<b>Figure 33.</b> Repérage des éléments du portique C _____	55
<b>Figure 34.</b> Schéma de ferrailage du poteau 50*60 cm <sup>2</sup> _____	64
<b>Figure 35.</b> Schéma de ferrailage du poteau 55*60 cm <sup>2</sup> _____	66
<b>Figure 36.</b> Schéma de ferrailage de la poutre 30*35 cm <sup>2</sup> _____	69
<b>Figure 37.</b> Semelle rectangulaire isolée sous poteau _____	70
<b>Figure 38.</b> Semelle continue sous mur _____	71
<b>Figure 39.</b> Semelle continue sous poteaux _____	72
<b>Figure 40.</b> Semelle circulaire sous poteau circulaire : Ferrailage type en quadrillage et en cerces. _____	74
<b>Figure 41.</b> Schéma de ferrailage de la semelle isolée sous poteau _____	76
<b>Figure 42.</b> Ferrailage de la semelle continue sous un mur en voile _____	78
<b>Figure 43.</b> Semelle continue sous quatre poteaux _____	79
<b>Figure 44.</b> Schéma de ferraille d'une semelle continue sous poteaux _____	81
<b>Figure 45.</b> Schéma de ferrailage en quadrillage de la semelle circulaire _____	82
<b>Figure 46.</b> Schéma de ferrailage en cerces de la semelle circulaire _____	83

## *Liste des tableaux*

<i>Tableau 1. Récapitulation des résultats de la descente de charge sur le poteau E3</i>	26
<i>Tableau 2. Récapitulation des résultats de la descente de charges sur le poteau H4</i>	28
<i>Tableau 3. Rigidité relative du portique C</i>	49
<i>Tableau 4. Rigidité relative du portique 2</i>	49
<i>Tableau 5. Effort tranchant dans les portiques parallèles au sens x</i>	53
<i>Tableau 6. Effort tranchant dans les portiques parallèles au sens y</i>	53
<i>Tableau 7. Longueurs de scellement : valeurs de <math>ls/\varnothing</math></i>	71

# Chapitre 1. Calcul des planchers dalles et planchers champignons

## Rappels de cours

### 1. Introduction

Lorsque les planchers sont constitués par des dalles continues sans nervures, ni poutres sauf éventuellement sur leurs rives, le long desquelles des appuis continus peuvent exister et que ces dalles sont directement supportées par des poteaux (appuis ponctuels), on a affaire à des planchers-dalles ou à des planchers-champignons. Les planchers-champignons correspondent au cas où les poteaux sont munis en tête de chapiteaux en forme de troncs de pyramides ou de tronc de cône. Ces types de planchers portent toujours dans deux directions (armés dans les deux sens).

### 2. Méthode de calcul des sollicitations

La méthode générale de calcul des sollicitations est la méthode de la RDM, toutefois on utilise une méthode approchée si les conditions de son application sont réunies.

Cette méthode est applicable si :  $\frac{l_y}{2} \leq l_x \leq 2 l_y$  ;  $a \leq \frac{l_x}{5}$  et  $b \leq \frac{l_y}{5}$

Cette méthode est applicable en considérant séparément les portiques du 'sens x' des portiques du 'sens y' si :

$$\frac{2}{3} \leq \left\{ \frac{l_x}{l_y} \text{ et } \frac{a}{b} \right\} \leq \frac{3}{2} \quad ; \quad \frac{1}{3} \leq \left\{ \frac{l_i}{l_{i+1}} \text{ et } \frac{l_i}{l_{i-1}} \right\} \leq 1,3 \text{ avec } l_i = l_{x_i} \text{ ou } l_{y_i}$$

a,b : dimensions transversales des poteaux.

$l_x, l_y$  : dimensions entre-axes d'un panneau de dalle dans le sens x et y, respectivement.

#### 2.1. Calcul des sollicitations

Vérifier que :  $\lambda_h = \frac{h_2}{h_s} \leq 0,3$  ;  $\lambda_l = \frac{l_t - c'}{l_t} \geq 0,6$

$l_t = l_x$  (ou  $l_y$ ) ;  $c' = a$  (ou  $b$ )

$h_2$ : dimension du chapiteau ;  $h_s$ : hauteur du poteau

#### ☆ Moment autour d'un nœud

- Longueurs fictives (Position des moments nuls)

$h'_n = 0,8 \cdot h_n$  (Nœud courant) ;  $h'_n = 0,9 \cdot h_n$  (Nœud de l'avant dernier plancher)



$h'_s = 0,8 \cdot h_s$  (Nœud courant) ;  $h'_s = h_s$  (Poteau articulé sur la fondation)

$l'_{w(e)} = l_{w(e)}$  (Console)

$l'_{w(e)} = 0,8 \cdot l_{w(e)}$  (Travée courante)

$l'_{w(e)} = x_{w(e)} \cdot l_{w(e)}$  (Travée de rive pour le nœud voisin du nœud de rive)

Pour un nœud 'i' :  $x_w = 0,8$  si  $K_{n_{i-1}} + K_{s_{i-1}} \geq 1,5 \cdot K_{e_{i-1}}$  ;  $x_w = 1 - \frac{K_{n_{i-1}} + K_{s_{i-1}}}{7,5 \cdot K_{e_{i-1}}}$  dans le cas contraire

$x_e = 0,8$  si  $K_{n_{i+1}} + K_{s_{i+1}} \geq 1,5 \cdot K_{w_{i+1}}$  ;  $x_w = 1 - \frac{K_{n_{i+1}} + K_{s_{i+1}}}{7,5 \cdot K_{w_{i+1}}}$  dans le cas contraire

**Notation** : e : Est. w : West. n : Nord. s : Sud

- **Facteur de rigidité**

$K_s = \frac{2}{3} \frac{I_s}{h'_s} (1 + \lambda_h)$  ;  $I_{s,n} = \frac{a \cdot b^3}{12}$  : Moment d'inertie des poteaux inférieurs (sud) et supérieurs (nord).

$K_n = \frac{2}{3} \frac{I_n}{h'_n} \left(1 + \frac{\lambda_h}{2}\right)$

$K_e = \frac{I}{\lambda_{le} \cdot l'_e}$  ;  $K_w = \frac{I}{\lambda_{lw} \cdot l'_w}$  avec  $I = \frac{(l_i + l_{i+1}) \cdot h^3}{2 \cdot 12}$  : inertie de la bande de dalle (h : épaisseur de la dalle).

- **Moments isostatiques**

**Console** :  $M'_{w(e)} = -\frac{P \cdot l_{w(e)}^2}{2} - l'_{w(e)} \cdot \sum k_{w(e)} \cdot P_{w(e)}$

**Travée** :  $M'_{w(e)} = \left[ -\frac{P \cdot l_{w(e)}^2}{8,5} - l'_{w(e)} \cdot \sum k_{w(e)} \cdot P_{w(e)} \right] \left( 1,5 - \frac{\lambda_{lw(e)}^2}{2} \right)$

$k = \frac{1}{2,125} \frac{a}{l'_{w(e)}} \left( 1 - \frac{a}{l'_{w(e)}} \right) \left( 2 - \frac{a}{l'_{w(e)}} \right)$

a : distance du point d'application de la charge concentrée ( $P_{w(e)}$ ) par rapport au nœud considéré.

**Cas d'un nœud (2) voisin d'un nœud de rive (1) prolongé d'une console :**

Si la console est à l'**ouest** du nœud considéré :  $M''_{w2} = \left[ M'_{w2} - \frac{1}{2,125} \frac{K_{e1}}{D_1} \cdot M'_{w1} \right] \left( 1,5 - \frac{\lambda_{lw}^2}{2} \right)$

Si la console est à l'**est** du nœud considéré, il faut juste remplacer 'w' par 'e' dans l'expression précédente.

- **Moments d'encastrement**

$M_w = M'_w \left( 1 - \frac{K_w}{D} \right) + M'_e \frac{K_w}{D}$  ;  $M_e = M'_e \left( 1 - \frac{K_e}{D} \right) + M'_w \frac{K_e}{D}$

$$M_n = -\frac{K_n}{D} (M'_e - M'_w) \quad ; \quad M_s = \frac{K_s}{D} (M'_e - M'_w)$$

$D = K_w + K_e + K_s + K_n$  : somme des facteurs de rigidité autour d'un nœud.

**Remarque** : Remplacer ( $M'_w$  par  $M''_w$ ) et ( $M'_e$  par  $M''_e$ ) dans le calcul de  $M_w$  et  $M_e$ , respectivement, dans le cas d'un nœud voisin d'un nœud de rive prolongé d'une console.

**Moment en travée**

Expression du moment :  $M(x) = \mu(x) + M_w \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) + M_e \cdot \frac{x}{l_i}$

$\mu(x)$  : Moment de la travée isostatique de la même longueur et même chargement que la travée considérée.

$$M_{tx}^{max} = M_{0x} + \frac{M_{axw} + M_{axe}}{2} \quad ; \quad M_{tx}^{max} = M_{0y} + \frac{M_{ayw} + M_{aye}}{2}$$

$$M_{0x} = \frac{P \cdot L_y \cdot L_x^2}{8} \quad \text{et} \quad M_{0y} = \frac{P \cdot L_x \cdot L_y^2}{8} \quad : \text{Moments isostatiques maximaux}$$

$M_{aw}, M_{ae}$  : Moment en appui West et Est, respectivement.

**Effort tranchant sur appuis**

$$V_{wi} = V_{0w} + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_{wi}} \quad \text{et} \quad V_{ei} = V_{0e} + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_i}$$

$V_{0w}, V_{0e}$  : Efforts tranchants sur un appui 'i' des travées isostatiques pris avec leurs signes.

$M_{i-1}, M_i, M_{i+1}$  : Moments en appuis pris avec leurs signes.

**2.2. Division des panneaux en bandes**

Pour l'étude de la flexion dans le sens des portées  $l_x$ , chaque panneau est décomposé en une bande centrale et deux demi-bandes sur appuis, comme indiqué par la **Figure 1**.

La largeur  $l'_y$  de la demi-bande sur appuis est égale à :

- Pour l'évaluation de la résistance de la dalle aux moments sur appuis ( $l'_{ya}$ ) :

$$l'_{ya} = \max\left(\frac{b'}{2} + h ; 1,5 \left(\frac{b}{2} + h\right)\right)$$

- Pour l'évaluation de la résistance de la dalle aux moments en travée ( $l'_{yt}$ ):

$$l'_{yt} = \max\left(\frac{b'}{2} + h ; 1,5 \left(\frac{b}{2} + h\right) + \frac{L_x}{10}\right)$$

Avec :  $l'_{yt}$  et  $l'_{ya} \leq \frac{L_y}{4}$  si  $l_x < 2 \cdot l_y$

$l'_{yt}$  et  $l'_{ya} \leq 0,3 l_y$  si  $l_x > 2 \cdot l_y$

$a', b'$  : dimension transversales des chapiteaux.

$h$  : épaisseur de la dalle.

La largeur de la bande centrale correspondante est égale à  $l_y - 2l'_{y(a \text{ ou } t)}$ .

**Remarque :** Dans le sens de la portée  $l_y$ , les largeurs  $l'_{xa}$  et  $l'_{xt}$  sont définies de la même manière en substituant  $x$  à  $y$  et  $a$  à  $b$  dans les expressions précédentes.

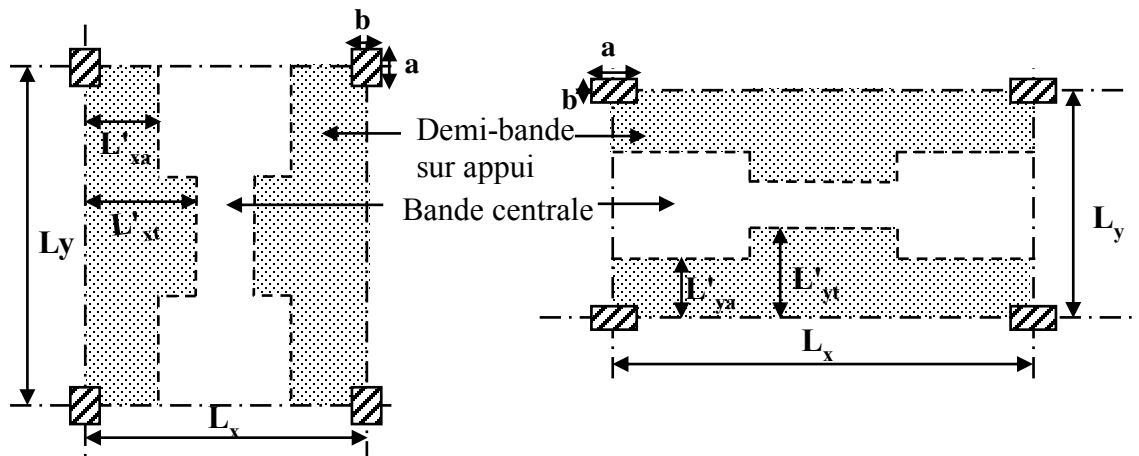


Figure 1. Division des panneaux de dalle en bandes (Perchat et Roux, 1997)

### 2.3. Répartition des moments entre les différentes demi-bandes de dalle

On designe par :

$M_u$  : moment ultime positif en travée d'un portique intermédiaire.

$M_{1u}$  : moment ultime positif en travée d'un portique de rive

$M'_u$  : moment ultime négatif en appui d'un portique intermédiaire.

$M'_{1u}$  : moment ultime négatif en appui d'un portique de rive.

Les indices "u" sont remplacés par "ser" à l'ELS.

**Remarque :**

L'indication « rive non supportée » se rapporte au cas où la dalle n'est ni surépaissie ni portée par un mur le long de la rive considérée.

L'indication « rive supportée » correspond au cas où le long de la rive considérée existe soit une poutre ayant une hauteur totale de section au moins égale à **trois fois l'épaisseur  $h$  de la dalle**, soit un mur capable de supporter celle-ci.

Le principe de distribution des moments dans les différentes demi-bandes est donné sur la **Figure 2**.

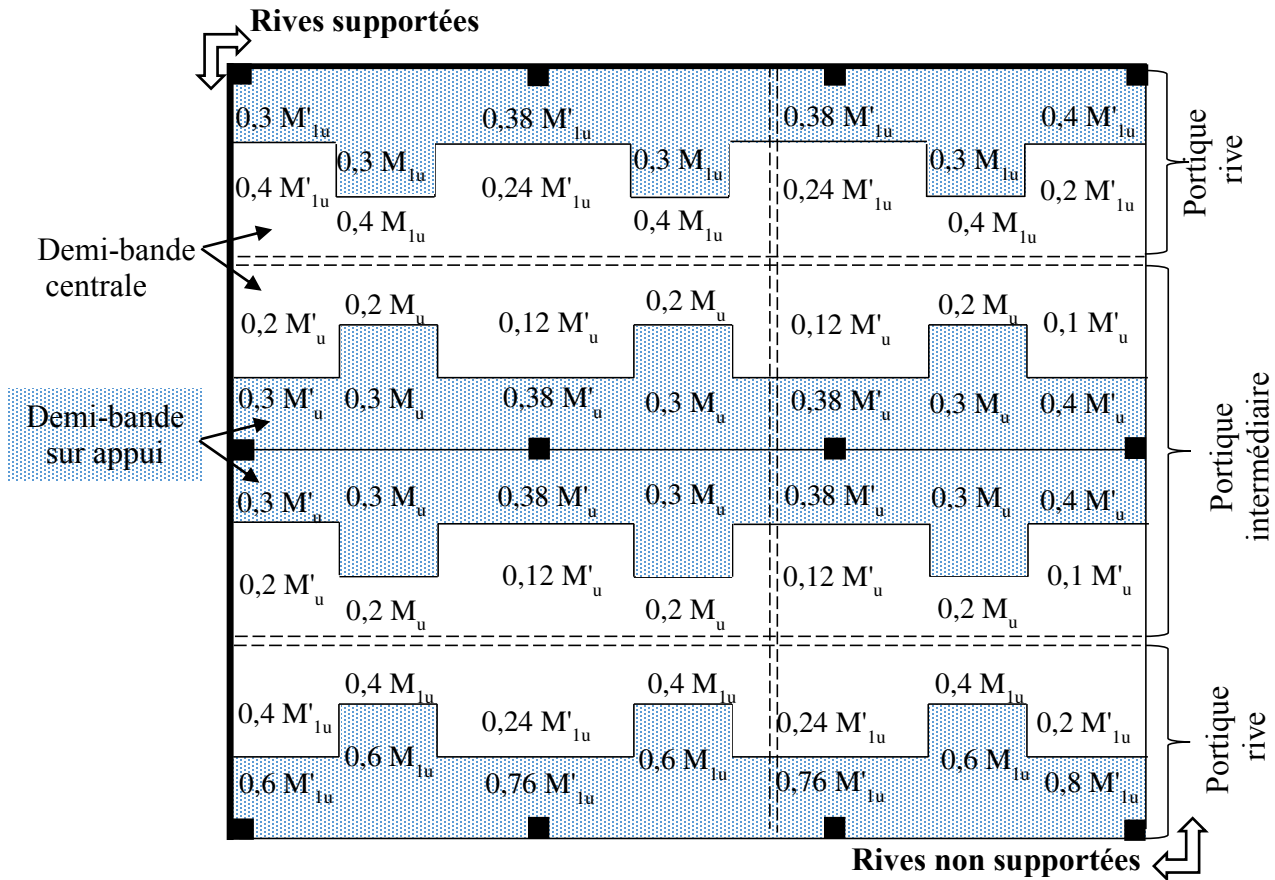


Figure 2. Distribution du moment dans les demi-bandes (Perchat et Roux, 1997)

### 3. Ferrailage

#### 3.1. Armatures de flexion

Ces armatures sont calculées pour reprendre un moment fléchissant par mètre linéaire de largeur d'une demi-bande de dalle. Le calcul se fait à la flexion simple sous le moment ( $M_u$ ).

$$\text{Moment sur la demi-bande sur appui : } M_u = \frac{M'_{ua}}{l'_a}$$

$$\text{Moment sur la demi-bande centrale : } M_u = \frac{M'_{uc}}{\frac{l}{2} - l'_a}$$

#### 3.2. Pourcentage minimum d'armatures

$$\text{Demi-bande sur appui : } \frac{A_x}{l'_x \cdot h} \geq \frac{400}{1000 \cdot f_e} \quad ; \quad \frac{A_y}{l'_y \cdot h} \geq \frac{400}{1000 \cdot f_e}$$

Demi-bande centrale :

$$A_{\max} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} A_x = \text{Armature suivant } (l_x - 2l'_{xt}) \\ A_y = \text{Armature suivant } (l_y - 2l'_{yt}) \end{array} \right\} \quad ; \quad A_{\min} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} A_x \\ A_y \end{array} \right\}$$

$$\frac{A_{min}}{A_{max}} \geq \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \text{ pour les charges concentrées} \\ \frac{1}{4} \text{ pour les charges réparties} \end{array} \right\}$$

Conditions relatives aux armatures supérieures :  $A \geq \frac{1,2 \cdot V_{0u}^{II}}{f_{st}}$  ;  $f_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s}$

$V_{0u}^{II}$  : Effort tranchant réel transmis au poteau ou au chapiteau.

### 3.3. Disposition des armatures

- La répartition des armatures doit être uniforme dans chaque bande.
- Il est possible d'arrêter les armatures du quadrillage inférieur avant les axes des appuis à raison d'une barre sur deux.
- Les aciers supérieurs formant chapeaux sur les "bandes sur appuis" doivent se croiser avec une longueur au moins égale à la longueur de recouvrement.
- La position relative des armatures est à inverser par rapport aux dalles solidaires d'un réseau de poutres et poutrelles (voir **Figure 3** Erreur ! Source du renvoi introuvable.).

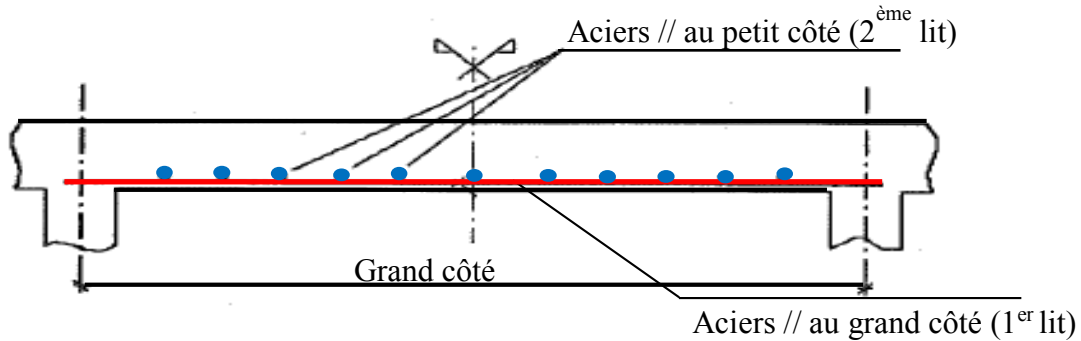


Figure 3. Disposition des armatures inférieures (Perchat et Roux, 1997)

### 4. Vérification de l'effort tranchant

Les armatures de l'âme ne sont pas nécessaires si  $V_{0yu}^{II} \leq V_{yu}^{II*}$ . Dans le cas contraire, il faut augmenter soit h, soit a', soit b', soit  $f_{c28}$  ou prévoir des armatures transversales.

$$V_{yu}^{II*} = \frac{0,05}{\gamma_b} f_{c28} (a' + h) \frac{2 \cdot d \cdot l_x}{l_x + a'} \quad ; \quad V_{xu}^{II*} = \frac{0,05}{\gamma_b} f_{c28} (b' + h) \frac{2 \cdot d \cdot l_y}{l_y + b'}$$

$$V_{0yu}^{II} = V_{yu}^{II} \cdot \frac{l_x + a'}{2l_x} \quad ; \quad V_{0xu}^{II} = V_{xu}^{II} \cdot \frac{l_y + b'}{2l_y}$$

$$V_{yu}^{II} = V_{yu} - p_u \cdot \frac{b}{2} \quad ; \quad V_{xu}^{II} = V_{xu} - p_u \cdot \frac{a}{2}$$

Avec :  $V_u^{II}$  : Effort tranchant au nu du poteau ou du chapiteau.

$V_{0u}^{II}$  : Effort tranchant réel transmis au poteau ou au chapiteau.

$V_u$  : Effort tranchant sur appuis défini en section 2.2.3.

$p_u$  : Chargement ultime.

$V_{yu}^{II*}$  : Effort tranchant limite au nu du poteau ou du chapiteau.

$$l_{y(x)} = \frac{l_{yw(x)} + l_{ye(x)}}{2}$$

## Exercice corrigé

### Etude d'un plancher-dalle

Soit la structure en plancher-dalle donnée sur la figure suivante.

On considère le plancher du 2<sup>ème</sup> étage d'épaisseur  $h=30$  cm (Niveau 9,50 m) s'appuyant sur des poteaux carrée de  $50 \times 50$  cm<sup>2</sup>.

La charge permanente sur le balcon (console) est de  $6,75$  kN/m<sup>2</sup> et sur le plancher est de  $7,5$  kN/m<sup>2</sup>.

La charge d'exploitation sur le balcon est de  $3,5$  kN/m<sup>2</sup> et sur le plancher est de  $2,5$  kN/m<sup>2</sup>.

$f_{c28} = 25$  MPa, FeE400, enrobage de 5 cm.

- Calculer les sollicitations ultimes ( $M_u$  et  $V_u$ ) dans les portiques intermédiaires du sens x.
- Répartir les moments de flexion sur les portiques intermédiaires du sens x.
- Calculer les armatures de flexion dans les demi-bandes sur appuis.
- Calculer les armatures de flexion dans les demi-bandes centrales si l'étude en flexion du portique sens y au droit de la demi-bande centrale en travée a donné une section d'armature  $A_x = 8,5$  cm<sup>2</sup>/ml.
- Vérifier les portiques intermédiaires du sens x vis-à-vis de l'effort tranchant.
- Vérifier les conditions relatives aux armatures supérieures.
- Etablir un schéma de ferrailage.

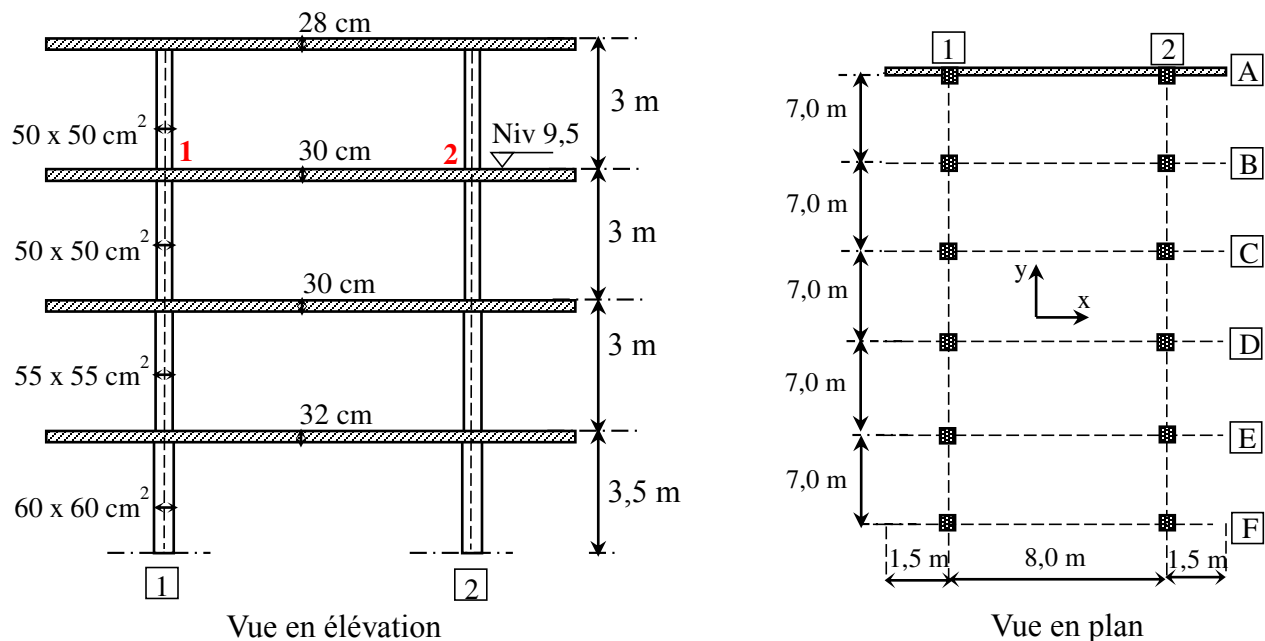


Figure 4. Structure en plancher-dalle

**Solution**

**1. Calcul des sollicitations ultimes**

*Application de la méthode approchée*

Les portiques du sens x sont les portiques A à F

$l_x = 8,00 \text{ m}$  ;  $l_y = 7,00 \text{ m}$  (distance entre axes des poteaux)

$a = b = 50 \text{ cm}$

$$\frac{l_y}{2} = \frac{7}{2} = 3,5 \text{ m} \leq l_x = 8 \text{ m} \leq 2 \times 7 = 14 \text{ m}$$

$$a = 50 \text{ cm} \leq \frac{l_x}{5} = \frac{800}{5} = 160 \text{ cm} ; b = 50 \text{ cm} \leq \frac{l_y}{5} = \frac{700}{5} = 140 \text{ cm}$$

⇒ La méthode approchée est applicable.

$$\frac{2}{3} \leq \frac{l_x}{l_y} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0,67 \leq \frac{800}{700} = 1,14 \leq 1,5$$

$$\frac{2}{3} \leq \frac{a}{b} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow 0,67 \leq \frac{50}{50} = 1,00 \leq 1,5$$

$$\frac{1}{3} = 0,77 \leq \frac{l_i}{l_{i+1}} = \frac{l_i}{l_{i-1}} = \frac{700}{700} = 1 \leq 1,3$$

Cette méthode est applicable en considérant séparément les portiques du 'sens x' des portiques du 'sens y'.

**Calcul du chargement**

Le calcul se fait par mètre linéaire de longueur de la travée

- Sur le balcon :  $q_{bx} = q_{ub} \cdot l_y = (1,35 \times 6,75 + 1,5 \times 3,5) \cdot 7 = 100,54 \text{ kN/m}$
- Sur le plancher :  $q_{px} = q_{up} \cdot l_y = (1,35 \times 7,5 + 1,5 \times 2,5) \cdot 7 = 97,13 \text{ kN/m}$

**Calcul des longueurs fictives (positions des moments nuls)**

On traite le nœud 1 et par symétrie on en déduit le nœud 2 (voir **Figure 4** en élévation).

$$h'_n = 0,9 \cdot h_n = 0,9 \times 3 = 2,7 \text{ m (Nœud de l'avant dernier plancher)}$$

$$h'_s = 0,8 \cdot h_s = 0,8 \times 3 = 2,4 \text{ m (Nœud courant)}$$

$$l'_{w1} = l_{w1} = 1,5 \text{ m (Console)}$$

$$l'_{e1} = 0,8 \cdot l_{e1} = 0,8 \times 8 = 6,4 \text{ m (Travée courante)}$$

**Calcul des facteurs de rigidité**

Vérifier que :  $\lambda_h = \frac{h_2}{h_s} = \frac{0}{3} = 0 \leq 0,3$  (pas de chapiteau dans le plancher-dalle)

$$\lambda_l = \frac{l_t - c'}{l_t} = \frac{800 - 50}{800} = 0,94 \geq 0,6$$

$$I_{s1} = I_{n1} = \frac{50^4}{12} = 5,208 \cdot 10^5 \text{ cm}^4$$

$$I = \frac{(700+700) \cdot 30^3}{2 \cdot 12} = 15,75 \cdot 10^5 \text{ cm}^4$$

$$K_{s1} = \frac{2}{3} \frac{I_{s1}}{h'_{s1}} (1 + \lambda_h) = \frac{2}{3} \frac{5,208 \cdot 10^5}{240} \cdot 1 = 1,447 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

$$K_{n1} = \frac{2}{3} \frac{I_{n1}}{h'_{n1}} \left(1 + \frac{\lambda_h}{2}\right) = \frac{2}{3} \frac{5,208 \cdot 10^5}{270} \cdot 1 = 1,286 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

$$K_{e1} = \frac{I}{\lambda_{le1} \cdot l'_{e1}} = \frac{15,75 \cdot 10^5}{0,94 \cdot 640} = 2,618 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

$$K_{w1} = 0 \text{ cm}^3 \text{ (console)}$$

$$D_1 = K_{s1} + K_{n1} + K_{e1} + K_{w1} = 5,351 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

**Calcul des moments isostatiques**

**Console :**  $M'_{w1} = -\frac{q_{by} \cdot l_{w1}^2}{2} = -\frac{100,54 \cdot 1,5^2}{2} = -113,11 \text{ kN.m}$

**Travée :**  $M'_{e1} = -\frac{q_{py} \cdot l_{e1}^2}{8,5} \left(1,5 - \frac{\lambda_{le1}^2}{2}\right) = -\frac{97,13 \cdot 6,4^2}{8,5} \left(1,5 - \frac{0,94^2}{2}\right) = -495,3 \text{ kN.m}$

**Calcul de moments d'encastrement**

$$M_{w1} = M'_{w1} \left(1 - \frac{K_{w1}}{D_1}\right) + M'_{e1} \frac{K_{w1}}{D_1} = -113,11 \left(1 - \frac{0}{5,351}\right) - 495,3 \frac{0}{5,351} = -113,11 \text{ kN.m}$$

$$M_{e1} = M'_{e1} \left(1 - \frac{K_{e1}}{D_1}\right) + M'_{w1} \frac{K_{e1}}{D_1} = -495,3 \left(1 - \frac{2,618}{5,351}\right) - 113,11 \frac{2,618}{5,351} = -308,31 \text{ kN.m}$$

$$M_{n1} = -\frac{K_{n1}}{D_1} (M'_{e1} - M'_{w1}) = -\frac{1,286}{5,351} (-495,3 + 113,11) = +91,85 \text{ kN.m}$$

$$M_{s1} = \frac{K_{s1}}{D_1} (M'_{e1} - M'_{w1}) = \frac{1,447}{5,351} (-495,3 + 113,11) = -103,35 \text{ kN.m}$$

Par symétrie :  $M_{w2} = M_{e1}$ ;  $M_{e2} = M_{w1}$

$$M_{n1} = M_{n2} ; M_{s1} = M_{s2}$$

**Calcul du moment maximal dans la travée 1-2**

$$M_{t(1-2)}^{max} = M_{0x} + \frac{M_{e1} + M_{w2}}{2}$$

$$M_{0x} = \frac{P \cdot L_y \cdot L_x^2}{8} = \frac{97,13 \cdot 8^2}{8} = 777,04 \text{ kN.m}$$

Avec :  $P \cdot L_y = q_{px} = 97,13 \text{ kN/m}$

$$M_{t(1-2)}^{max} = 777,04 + \frac{-308,31 - 308,31}{2} = 468,73 \text{ kN.m}$$



**Calcul de l'effort tranchant sur appuis**

$$V_{w1} = -q_{bx} \cdot l_{w1} = -100,54 \cdot 1,5 = -150,81 \text{ kN}$$

$$V_{0e1} = q_{px} \cdot \frac{l_x}{2} = 97,13 \cdot \frac{8}{2} = 388,52 \text{ kN}$$

$$V_{e1} = V_{0e1} + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_{e1}} = 388,52 + \frac{-308,31 + 308,31}{8} = 388,52 \text{ kN}$$

$$V_{0w2} = V_{0e1} = 388,52 \text{ kN}$$

$$V_{w2} = V_{0w2} + \frac{M_i - M_{i-1}}{l_{w2}} = 388,52 + \frac{-308,31 + 308,31}{8} = 388,52 \text{ kN}$$

$$V_{e2} = -q_{bx} \cdot l_{e2} = V_{w1} = -150,81 \text{ kN}$$

**2. Répartition des moments de flexion sur les portiques du sens x**

**Découpage des panneaux de dalles en bandes**

Chaque panneau est découpé en 02 demi-bandes sur appuis et 02 demi-bandes centrales

**Longueurs des demi-bandes**

- **au voisinage des appuis du portique** :  $L'_{ya} = \max\left(\frac{b'}{2} + h ; 1,5 \left(\frac{b}{2} + h\right)\right)$

$b' = b = 50 \text{ cm}$  et  $h = 30 \text{ cm}$ .

$$L'_{ya} = \max\left(\frac{50}{2} + 30 ; 1,5 \left(\frac{50}{2} + 30\right)\right) \Rightarrow L'_{ya} = 82,5 \text{ cm.}$$

Avec :  $L'_{ya} = 82,5 < \frac{L_y}{4} = \frac{700}{4} = 175 \text{ cm}$  ( $l_x < 2.l_y$ )

- **au voisinage des travées du portique** :  $L'_{yt} = \max\left(\frac{b'}{2} + h ; 1,5 \left(\frac{b}{2} + h\right) + \frac{L_x}{10}\right)$

$$L'_{yt} = \max\left(\frac{50}{2} + 30 ; 1,5 \left(\frac{50}{2} + 30\right) + \frac{800}{10}\right) \Rightarrow L'_{yt} = 162,5 \text{ cm.}$$

Avec :  $L'_{yt} = 162,5 > \frac{L_y}{4} = \frac{700}{4} = 175 \text{ cm}$  ( $l_x < 2.l_y$ )

**Répartition des moments fléchissant sur les différentes demi-bandes**

Les moments à répartir sont :

- Moment négatif sur l'appui 1 (rive) :  $M'_{1u} = M_{e1} = -308,31 \text{ kN.m}$
- Moment positif dans la travée 1-2 :  $M_{u(1-2)} = M_{t(1-2)}^{max} = 468,73 \text{ kN.m}$
- Moment négatif sur l'appui 2 (rive) :  $M'_{2u} = M_{w2} = -308,31 \text{ kN.m}$

La répartition se fait suivant la

Figure 2 (rappels de cours). Les moments sur les différentes demi-bandes sont donnés sur la figure suivante :

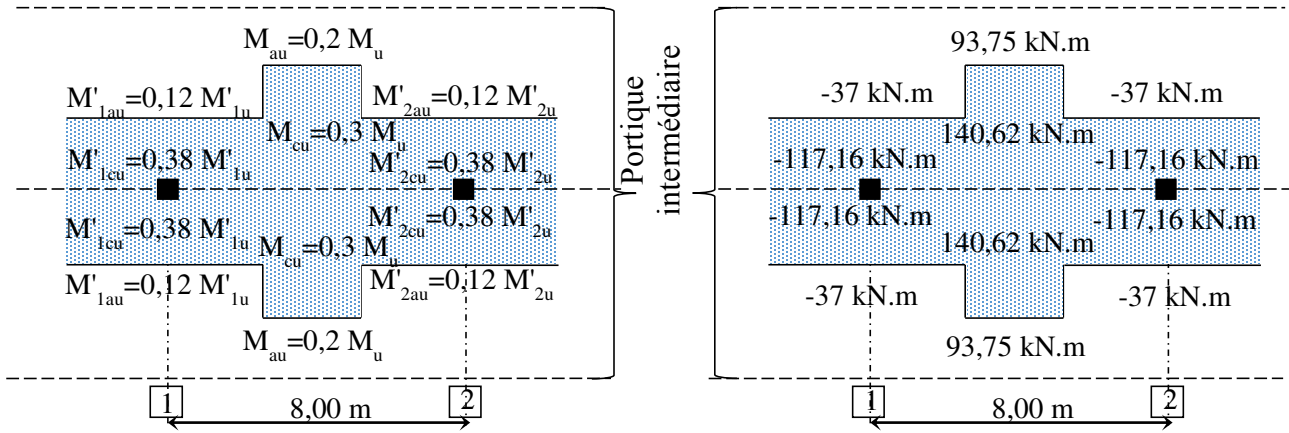


Figure 5. Répartition des moments dans les portiques intermédiaires

### 3. Armatures de flexion en appuis 1 et 2 (rive)

*Au droit de la demi-bande sur appui*

$$M_u = \frac{M'_{ua1}}{l'_{ya}} = \frac{37}{0,825} = 44,85 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}} ; f_{bu} = 14,2 \text{ MPa} (f_{c28} = 25 \text{ MPa}, \gamma_b = 1,5 \text{ à l'ELU courant})$$

$b_0 = 1\text{m/l}$  (les moments sont répartis sur un mètre linéaire de largeur de demi-bandes)

$$d = h - \text{enrobage} = 30 - 5 = 25\text{cm}$$

$$\mu_{bu} = \frac{44,85 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 0,25^2 \cdot 14,2} = 0,05 < 0,186 \text{ (pivot A)}$$

$\mu_{bu} < \mu_l \Rightarrow A' = 0$  (armatures comprimées pas nécessaires).

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,05}) = 0,064$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 25(1 - 0,4 \cdot 0,064) = 24,36 \text{ cm}$$

$$A = \frac{M_u}{z \cdot f_{st}} = \frac{44,85 \cdot 10^{-3}}{0,2436 \cdot 348} = 5,29 \text{ cm}^2/\text{ml} ; f_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

*Au droit de la demi-bande centrale*

$$M_u = \frac{M'_{uc1}}{\frac{l_y}{2} - l'_{ya}} = \frac{117,16}{\frac{7}{2} - 0,825} = 43,8 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b_0 \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{117,16 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 0,25^2 \cdot 14,2} = 0,132 < 0,186 \text{ (pivot A)}$$

$\mu_{bu} < \mu_l \Rightarrow A' = 0$

$$\alpha = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 1,25 (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,132}) = 0,178$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 25(1 - 0,4 \cdot 0,178) = 23,22 \text{ cm}$$

$$A = \frac{M_u}{z \cdot f_{st}} = \frac{117,16 \cdot 10^{-3}}{0,2322 \cdot 348} = \mathbf{14,5 \text{ cm}^2/\text{ml}}$$

**Condition de non fragilité**

$$\frac{A_{y \min}}{l'_y \cdot h} \geq \frac{400}{1000 \cdot f_e}$$

Pour un mètre linéaire de largeur de la demi-bande :  $l'_y = 100 \text{ cm}$  et  $h = 30 \text{ cm}$

$$A_{y \min} = \frac{100 \cdot 30 \cdot 400}{1000 \cdot 400} = 3 \text{ cm}^2$$

Les sections d'armatures calculée dans la partie précédente sont toutes supérieures à la section minimale ( $A_{y \min}$ )

**4. Armature de flexion en travée 1-2**

*Au droit de la demi-bande sur appui*

$$M_u = \frac{M_{ua}}{l'_{yt}} = \frac{140,62}{1,625} = 85,53 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{bu} = \frac{85,53 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 0,25^2 \cdot 14,2} = 0,096 < 0,186 \text{ (pivot A)}$$

$$\mu_{bu} < \mu_l \Rightarrow A' = 0$$

$$\alpha = 1,25 \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,096} \right) = 0,126$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 25(1 - 0,4 \cdot 0,126) = 23,74 \text{ cm}$$

$$A = \frac{M_u}{z \cdot f_{st}} = \frac{85,53 \cdot 10^{-3}}{0,2374 \cdot 348} = \mathbf{10,35 \text{ cm}^2/\text{ml}}$$

*Au droit de la demi-bande centrale*

$$M_u = \frac{M_{uc}}{\frac{l_y}{2} - l'_{yt}} = \frac{140,62}{\frac{7}{2} - 1,625} = 75 \text{ kN.m}$$

$$\mu_{bu} = \frac{140,62 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 0,25^2 \cdot 14,2} = 0,158 < 0,186 \text{ (pivot A)}$$

$$\mu_{bu} < \mu_l \Rightarrow A' = 0$$

$$\alpha = 1,25 \left( 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,158} \right) = 0,216$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 25(1 - 0,4 \cdot 0,216) = 22,84 \text{ cm}$$

$$A = \frac{M_u}{z \cdot f_{st}} = \frac{140,62 \cdot 10^{-3}}{0,2284 \cdot 348} = \mathbf{17,69 \text{ cm}^2/\text{ml}}$$

**Condition de non fragilité**

$A_x = 8,5 \text{ cm}^2/\text{ml}$  (donnée de l'exercice)

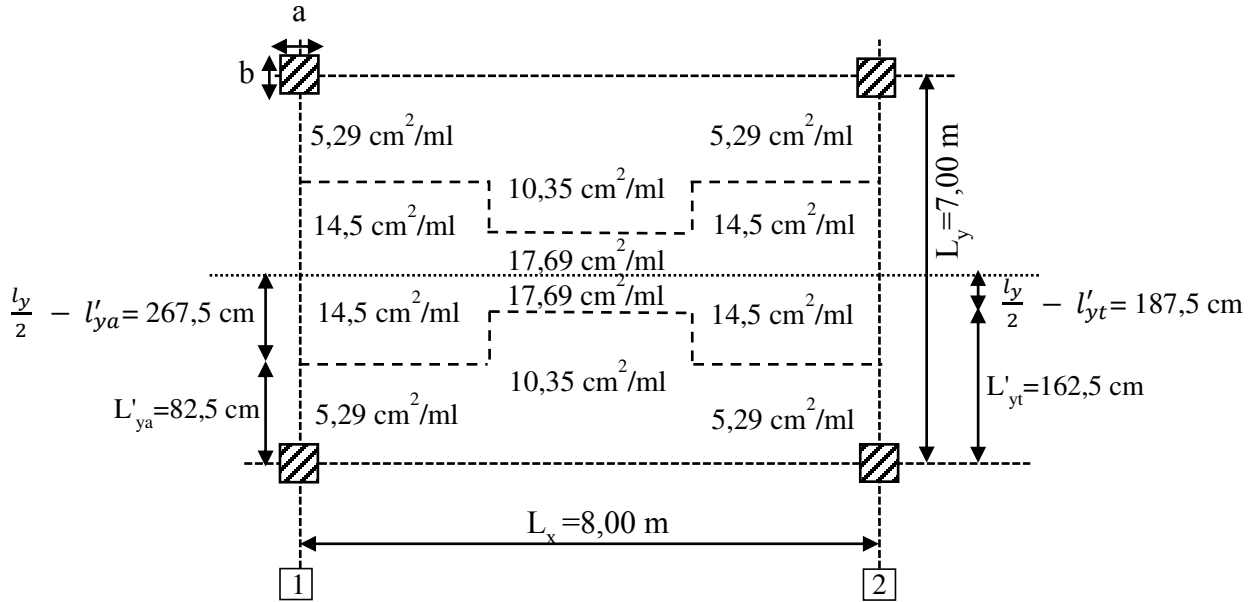
$A_y = 17,69 \text{ cm}^2/\text{ml}$  (section d'armature dans la demi-bande centrale calculée précédemment)

$$A_{\max} = \text{Max} \left\{ \begin{array}{l} A_x = 8,5 \\ A_y = 17,69 \end{array} \right\} ; \quad A_{\min} = \text{Min} \left\{ \begin{array}{l} A_x = 8,5 \\ A_y = 17,69 \end{array} \right\}$$

$$A_{\max} = 17,69 \text{ cm}^2/\text{ml} ; \quad A_{\min} = 8,5 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$\frac{A_{\min}}{A_{\max}} = 0,48 \left\{ \frac{1}{4} \right\} \text{ (cas d'une charge répartie)}$$

Un récapitulatif des résultats de calcul des armatures est donnée sur la figure suivante :



**Figure 6.** Présentation des sections d'armatures sur les demi-bandes de dalle

### Choix des armatures

#### *Au droit des demi-bandes sur appuis*

En appuis :  $A_{\text{calculée}} = 5,29 \text{ cm}^2/\text{ml}$  soit  $4\text{HA}14 = 6,16 \text{ cm}^2/\text{ml}$

En travées :  $A_{\text{calculée}} = 14,5 \text{ cm}^2/\text{ml}$  soit  $10\text{HA}14 = 15,39 \text{ cm}^2/\text{ml}$

#### *Au droit des demi-bandes centrales*

En appuis :  $A_{\text{calculée}} = 10,35 \text{ cm}^2/\text{ml}$  soit  $7\text{HA}14 = 10,78 \text{ cm}^2/\text{ml}$

En travées :  $A_{\text{calculée}} = 17,69 \text{ cm}^2/\text{ml}$  soit  $9\text{HA}16 = 18,10 \text{ cm}^2/\text{ml}$

### Longueur de scellement droit

$$l_s = \frac{\phi}{4} \frac{f_e}{\tau_{su}}$$

$$\tau_{su} = 0,6 \cdot \psi_s^2 \cdot f_{t28} ; \quad \psi_s = 1,5 \text{ (acier HA)} ; \quad f_{t28} = 0,6 + 0,06 f_{c28} = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\tau_{su} = 2,835 \text{ MPa}$$

$$l_s = \frac{\emptyset}{4} \frac{400}{2,835} \Rightarrow l_s = 35,27 \emptyset$$

$$\text{D'où : } \emptyset = 14 \Rightarrow l_s = 49,38 \approx 49,5 \text{ cm}$$

$$\emptyset = 16 \Rightarrow l_s = 56,43 \approx 56,5 \text{ cm}$$

### 5. Vérification de l'effort tranchant des portiques intermédiaires du sens x

#### Calcul de l'effort tranchant aux nus des poteaux

$$\text{Appui 1 : } V_{xu1}^{II} = V_{xu1} - p_u \cdot \frac{a}{2}$$

$$V_{xu1} = V_{e1} = 388,52 \text{ kN}$$

$$p_u = q_{px} = 97,13 \text{ kN/m}$$

$$V_{xu1}^{II} = 388,52 - 97,13 \cdot \frac{0,5}{2} = 364,24 \text{ kN.}$$

$$V_{0xu1}^{II} = V_{xu1}^{II} \cdot \frac{l_y + b'}{2 \cdot l_y} = 364,24 \cdot \frac{7 + 0,5}{2 \cdot 7} = 195,13 \text{ kN.}$$

$$b' = b = 50 \text{ cm (pas de chapiteau)}$$

$$\text{Appui 2 : Par symétrie on trouve } V_{0xu2}^{II} = 195,13 \text{ kN.}$$

#### Vérification de l'effort tranchant limite sur les appuis et nécessité d'armatures d'âme

$$V_{xu}^{II*} = \frac{0,05}{\gamma_b} f_{c28} (b' + h) \frac{2 \cdot d \cdot l_y}{l_y + b'} = \frac{0,05}{1,5} \cdot 25 \cdot 10^3 (0,5 + 0,3) \frac{2 \cdot 0,25 \cdot 7}{7 + 0,5} = 311,11 \text{ kN}$$

$$V_{0xu1}^{II} = V_{0xu2}^{II} = 195,13 \text{ kN} < V_{xu}^{II*} \Rightarrow \text{Les armatures d'âme ne sont pas nécessaires.}$$

### 6. Vérification relatives aux armatures supérieures

$$A \geq \frac{1,2 \cdot V_{0xu}^{II}}{f_{st}}$$

La section d'armature A est constituée des aciers supérieurs (en appui) des demi-bandes sur appuis répartie sur une longueur  $a' + 2h$ . Pour un plancher-dalle (absence de chapiteau),  $a' = a = 50 \text{ cm}$ .

$$a + 2h = 0,5 + 2 \cdot 0,3 = 1,10 \text{ m.}$$

La section d'armature choisie en appui est 4HA14 soit  $6,16 \text{ cm}^2/\text{ml}$ .

$$A = 6,16 \cdot 1,1 = 6,776 \text{ cm}^2.$$

$$A = 6,776 \text{ cm}^2 \geq \frac{1,2 \cdot V_{0xu}^{II}}{f_{st}} = \frac{1,2 \cdot 0,19513}{348} = 6,73 \text{ cm}^2 : \text{La condition est bien vérifiée}$$

## 7. Schéma de ferrailage

Le schéma de ferrailage d'un portique intermédiaire du sens x est donné sur la figure ci-dessous.

Les armatures de couleur rouge et bleu sont des armatures **inférieures** (à mettre en travée des demi-bandes sur appui et centrale, respectivement).

Les armatures de couleur verte et violette sont des armatures **supérieures** (à mettre en appuis des demi-bandes sur appui et centrale, respectivement).

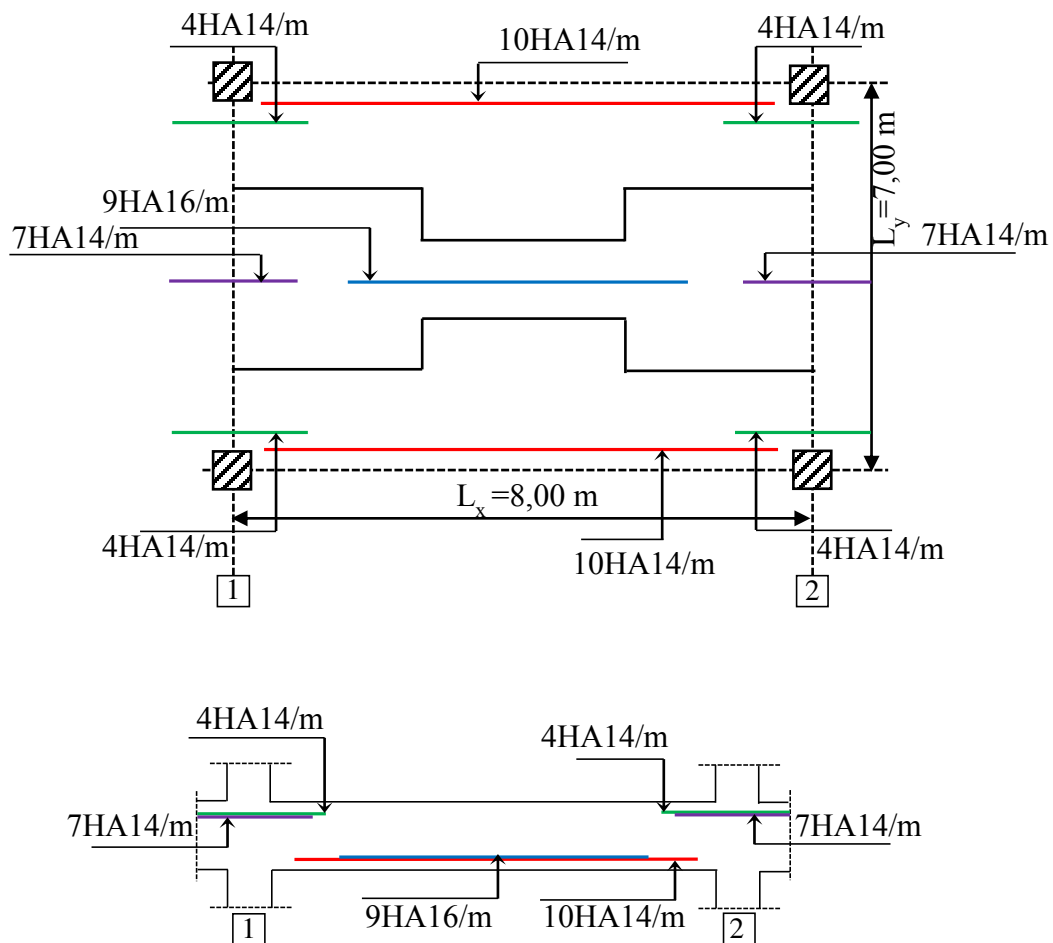


Figure 7. Schéma de ferrailage du plancher-dalle

# Chapitre 2. Calcul des portiques en béton armé sous les charges verticales

## Rappels de cours

### 1. Introduction

Les constructions à ossature auto-stable sont composées principalement par des portiques capables de reprendre la totalité des efforts dus aux charges verticales et horizontales. Dans ce chapitre on effectuera une étude des systèmes en portiques composés de poutres et de poteaux et qui sont soumis aux différentes charges verticales (permanentes et d'exploitations).

La détermination des sollicitations (M, N et V) est faite suivant la méthode simplifiée, mais qui tient en compte de l'hétérogénéité du matériau béton armé, qui est la méthode d'Albert CAQUOT. Cette méthode repose sur la méthode des trois moments. Elle consiste à commencer par numéroter et définir les différents types de nœud, ensuite, déterminer les moments dans chaque nœud, les moments en travées, les efforts tranchants et efforts normaux dans les poutres et les poteaux.

### 2. Dimensionnement des éléments du portique

#### 2.1. Les poutres

La hauteur  $h$  des poutres est déterminée par la condition de flèche :  $\frac{L_{max}}{15} \leq h_p \leq \frac{L_{max}}{10}$

$L_{max}$  est la longueur entre axes de la travée maximale dans le sens de calcul (principal ou secondaire).

La largeur  $b$  de la poutre est choisie forfaitairement sur la base des conditions du RPA 99/2003.

#### *Conditions du RPA 99/2003 (Article 7.5.1)*

Les poutres doivent respecter les dimensions ci-après :

- $b \geq 20\text{cm}$
- $h \geq 30\text{cm}$
- $h/b \leq 4.0$

#### 2.2. Les poteaux

Lors du prédimensionnement des poteaux, on suppose qu'ils sont soumis à la compression simple sous l'effet des charges verticales. Ces charges sont calculées en considérant les travées discontinues, sur appuis simples. Pour tenir compte de la continuité des travées, les charges verticales sont majorées de :

- 15 % pour les poteaux centraux dans le cas des bâtiments à deux travées.
- 10 % pour les poteaux intermédiaires voisins des poteaux de rive dans le cas de bâtiments comportant au moins trois travées.

La section **B** doit alors satisfaire les conditions suivantes :

- **La résistance à la compression centrée**

$$\frac{Nu}{B} \leq \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} ; B \geq \frac{Nu_1 \cdot \gamma_b}{0,85 \cdot f_{c28}}$$

- **La stabilité de forme (flambement)**

$$Nu \leq \alpha \left( \frac{Br \cdot f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} + \frac{A_s \cdot f_e}{\gamma_s} \right) ; B_r \geq \frac{Nu}{\alpha \left( \frac{f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} + \frac{f_e}{100 \cdot \gamma_s} \right)} ; \quad \alpha = \begin{cases} \frac{0,85}{1+0,2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} & \text{si } 0 \leq \lambda \leq 50 \\ 0,6 \left(\frac{50}{\lambda}\right)^2 & \text{si } 50 < \lambda \leq 70 \end{cases}$$

Avec  $\lambda = \frac{l_f}{i}$  ;  $i = \sqrt{\frac{I}{B}}$  ;  $A_s = 1\% Br$

- **Conditions du RPA 99/2003 (Article 7.1)**

min (b, h) ≥ 25 cm en zone sismique I et II<sub>a</sub>

min (b, h) ≥ 20 cm en zone sismique II<sub>b</sub> et III

min (b, h) ≥ h<sub>e</sub>/2

0,25 ≤ b/h ≤ 4

Pour les poteaux circulaires, le diamètre D devra satisfaire les conditions ci-dessous :

D ≥ 25cm en zone I

D ≥ 30cm en zone II<sub>a</sub>

D ≥ 35cm en zone II<sub>b</sub> et III

D ≥ h<sub>e</sub>/15

### 3. Charges sur les portiques

#### Plancher en corps creux :

Les portiques principaux reprennent le poids des poutres et la charge du plancher ( $P_u$ ) sur une distance égale à la moitié de la distance de part et d'autre du portique.  $q_u = P_u \cdot \left(\frac{l_{x1} + l_{x2}}{2}\right)$ .

Les portiques secondaires se calculent forfaitairement comme des poutrelles sous une charge du plancher sur une distance égale à l'entre-axe des poutrelles.

#### Plancher en dalle pleine :

Calculer  $\rho = \frac{\text{petite portée de la dalle}}{\text{grande portée de la dalle}}$

$\rho < 0,4$  : le calcul est identique au plancher à corps creux.

$\rho \geq 0,4$  : théorie des lignes de rupture (les poutres reprennent des charges triangulaire ou trapézoïdales).



Pour simplifier les calculs, les charges trapézoïdales et triangulaires sont remplacées par des charges équivalentes uniformément réparties qui produiraient les mêmes effets que les charges réelles.

Soient  $P_M$  et  $P_V$  les charges équivalentes produisant le même  $M$  et le même  $V$  que les charges réelles, respectivement.

**Charge trapézoïdale :**  $P_M = \frac{P}{2} \left[ \left(1 - \frac{\rho_g^2}{3}\right) l_g + \left(1 - \frac{\rho_d^2}{3}\right) l_d \right]$  ;  $P_V = \frac{P}{2} \left[ \left(1 - \frac{\rho_g}{2}\right) l_g + \left(1 - \frac{\rho_d}{2}\right) l_d \right]$

**Charge triangulaire :** voir **Figure 8**

Pour une poutre de longueur  $l_x$  chargée sur un seul côté :  $P_M = \frac{2}{3} P l_x$  ;  $P_V = \frac{1}{2} P l_x$

Poutre de longueur  $L$  chargée sur un seul côté :  $P_M = P_V = \frac{P}{2} \frac{\sum l_{xi}^2}{\sum l_{xi}}$

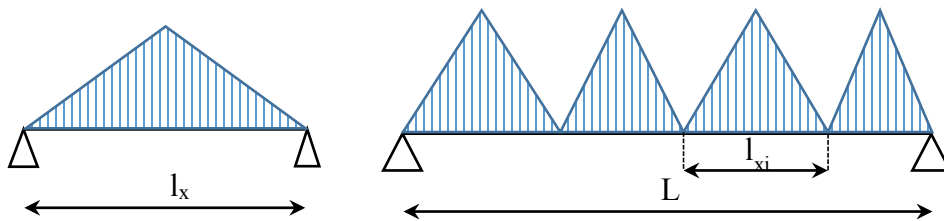


Figure 8. Chargement triangulaire sur une poutre isostatique

**Remarque :** Les expressions précédentes doivent être divisées sur 2, dans le cas des poutres de rive.

#### 4. Sollicitations dans les portiques

##### 4.1. Moments aux nœuds

Pour calculer les moments de continuité au niveau d'un nœud, on ne tient compte que des charges agissantes sur les travées gauche et droite ( $l_g$  et  $l_d$ ) de l'appui considéré, et de la résistance offerte par ces deux travées et des poteaux inférieur et supérieur ( $h_i$  et  $h_s$ ) liés à ce même nœud.

- On détache au-dessus et au-dessous de chaque appui des tronçons fictifs (à partir des hauteurs des poteaux) des hauteurs fictives  $h'$  avec :

$$h'_i = \begin{cases} h_i & \text{Nœud du premier plancher et le poteau est articulé à sa base.} \\ 0.8h_i & \text{Dans les autres cas.} \end{cases}$$

$$h'_s = \begin{cases} 0.9h_s & \text{Nœud de l'avant dernier plancher.} \\ 0.8h_s & \text{Dans les autres cas.} \end{cases}$$

- On détache de chaque côté des appuis des tronçons fictifs, à partir des longueurs des poutres, dont les longueurs fictives  $l'$ , pour les travées intermédiaires et les travées de rive, seront précisées dans les titre a - f.

**a) Nœud intermédiaire (nœud quelconque)**

$$l'_g = 0.8 l_g \quad ; \quad l'_d = 0.8 l_d$$

Les moments dans les poutres au voisinage d'un nœud sont donnés par :

$$M'_d = \frac{q_d \times l_d^2}{8.5} + l'_d \times \sum k_d p_d \quad ; \quad M'_g = \frac{q_g \times l_g^2}{8.5} + l'_g \times \sum k_g p_g$$

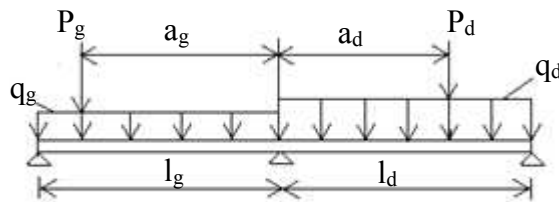
$q_g, q_d$  : les charges uniformément réparties sur les travées de gauche et de droite respectivement.

$p_g, p_d$  : les charges concentrées appliquées sur les travées de gauche et de droite respectivement.

La valeur du coefficient  $k_d$  ( $k_g$ ), étant donné pour chaque travée par :

$$k_d = \frac{a_d}{2.125 l'_d} \left( 1 - \frac{a_d}{l'_d} \right) \left( 2 - \frac{a_d}{l'_d} \right) \quad ; \quad k_g = \frac{a_g}{2.125 l'_g} \left( 1 - \frac{a_g}{l'_g} \right) \left( 2 - \frac{a_g}{l'_g} \right)$$

$a_d, a_g$  : distance en valeur absolue entre la charge concentrée  $P_d, P_g$  et le nœud considéré (voir **Figure 9**).



**Figure 9.** Schéma statique type d'une poutre continue

Les moments dans les sections dangereuses (aux nus d'appuis), sont :

$$M_g = M'_d \times \frac{K_g}{D} + M'_g \left( 1 - \frac{K_g}{D} \right) \quad ; \quad M_d = M'_g \times \frac{K_d}{D} + M'_d \left( 1 - \frac{K_d}{D} \right)$$

$$M_s = |M'_d - M'_g| \frac{K_s}{D} \quad ; \quad M_i = |M'_d - M'_g| \frac{K_i}{D}$$

$$K_g = \frac{I_g}{l'_g} \quad ; \quad K_d = \frac{I_d}{l'_d} \quad ; \quad K_i = \frac{I_i}{l'_i} \quad ; \quad K_s = \frac{I_s}{l'_s}$$

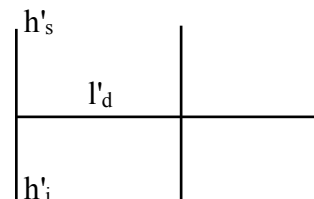
$I_g, I_d, I_i, I_s$  : désignent respectivement les moments d'inertie des travées de gauche et de droite et des poteaux inférieur et supérieur.  $D = K_g + K_d + K_i + K_s$

**b) Nœud de rive sans console**

Exemple du nœud de rive à gauche :

$$l'_d = 0.8 l_d \quad ; \quad l_g = 0 \Rightarrow K_g = 0$$

$$K_i = \frac{I_i}{h'_i} \quad ; \quad K_d = \frac{I_d}{l'_d} \quad ; \quad K_s = \frac{I_s}{h'_s} \quad ; \quad D = K_d + K_i + K_s$$



Les moments dans les poutres au voisinage du nœud sont donnés par :

$$M'_g = 0 \quad ; \quad M'_d = \frac{G_d \times l'^2_d}{8.5} + l'_d \times \sum k_d P_d$$

Les moments au niveau du nœud sont les suivants :

$$M_g = 0 \quad ; \quad M_d = M'_d \left( 1 - \frac{K_d}{D} \right)$$

$$M_s = M'_d \frac{K_s}{D} \quad ; \quad M_i = M'_d \frac{K_i}{D}$$

**c) Nœud de rive avec console**

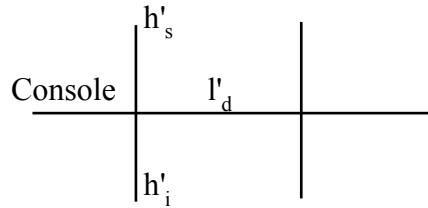
Exemple du nœud de rive à gauche avec console

$$l'_d = 0.8 l_d ; l_g = 0 \Rightarrow K_g = 0$$

$$D = K_d + K_s + K_i$$

$$M'_d = \frac{G_d \times l'^2_d}{8.5} + l'_d \times \sum k_d P_d$$

$M'_g$  est le moment d'encastrement de la console.



$$M_g = M'_g \quad ; \quad M_d = M'_g \times \frac{K_d}{D} + M'_d \left( 1 - \frac{K_d}{D} \right)$$

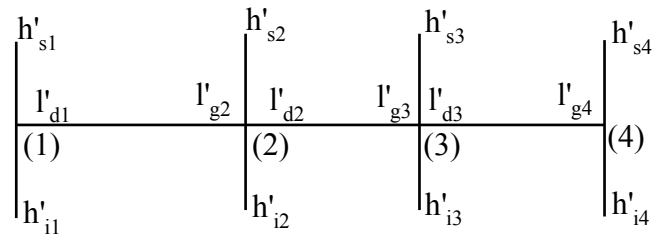
$$M_s = |M'_d - M'_g| \frac{K_s}{D} \quad ; \quad M_i = |M'_d - M'_g| \frac{K_i}{D}$$

**d) Nœuds voisins des nœuds de rive sans console**

Exemple d'un nœud intermédiaire voisin du nœud de rive à gauche (nœud 2)

$$D = K_{g2} + K_{d2} + K_{s2} + K_{i2}$$

Les expressions des moments  $M_g$ ,  $M_d$ ,  $M_i$  et  $M_s$  restent inchangées comme pour un nœud intermédiaire.



$$l'_{d2} = 0.8 l_{d2}$$

$$l'_{g2} = X_1 \times l_{g2}$$

$$X_1 = \begin{cases} 0.8 & \text{Si } K_{s1} + K_{i1} \geq 1.5 K_{d1} \\ 1 - \frac{K_{s1} + K_{i1}}{7.5 K_{d1}} & \text{Si } K_{s1} + K_{i1} < 1.5 K_{d1} \end{cases}$$

**e) Nœuds voisins des nœuds de rive avec console**

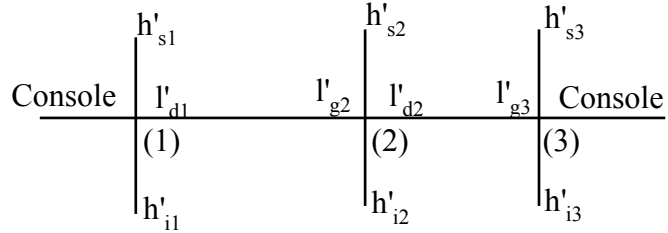
Les calculs seront menés de la même manière que pour les nœuds voisins des nœuds de rive sans console.

Exemple du nœud voisin du nœud de rive à gauche :

$$M_{g2} = M'_{d2} \times \frac{K_{g2}}{D} + M''_{g2} \left( 1 - \frac{K_{g2}}{D} \right)$$

$$M''_{g2} = M'_{g2} - \frac{1}{2,125} \frac{K_{d1}}{D_1} M'_{g1}$$

$M'_{g1}$  = moment de la console du nœud 1



#### 4.2. Moments en travées des poutres :

Les moments en travées sont évalués en tenant compte des moments d'encastrement et ont pour valeur :

$$M_{tx} = M_{0x} - M_g \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - M_d \frac{x}{l}$$

$M_{0x}$  : est le moment isostatique dû aux charges réparties et concentrées.

#### 4.3. Efforts tranchants dans les poutres et efforts normaux dans les poteaux

Les efforts tranchants à l'appui sont calculés par la méthode générale applicable aux poutres continues en faisant l'état des moments de continuité. Les efforts tranchants dans les poutres sont eux-mêmes les efforts normaux dans les poteaux.

$$V_d = V_{0d} + \frac{M_g - M_d}{l_d} \quad ; \quad V_g = V_{0g} + \frac{M_g - M_d}{l_g}$$

## Exercices corrigés

### Exercice 1. Dimensionnement des éléments des portiques

Soit un bâtiment en (R+7) à usage d'habitation implanté dans la wilaya de Djelfa dont la vue en plan est donnée sur la figure ci-jointe. Le dernier niveau est une terrasse inaccessible.

Le poids surfacique de tous les plancher en corps creux est estimée à  $5.79 \text{ kN/m}^2$  ; le poids surfacique des plancher en dalle pleine est estimée à  $5.95 \text{ kN/m}^2$  ;  $Q_{\text{étages}} = 1.5 \text{ kN/m}^2$  ;  $Q_{\text{terrasse}} = 1 \text{ kN/m}^2$  ;  $G_{\text{volée}} = 8.47 \text{ kN/m}^2$  ;  $G_{\text{palier}} = 6.3 \text{ kN/m}^2$  ;  $Q_{\text{escalier}} = 2,5 \text{ kN/m}^2$  ;  $h_{\text{étages}} = 3 \text{ m}$  ; plus de la moitié des charges est appliquée avant 90 jours.

- Dimensionner les éléments des portiques (poutres et poteaux).
- Si l'effort normal ultime du poteau le plus sollicité à la base du bâtiment est de  $1840,75 \text{ kN}$ , quelle serait la section minimale du poteau s'il est de forme circulaire (prendre  $\alpha = 0.815$ ).

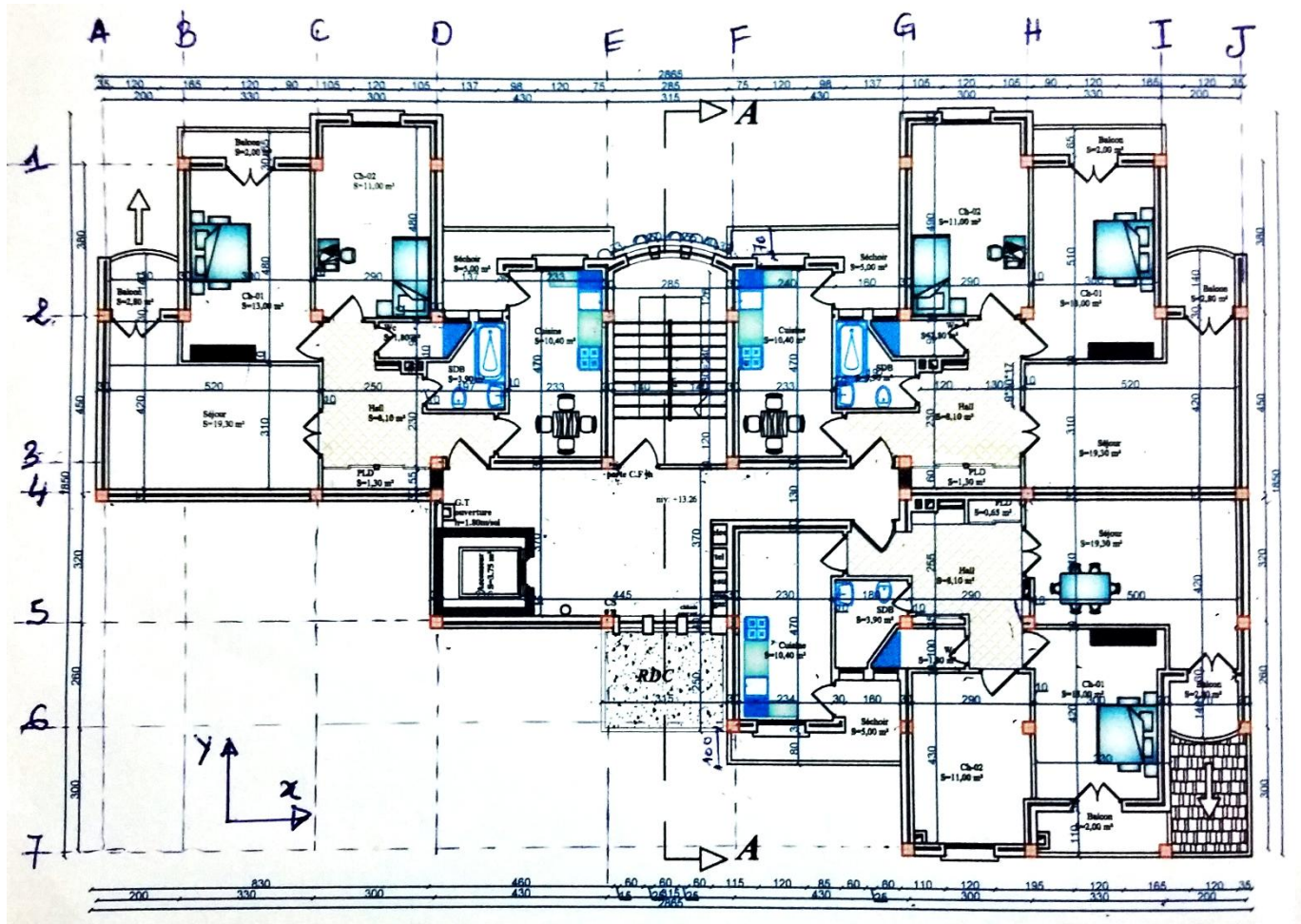


Figure 10. Plan d'étage d'un bâtiment en R+7 à usage d'habitation

**Solution :**

**Dimensionnement des poutres :** On suppose que les poteaux sont de  $30 \times 30 \text{ cm}^2$

**Sens x :**  $L_{\max} = 330 + 200 - 30 = 500 \text{ cm}$

$$\frac{L_{\max}}{15} \leq h_p \leq \frac{L_{\max}}{10} \implies 33.33 \leq h_p \leq 50 : \text{On prend } h = 35 \text{ cm}$$

soit **b=30cm**

**Conditions du RPA 99/2003**

$b = 30 \text{ cm} > 20 \text{ cm}$  (condition vérifiée)

$h = 35 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$  (condition vérifiée)

$1 < h/b = 1,17 < 4$  (condition vérifiée)

Les trois conditions du RPA sont vérifiées, on fixe les dimensions des poutres à  $30 \times 35 \text{ cm}^2$ .

Sens y :  $L_{\max} = 450 - 30 = 420$  cm

$28 \leq h_p \leq 42$  : On prend **h= 30 cm et b=30cm**

### Conditions du RPA 99/2003

$b = 30$  cm > 20 cm (condition vérifiée)

$h = 30$  cm > 30 cm (condition vérifiée)

$1 < h/b = 1 < 4$  (condition vérifiée)

Les trois conditions du RPA sont vérifiées, on fixe les dimensions des poutres à 30x30 cm<sup>2</sup>.

### **Dimensionnement des poteaux :**

Les étapes à suivre pour dimensionner les poteaux sont :

1. Chercher le poteau le plus sollicité (celui qui a la surface afférente la plus importante ou celui qui porte un chargement le plus important, c'est généralement le cas des poteaux associés aux dalles pleines).
2. Calculer le chargement sur ce poteau.
3. Vérifier ce poteau vis-à-vis de la résistance à la compression, de la stabilité de forme (flambement) et des exigences du RPA 99/2003.

Si les conditions citées en (3) sont satisfaites, les dimensions supposées du poteau à chaque niveau (chaque étage) du bâtiment sont fixées. Dans le cas contraire, ces dimensions seront augmentées jusqu'à satisfaire les conditions sus-citées.

### **Recherche du poteau le plus sollicité**

Après analyse du plan, les deux poteaux susceptibles d'être les plus sollicités sont H4 (surface afférente la plus importante) et E3 (chargement le plus important).

### **Chargement sur le poteau E3**

- **Poids des poteaux :** On suppose que les dimensions initiales des poteaux sont comme suit :

RDC + 1<sup>er</sup> étage : 45x45 cm<sup>2</sup>. P<sub>pot</sub> = 15.19 kN.

2<sup>ème</sup> + 3<sup>ème</sup> étage : 40x40 cm<sup>2</sup>. P<sub>pot</sub> = 12 kN.

4<sup>ème</sup> + 5<sup>ème</sup> étage : 35x35 cm<sup>2</sup>. P<sub>pot</sub> = 9.19 kN.

6<sup>ème</sup> + 7<sup>ème</sup> étage : 30x30 cm<sup>2</sup>. P<sub>pot</sub> = 6,75 kN.

- **Poids des poutres :**  $P_{\text{poutres}} = 25 \times 0.3 \times 0.35 \times \left( \frac{3,15 - 0,3}{2} + \frac{4,3 - 0,3}{2} \right) + 25 \times 0.3 \times 0.3 \times \left( \frac{3,65 - 0,3}{2} + \frac{4,05 - 0,3}{2} \right)$

$$P_{\text{poutres}} = 16.98 \text{ kN.}$$

- **Poids des murs en double cloisons :**  $P_{murs} = G_{murs} \cdot S_{murs}$ . Le poteau considéré est associé à deux murs en double cloisons. Un mur de 2 m de long sur la travée D-E et un autre de 1.675m de long sur la travée 2-3.

$$P_{murs} = 2.67 \times 2 \times (3-0.35) + 2.67 \times 2 \times (3-0.33) = 26.226 \text{ kN}$$

- **Poids du plancher**

a) **Terrasse inaccessible :**

$$S1 = 2 \times 1.675 = 3.36 \text{ m}^2 ; S2 = 1.425 \times 1.675 = 2.387 \text{ m}^2$$

$$S3 = 2 \times 1.875 = 3.75 \text{ m}^2 ; S4 = 1.425 \times 1.875 = 2.67 \text{ m}^2$$

**Sous G**

Les surfaces S1, S2 et S4 sont en corps creux, la surface S3 en dalle pleine (dalle d'ascenseur)

$$\text{Corps creux : } S_{c.c}^G = S1 + S2 + S4 = 8.417 \text{ m}^2$$

$$\text{Dalle pleine : } S_{D,P}^G = S3 = 3.75 \text{ m}^2$$

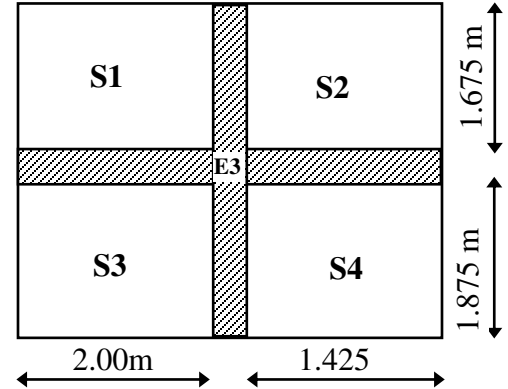


Figure 11. Surface afférente du poteau E3

$$P_{T,I}^G = (S_{c.c}^G \times G_{c.c}) + (S_{D,P}^G \times G_{D,P}) = (8.417 \times 5.79) + (3.75 \times 5.95) = 71,047 \text{ kN}$$

**Sous Q**

$S^Q = S_{c.c}^G + S_{D,P}^G + Q_0$  avec  $Q_0$  est la charge d'exploitation sur les poutres du plancher terrasse inaccessible

$$S^Q = 8.417 + 3.75 + 0.3 (2 + 1.425 + 1.675 + 1.875) = 14.25 \text{ m}^2$$

$$P_{T,I}^Q = S^Q \times Q_{T,I} = 14.25 \times 1 = 14.25 \text{ kN.}$$

b) **Etage courant :**

Les surfaces S1 et S4 sont en corps creux.

La surface S3 est en dalle pleine (dalle d'ascenseur).

La surface S4 est en dalle pleine, elle représente la surface afférente de l'escalier.

**Sous G**

$$S_{c.c}^G = S1 + S4 = 6.03 \text{ m}^2$$

$$P_{c.c}^G = 5.79 \times 6.03 = 34.91 \text{ kN.}$$

$$S_{D,P}^G = S3 = 3.75 \text{ m}^2$$

$$P_{D,P}^G = 5.95 \times 3.75 = 22.31 \text{ kN.}$$

$$S_{volée}^G = 0.675 \times 1.425 = 0.96 \text{ m}^2$$

$$P_{volée}^G = 0.96 \times 8.47 = 8.13 \text{ kN}$$

$$S_{palier}^G = 1 \times 1.425 = 1.425 \text{ m}^2$$

$$P_{palier}^G = 1.425 \times 6.3 = 8.98 \text{ kN}$$

$$P_{étage courant}^G = 34.91 + 22.31 + 8.13 + 8.98 = 74.33 \text{ kN}$$

### Sous Q

On néglige la charge d'exploitation sur les poutres au niveau des étages courants

$$P_{hab}^Q = 1.5 \times 3.36 = 5.04 \text{ kN}$$

$$P_{hall}^Q = 2.5 \times 2.67 = 6.675 \text{ kN}$$

$$P_{dalle ascenseur}^Q = 2.5 \times 3.75 = 9.375 \text{ kN}$$

$$P_{escalier}^Q = 2.5 \times (0.96 + 1.425) = 5.96 \text{ kN}$$

$$P_{étage courant}^Q = 5.04 + 6.675 + 9.375 + 5.96 = 27.05 \text{ kN}$$

### Descente de charges et loi de dégression

Soit  $Q_0$  la charge d'exploitation sur la terrasse inaccessible,  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6$  et  $Q_7$  les charges d'exploitation respectives des planchers des étages 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7 numérotés à partir du sommet du bâtiment.

L'application de la loi de dégression revient à adopter les charges d'exploitations suivantes pour le calcul des points d'appuis (charge en kN sur le poteau)

**NB :** A partir de  $n \geq 5$  ( $n = N^\circ$  étage) on adopte l'expression suivante pour le calcul de la charge d'exploitation sur le poteau :

$$Q_0 + \frac{3+n}{2n} (Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n)$$

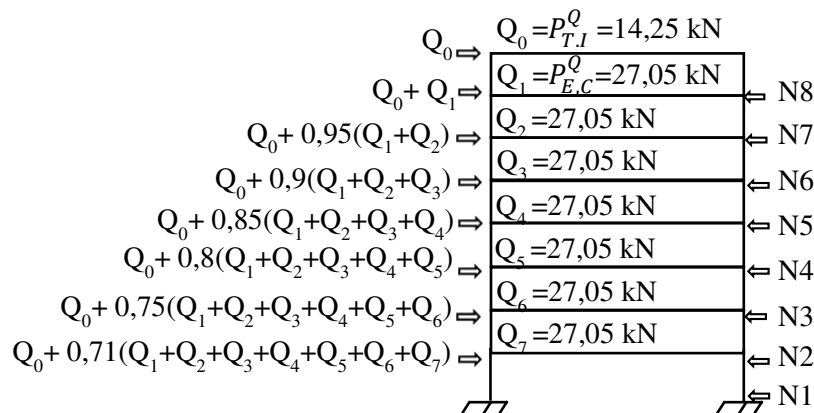


Figure 12. Représentation schématique de la dégression de la charge d'exploitation



Le tableau suivant récapitule l'ensemble des résultats de la descente de charges avec dégression de la charge d'exploitation.

**Tableau 1.** Récapitulation des résultats de la descente de charge sur le poteau E3

	Elément	G (kN)	Q (kN)
N8	Plancher T.I	71.047	14.25
	Poutres	16.98	
	Poteaux	6.75	
	<b>Somme</b>	<b>94.777</b>	<b>14.25</b>
N7	Venant de N8	94.777	14.25+27.05
	Plancher EC+ escalier	74.33	
	Poutres	16.98	
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	6.75	
	<b>Somme</b>	<b>219.063</b>	<b>41.3</b>
N6	Venant de N7	219.063	
	Plancher EC+ Escalier	74.33	
	Poutres	16.98	14.25+0.95(27.05+27.05)
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	9.19	
	<b>Somme</b>	<b>345.789</b>	<b>65.645</b>
N5	Venant de N6	345.789	
	Plancher EC+ Escalier	74.33	
	Poutres	16.98	14.25+0.9(27.05+27.05+27.05)
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	9.19	
	<b>Somme</b>	<b>472.515</b>	<b>87.285</b>
N4	Venant de N5	472.515	
	Plancher EC+ Escalier	74.33	
	Poutres	16.98	14.25+0.85(27.05+27.05+27.05+27.05)
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	12	
	<b>Somme</b>	<b>602.051</b>	<b>106.22</b>
N3	Venant de N4	602.051	
	Plancher EC+ Escalier	74.33	
	Poutres	16.98	14.25+0.8(27.05+27.05+27.05+27.05+27.05)
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	12	
	<b>Somme</b>	<b>731.587</b>	<b>122.45</b>
N2	Venant de N3	731.587	
	Plancher EC+ Escalier	74.33	
	Poutres	16.98	14.25+0.75(27.05+27.05+27.05+27.05+27.05+27.05)
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	15.19	
	<b>somme</b>	<b>864.313</b>	<b>135.975</b>
N1	Venant de N2	864.313	
	Plancher EC+ Escalier	74.33	
	Poutres	16.98	14.25+0.71(27.05+27.05+27.05+27.05+27.05+27.05+27.05)
	Murs en 2 cloisons	26.226	
	Poteaux	15.19	
	<b>somme</b>	<b>997.039</b>	<b>148.6885</b>

**Calcul de l'effort de compression centrée sur le poteau E3 à l'ELU :**  $N_u = 1,35G + 1,5Q$

A la base du bâtiment  $N_{u1} = (1,35 \times 997.039) + (1,5 \times 148.6885) = 1569.0354 \text{ kN}$

Le poteau E3 étant un poteau voisin de rive et appartenant à un portique à deux travées (portique E), l'effort de compression ultime ( $N_{u1}$ ) doit être majoré de  $15\% \times N_{u1}^* = 1,15 \times N_{u1} = 1804.39 \text{ kN}$

#### Chargement sur le poteau H4

- **Poids des poteaux :**

RDC + 1<sup>er</sup> étage :  $45 \times 45 \text{ cm}^2$ .  $P_{\text{pot}} = 15.19 \text{ kN}$ .

2<sup>ème</sup> + 3<sup>ème</sup> étage :  $40 \times 40 \text{ cm}^2$ .  $P_{\text{pot}} = 12 \text{ kN}$ .

4<sup>ème</sup> + 5<sup>ème</sup> étage :  $35 \times 35 \text{ cm}^2$ .  $P_{\text{pot}} = 9.19 \text{ kN}$ .

6<sup>ème</sup> + 7<sup>ème</sup> étage :  $30 \times 30 \text{ cm}^2$ .  $P_{\text{pot}} = 6,75 \text{ kN}$ .

- **Poids des poutres :**  $P_{\text{poutres}} = 25 \times 0.3 \times 0.35 \times \left( \frac{5,3-0,3}{2} + \frac{3-0,3}{2} \right) + 25 \times 0.3 \times 0.3 \times \left( \frac{4,5-0,3}{2} + \frac{3,2-0,3}{2} \right)$

$$P_{\text{poutres}} = 10.106 + 7.988 = 18.094 \text{ kN}$$

- **Poids des murs en double cloisons :**  $P_{\text{murs}} = G_{\text{murs}} \cdot S_{\text{murs}}$ . Le poteau considéré est associé à deux murs en double cloisons. Un mur de 1.35 m de long sur la travée G-H et un autre de 2.5m de long sur la travée H-J.

$$P_{\text{murs}} = 2.67 \times (1.35 + 2.5) \times (3 - 0.35) = 27.24 \text{ kN}$$

- **Poids du plancher**

c) **Terrasse inaccessible :**

$$S_1 = 2.1 \times 1.35 = 2.835 \text{ m}^2 ; S_2 = 2.1 \times 2.5 = 5.25 \text{ m}^2$$

$$S_3 = 1.35 \times 1.45 = 1,958 \text{ m}^2 ; S_4 = 2.5 \times 1.45 = 3.625 \text{ m}^2$$

#### Sous G

Les surfaces S1, S2, S3 et S4 sont en corps creux

$$S_{T,I}^G = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = 13.668 \text{ m}^2$$

$$P_{T,I}^G = S_{T,I}^G \times G_{C,C} = 13.688 \times 5.79 = 79.138 \text{ kN}$$

Sous Q

#### Sous Q

$S^Q = S_{T,I}^G + Q_0$  avec  $Q_0$  est la charge d'exploitation sur les poutres du plancher terrasse inaccessible

$$S^Q = 13.668 + 0.3 (1.35 + 2.5 + 2.1 + 1.45) = 15.888 \text{ m}^2$$

$$P_{T,I}^Q = S^Q \times Q_{T,I} = 15.888 \times 1 = 15.888 \text{ kN}$$

d) Etage courant :

Sous G

Les surfaces S1, S2, S3 et S4 sont en corps creux

$$S_{E.C}^G = S1 + S2 + S3 + S4 = 13.668 \text{ m}^2$$

$$P_{E.C}^G = P_{T.I}^G = 79.138 \text{ kN}$$

Sous Q

On néglige la charge d'exploitation sur les poutres au niveau des étages courants

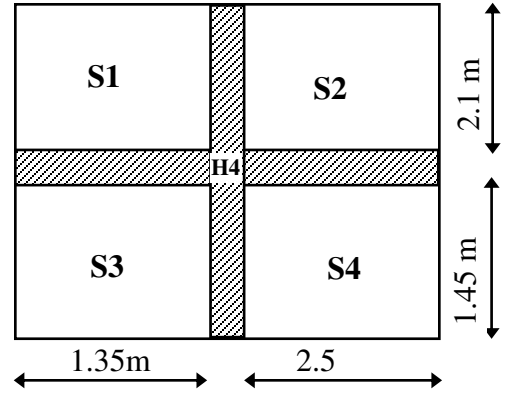


Figure 13. Surface afférente du poteau H4

$$P_{\text{étage courant}}^Q = 1.5 \times S_{E.C}^G = 20.502 \text{ kN}$$

Descente de charges et loi de dégression

Le tableau suivant récapitule les résultats de la descente de charges avec dégression de la charge d'exploitation.

Tableau 2. Récapitulation des résultats de la descente de charges sur le poteau H4

	Elément	G (kN)	Q (kN)
N8	Plancher T.I	79.138	15.888
	Poutres	18.094	
	Poteaux	6.75	
	<b>Somme</b>	<b>103.982</b>	
N7	Venant de N8	103.982	15.888+20.502
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	
	Murs en 2 cloisons	27.24	
	Poteaux	6.75	
	<b>Somme</b>	<b>235.204</b>	
N6	Venant de N7	235.204	15.888+0.95(20.502+20.502)
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	
	Murs en 2 cloisons	27.24	
	Poteaux	9.19	
	<b>Somme</b>	<b>368.866</b>	
N5	Venant de N6	368.866	15.888+0.9(20.502+20.502+20.502)
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	
	Murs en 2 cloisons	27.27	
	Poteaux	9.19	
	<b>Somme</b>	<b>502.528</b>	
N4	Venant de N5	502.528	15.888+0.85(20.502+20.502+20.502+20.502)
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	

	Murs en 2 cloisons	27.24	
	Poteaux	12	
	<b>Somme</b>	<b>639</b>	<b>85.59</b>
N3	Venant de N4	639	
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	15.888+0.8(20.502+20.502+20.502+20.502+20.502)
	Murs en 2 cloisons	27.24	
	Poteaux	12	
	<b>Somme</b>	<b>775.472</b>	<b>97.896</b>
N2	Venant de N3	775.472	
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	15.888+0.75(20.502+20.502+20.502+20.502+20.502+20.502)
	Murs en 2 cloisons	27.24	
	Poteaux	15.19	
	<b>somme</b>	<b>915.134</b>	<b>108.147</b>
N1	Venant de N2	915.134	
	Plancher EC	79.138	
	Poutres	18.094	15.888+0.71(20.502+20.502+20.502+20.502+20.502+20.502+20.502)
	Murs en 2 cloisons	27.24	
	Poteaux	15.19	
	<b>somme</b>	<b>1054.796</b>	<b>117.783</b>

$$Nu_1 = (1,35 \times 1054.796) + (1,5 \times 117.783) = 1600,649 \text{ kN}$$

Le poteau H4 étant un poteau voisin de rive et appartenant à un portique à deux travées, l'effort de compression ultime ( $Nu_1$ ) doit être majoré de 15%  $\times Nu_1^* = 1,15 \times Nu_1 = 1840.746 \text{ kN}$

**Remarque :** En comparant les efforts de compression des deux poteaux, il ressort que le poteau le plus sollicité est le poteau H4.

### Vérification du poteau H4 à la base du bâtiment

#### - A la résistance en compression centrée

$$\frac{Nu_1^*}{B} \leq \frac{0,85 \cdot fc_{28}}{\gamma_b} \text{ ce qui fait que } B \geq \frac{Nu_1^* \cdot \gamma_b}{0,85 \cdot fc_{28}} = \frac{1.840746 \cdot 1.5}{0,85 \cdot 25}$$

$$B \geq 0,13 \text{ m}^2 \text{ (section calculée)}$$

La section supposée du poteau E3 à la base du bâtiment (RDC) est de  $0,45 \times 0,45 = 0,2025 \text{ m}^2$ . La section supposée est supérieure à la section calculée (section minimale requise), le poteau ne risque pas la ruine (écrasement) sous l'effort de compression.

#### - A la stabilité de forme (flambement)

$$Nu_1^* \leq \alpha \left( \frac{Br \cdot fc_{28}}{0,9 \cdot \gamma_b} + \frac{A_s \cdot f_e}{\gamma_s} \right) ; B_r \geq \frac{Nu_1^*}{\alpha \left( \frac{fc_{28}}{0,9 \cdot \gamma_b} + \frac{f_e}{100 \cdot \gamma_s} \right)} \quad \text{Avec ; } A_s = 1\% Br$$

$$\alpha = \left\{ \begin{array}{l} \frac{0,85}{1 + 0,2 \left( \frac{\lambda}{35} \right)^2} \text{ si } 0 \leq \lambda \leq 50 \\ 0,6 \left( \frac{50}{\lambda} \right)^2 \text{ si } 50 < \lambda \leq 70 \end{array} \right\} \text{ Avec } \lambda = \frac{l_f}{i} \text{ et } l_f = 0,7 l_0 ; l_0 = 3\text{m alors } l_f = 2.1\text{m}$$

$i = \sqrt{\frac{I}{B}} = 0.13$  ;  $\lambda = 16.15 < 50$  alors  $\alpha = 0,815$  ;  $\alpha / 1.1 = 0.741$  (moitié de la charge est appliquée avant 90j)

$$B_r \geq 0,11 \text{ m}^2$$

$$\text{Or } B_r = (a-2)(b-2) = (45-2)(45-2) = 0,1849 \text{ m}^2.$$

$$B_r > B_{r\text{calculée}}$$

La stabilité du poteau est assurée, aucun risque de flambement n'est à craindre.

- **Conditions du RPA 99/2003**

$\min(b, h) = \min(45, 45) \text{ cm} = 45 \text{ cm} \geq 25 \text{ cm}$  en zone sismique I (condition vérifiée)

$\min(b, h) = 45 \text{ cm} \geq h_e/2 = (300 - 30)/20 = 13.5 \text{ cm}$  (condition vérifiée)

$0,25 \leq b/h = 45/45 = 1 \leq 4$  (condition vérifiée)

**Conclusions :**

- La section du poteau H4 au RDC satisfait toutes les conditions ce qui permet de fixer ces dimensions et les valider (45\*45 cm<sup>2</sup>).
- Les sections supposées des poteaux de tous les étages doivent être vérifiées vis-à-vis les trois conditions sus-détaillées. La vérification commence du sommet du bâtiment vers sa base : ie : des poteaux du haut vers ceux du bas.

**2. Dimension du poteau circulaire (Nu = 1804.4 kN)**

- **Conditions du RPA** : le bâtiment est implanté dans une zone sismique I, le diamètre du poteau doit être au moins de **25 cm**.

- **Condition de résistance à la compression centrée**

$$\frac{Nu}{B} \leq \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} \text{ ce qui fait que } B \geq \frac{Nu \cdot \gamma_b}{0,85 \cdot f_{c28}} = \frac{1,84075 \cdot 1,5}{0,85 \cdot 25} B \geq 0,13 \text{ m}^2$$

$$B = \pi D^2/4 \quad ; \quad D \geq 40,68 \text{ cm}$$

- **Condition de stabilité de forme**

$$B_r \geq \frac{Nu_1^*}{\alpha \left( \frac{f_{c28}}{0,9 \cdot \gamma_b} + \frac{f_e}{100 \cdot \gamma_s} \right)} A ; \alpha = 0,815 \text{ et } \alpha / 1.1 = 0.741 \text{ (moitié de la charge est appliquée avant 90j)}. B_r \geq$$

$$0,11 \text{ m}^2. \text{ Avec } B_r = \frac{\pi (D-2)^2}{4} \text{ alors } D \geq 39,42 \text{ cm}$$

$$D \geq \max(25 ; 40.68 ; 39.42) \text{ cm}$$

## Exercice 2. Charges sur les portiques

Soit le bâtiment de l'exercice 1

- Calculer à l'ELU la charge transmise du plancher au portique principal E
- Calculer à l'ELU et donner le schéma statique de la charge totale reprise par le portique E

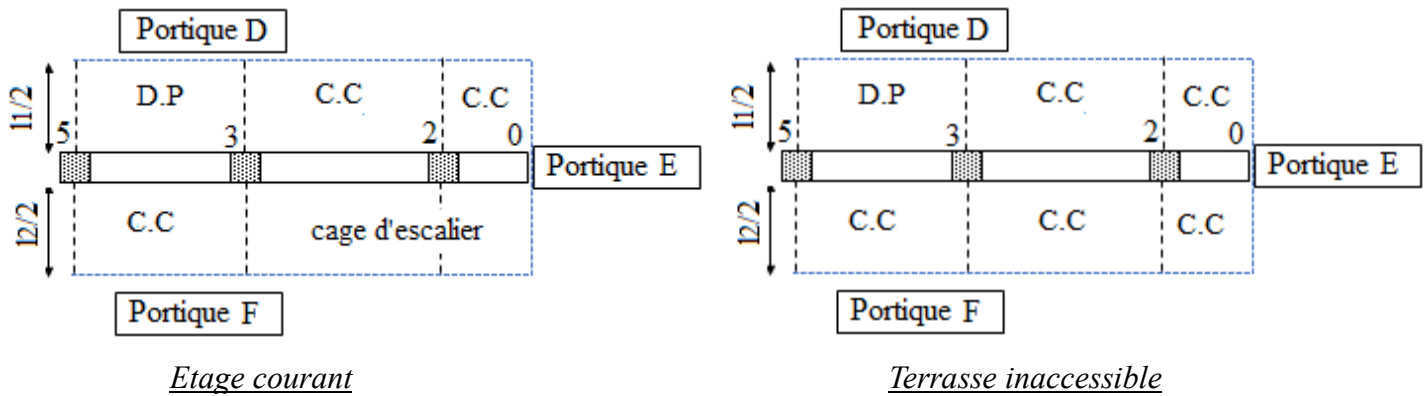


Figure 14. Charge transmise du plancher au portique principal ' E '

### Solution

#### 1. Charge transmise du plancher au portique principal E

$$l_1/2 = \frac{4.3-0.3}{2} = 2\text{m} \quad ; \quad l_2/2 = \frac{3.15-0.3}{2} = 1.425\text{m}$$

##### o Travée 3-2 et console 2-0

$$\text{Terrasse inaccessible } P_{G_{TI}} = G_{TI} \cdot \frac{l_1+l_2}{2} = 5,79 \times (2 + 1.425) = 19,831 \text{ kN/m}$$

$$P_{Q_{TI}} = Q_{TI} \cdot \frac{l_1+l_2}{2} = 1 \cdot (2 + 1.425) = 3.425 \text{ kN/m}$$

$$P_{u_{TI}} = 1.35 P_{G_{TI}} + 1.5 P_{Q_{TI}} = 31.909 \text{ kN/m}$$

$$\text{Etage courant } P_{G_{EC}} = G_{EC} \cdot \frac{l_1}{2} = 5.79 \times 2 = 11.58 \text{ kN/m}$$

$$P_{Q_{EC}} = Q_{EC} \cdot \frac{l_1}{2} = 1.5 \times 2 = 3 \text{ kN/m}$$

$$P_{u_{EC}} = 1.35 P_{G_{EC}} + 1.5 P_{Q_{EC}} = 20.133 \text{ kN/m}$$

### Travée 5-3

La travée 5-3 est chargée d'un côté par une charge rectangulaire transmise du plancher en corps creux et d'un autre côté par une charge triangulaire transmise de la dalle pleine

$$\rho = \frac{3.75}{4.00} = 0.937 > 0.4 ; \text{ La dalle pleine porte dans les deux sens.}$$

Le sens principale est le sens du petit côté de la dalle ( $l_x=3.75$  m). Le sens secondaire est le sens du grand côté de la dalle ( $l_y=4$  m).

#### *Terrasse inaccessible*

$$q_{u.C.C} = 1.35 G_{C.C} + 1.5 Q_{TI} = (1.35 \times 5.79) + (1.5 \times 1) = 9,317 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{u.D.P} = 1.35 G_{D.P} + 1.5 Q_{TI} = (1.35 \times 5.95) + (1.5 \times 1) = 9,533 \text{ kN/m}^2$$

*Poids du plancher pour le calcul du moment :*

$$P_{u.TI} = \left(\frac{1}{3} \times q_{u.D.P} \times l_x\right) + \left(q_{u.C.C} \times \frac{l_x}{2}\right) = \left(\frac{1}{3} \times 9.533 \times 3.75\right) + (9.317 \times 1.425)$$

$$P_{u.TI} = 25.193 \text{ kN/m}$$

*Poids du plancher pour le calcul de l'effort tranchant :*

$$P_{u.TI} = \left(\frac{1}{2} \times q_{u.D.P} \times l_x\right) + \left(q_{u.C.C} \times \frac{l_x}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} \times 9.533 \times 3.75\right) + (9.317 \times 1.425)$$

$$P_{u.TI} = 31.15 \text{ kN/m}$$

#### *Etage courant*

$$q_{u.C.C} = 1.35 G_{C.C} + 1.5 Q_{hab} = (1.35 \times 5.79) + (1.5 \times 1.5) = 10,067 \text{ kN/m}^2$$

$$q_{u.D.P} = 1.35 G_{D.P} + 1.5 Q_{hab} = (1.35 \times 5.95) + (1.5 \times 1.5) = 10,283 \text{ kN/m}^2$$

*Poids du plancher pour le calcul du moment :*

$$P_{u.E.C} = \left(\frac{1}{3} \times q_{u.D.P} \times l_x\right) + \left(q_{u.C.C} \times \frac{l_x}{2}\right) = \left(\frac{1}{3} \times 10.283 \times 3.75\right) + (10.067 \times 1.425)$$

$$P_{u.E.C} = 27.199 \text{ kN/m}$$

*Poids du plancher pour le calcul de l'effort tranchant :*

$$P_{u.E.C} = \left(\frac{1}{2} \times q_{u.D.P} \times l_x\right) + \left(q_{u.C.C} \times \frac{l_x}{2}\right) = \left(\frac{1}{2} \times 10.283 \times 3.75\right) + (10.067 \times 1.425)$$

$$P_{u.E.C} = 33.626 \text{ kN/m}$$

## 2. Charge totale reprise par le portique E à l'ELU

### *Charge permanent totale sur la Travée 3-2 et la console 2-0*

Terrasse inaccessible :  $P_{u.T.I}^T = P_{u.TI} + 1.35 g_0 + 1.5 Q_0$

$$g_0 = \text{poids propre de la poutre} = 25 \times 0.3 \times 0.3 = 2.25 \text{ kN/m}$$

$$Q_0 = \text{charge d'exploitation sur la poutre} = Q_{TI} \times b_{poutre} = 1 \times 0.3 = 0.3 \text{ kN/m}$$

$$P_{u.T.I}^T = 35.397 \text{ kN/m}$$

Etage courant :  $P_{uE.C}^T = P_{uE.C} + 1.35 g_0$  ; On néglige la charge d'exploitation sur la poutre

$$P_{uE.C}^T = 23.171 \text{ kN/m}$$

**Charge permanent totale sur la Travée 5-3**

Terrasse inaccessible :

Pour le calcul du moment :  $P_{uT.I}^T = 25.193 + (1.35 \times 2.25) + (1.5 \times 0.3)$

$$P_{uT.I}^T = 28.681 \text{ kN/m}$$

Pour le calcul de l'effort tranchant :  $P_{uT.I}^T = 31.15 + (1.35 \times 2.25) + (1.5 \times 0.3)$

$$P_{uT.I}^T = 34.638 \text{ kN/m}$$

Plancher courant :

Pour le calcul du moment :  $P_{uE.C}^T = 27.199 + (1.35 \times 2.25)$

$$P_{uE.C}^T = 30.237 \text{ kN/m}$$

Pour le calcul de l'effort tranchant :  $P_{uE.C}^T = 33.626 + (1.35 \times 2.25)$

$$P_{uE.C}^T = 36.664 \text{ kN/m}$$

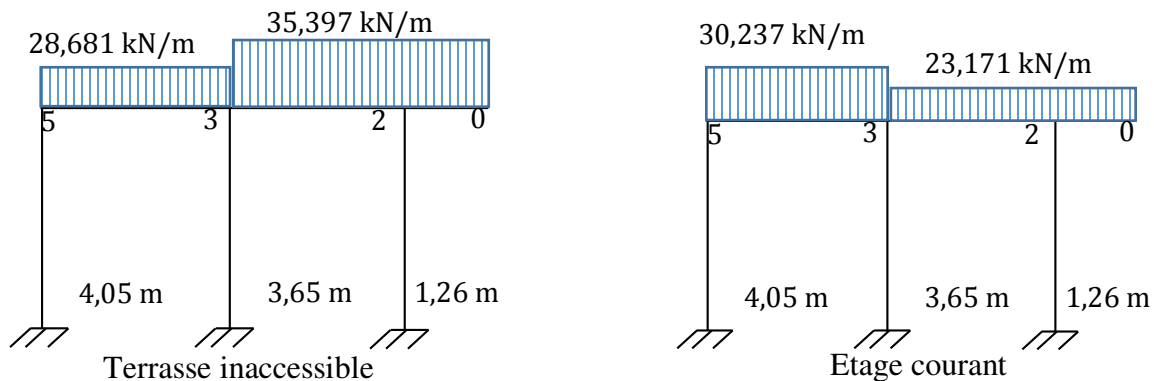


Figure 15. Charge totale reprise par le portique E pour le calcul du moment

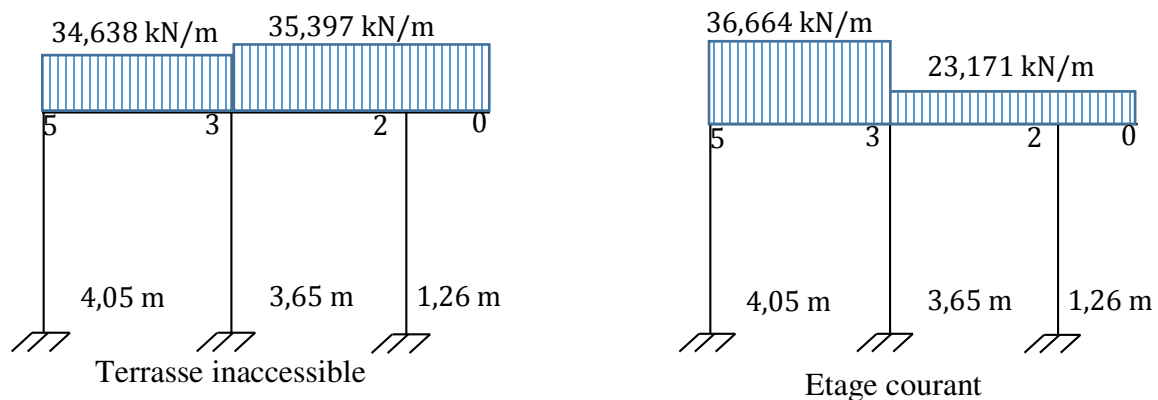


Figure 16. Charge totale reprise par le portique E pour le calcul de l'effort tranchant



### Exercice 3. Sollicitations dans les portiques

Soit le portique de la figure ci-dessous. Les poutres sont de  $30 \times 35 \text{ cm}^2$ , les poteaux sont de  $35 \times 35 \text{ cm}^2$ , la hauteur des étages courants est de 3,06 m. La hauteur du RDC est de 4m.

La charge à l'ELU sur chaque travée est comme suit :

Travée 1-2 :  $p_{u1} = 25,46 \text{ kN/m}$ .

Travée 2-3 :  $p_{u2} = 32,25 \text{ kN/m}$ .

Travée 3-4 :  $p_{u3} = 18,74 \text{ kN/m}$ .

Travée 4-5 :  $p_{u4} = 45,68 \text{ kN/m}$ .

Console :  $p_{u5} = 35,97 \text{ kN/m}$ .

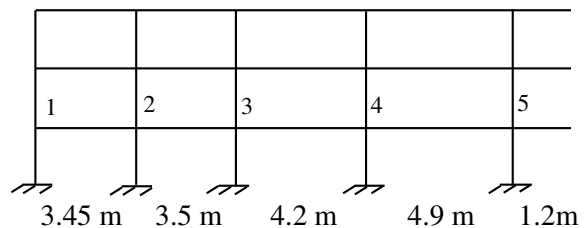


Figure 17. Vue en élévation d'un portique en R+2

1. Calculer les moments aux nœuds du premier plancher du portique.
2. Déduire les moments aux encastremets et tracer le diagramme des moments dans les poteaux du RDC.
3. Calculer les moments max dans toutes les travées de la poutre continue et tracer le diagramme des moments.
4. Calculer et tracer le diagramme des efforts tranchants dans la poutre continue.

#### Solution

##### 1. Calcul des moments aux nœuds 1, 2, 3, 4 et 5

Les moments aux nœuds sont calculés par la méthode de Caquot

##### a. Nœud 1 (nœud de rive non prolongé par une console)

##### Longueurs fictives

$$h'_{s1} = 0,8 \cdot h_s = 2,4 \text{ m}$$

$$h'_{i1} = 0,8 \cdot h_i = 3,2 \text{ m}$$

$$l'_{d1} = 0,8 \cdot l_{d1} = 0,8 \cdot 3,45 = 2,76 \text{ m}$$

##### Les raideurs

$$K_{s1} = \frac{I_{s1}}{h'_{s1}} = \frac{0,35 \times 0,35^3}{12 \times 2,4} = 5,211 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{i1} = \frac{I_{i1}}{h'_{i1}} = \frac{0,35 \times 0,35^3}{12 \times 3,2} = 3,908 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{d1} = \frac{I_{d1}}{l'_{d1}} = \frac{0,3 \times 0,35^3}{\frac{12}{2,76}} = 3,884 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 ; D_1 = K_{i1} + K_{s1} + K_{d1} = 13,003 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

**Le moment isostatique dans la travée 1-2 :**

$$M_{d1}^{0u} = \frac{P_{d1}^u \cdot l_{d1}^2}{8,5} = \frac{25,46 \times 2,76^2}{8,5} = 22,817 \text{ kN.m}$$

**Les moments au nœud 1**

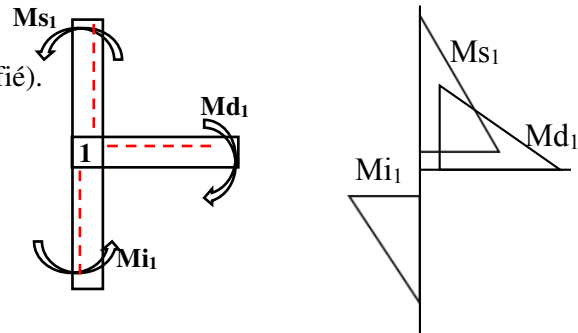
$$M_{d1}^u = M_{d1}^{0u} \cdot \left(1 - \frac{K_{d1}}{D_1}\right) = 22,817 \cdot \left(1 - \frac{3,884}{13,003}\right) = 16,002 \text{ kN.m}$$

$$M_{i1}^u = M_{d1}^{0u} \cdot \frac{K_{i1}}{D_1} = 22,817 \cdot \frac{3,908}{13,003} = 6,858 \text{ kN.m}$$

$$M_{s1}^u = M_{d1}^{0u} \cdot \frac{K_{s1}}{D_1} = 22,817 \cdot \frac{5,211}{13,003} = 9,144 \text{ kN.m}$$

**Equilibre du nœud 1**

$$M_{s1}^u + M_{i1}^u - M_{d1}^u = 0 \text{ (l'équilibre du nœud 1 est vérifié).}$$



**Figure 18.** Equilibre et diagramme des moments au nœud 1

**Nœud 2 (voisin d'un nœud de rive sans console)**

**Longueurs fictives**

$$h'_{i2} = 3,2 \text{ m} , h'_{s2} = 2,4 \text{ m} , l'_{d2} = 0,8 \cdot l_{d2} = 2,8 \text{ m (travée 2-3 est intermédiaire)}$$

$$l'_{g2} = x \cdot l_{g2} \text{ (travée 1-2 est de rive)}$$

$$x = 0,8 \text{ si } K_{i1} + K_{s1} \geq 1,5 \cdot K_{d1}$$

$$x = 1 - \frac{K_{i1} + K_{s1}}{7,5 \cdot K_{d1}} \text{ si } K_{i1} + K_{s1} < 1,5 \cdot K_{d1}$$

$$K_{i1} + K_{s1} = 8,719 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 > 1,5 \cdot K_{d1} = 5,822 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

$$\text{alors } x = 0,8 \text{ et } l'_{g2} = 0,8 \cdot 3,45 = 2,76 \text{ m}$$

**Les raideurs**

$$K_{i2} = K_{i1} = 3,508 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 ; K_{s2} = K_{s1} = 5,211 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

$$K_{g2} = K_{d1} = 3,884 \cdot 10^{-4} \text{m}^3 ; K_{d2} = \frac{I_{d2}}{l'_{d2}} = \frac{0,3 \times 0,35^3}{2,8} = 3,828 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

$$D_2 = K_{i2} + K_{s2} + K_{g2} + K_{d2} = 16,431 \cdot 10^{-4} \text{m}^3$$

**Les moments isostatiques**

$$M_{g2}^{0u} = \frac{P_{g2}^u \cdot l_{g2}'^2}{8,5} = \frac{25,46 \times 2,76^2}{8,5} = 22,817 \text{ kN.m} ; M_{d2}^{0u} = \frac{P_{d2}^u \cdot l_{d2}'^2}{8,5} = \frac{32,25 \times 2,8^2}{8,5} = 29,746 \text{ kN.m}$$

**Les moments au nœud 2**

$$M_{g2}^u = 22,817 \cdot \left(1 - \frac{3,884}{16,431}\right) + 29,746 \cdot \frac{3,884}{16,431} = 24,455 \text{ kN.m}$$

$$M_{d2}^u = 29,746 \cdot \left(1 - \frac{3,828}{16,431}\right) + 22,817 \cdot \frac{3,828}{16,431} = 28,132 \text{ kN.m}$$

$$M_{i2}^u = |22,817 - 29,746| \cdot \frac{3,508}{16,431} = 1,479 \text{ kN.m}$$

$$M_{s2}^u = |22,817 - 29,746| \cdot \frac{5,211}{16,431} = 2,197 \text{ kN.m}$$

**Equilibre du nœud 2**

$$M_{g2}^u + M_{s2}^u + M_{i2}^u - M_{d2}^u = 0$$

(l'équilibre du nœud 2 est vérifié)

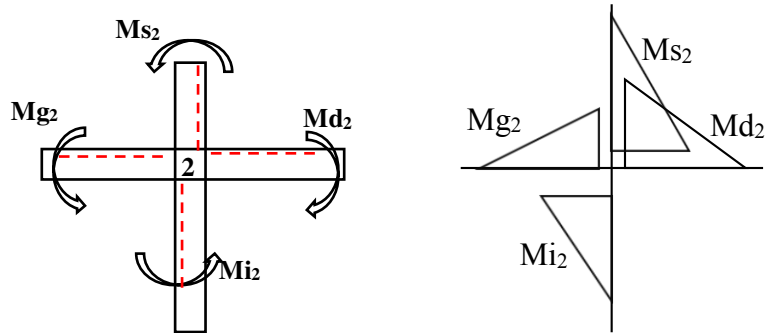


Figure 19. Equilibre et diagramme des moments au nœud 2

**c- Nœud 3 (nœud intermédiaire)**

**Longueurs fictives**

$$h'_{i3} = 3,2 \text{ m} , h'_{s3} = 2,4 \text{ m} , l'_{g3} = 0,8 . l_{g3} = 2,8 \text{ m (travée 2-3 est intermédiaire)}$$

$$l'_{d3} = 0,8 . l_{d3} = 3,36 \text{ m (travée 3-4 est intermédiaire)}$$

**Les raideurs**

$$K_{i3} = 3,508 . 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_{s3} = 5,211 . 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_{g3} = 3,828 . 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{d3} = \frac{0,3 \times 0,35^3}{12} = 3,19 . 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$D_3 = K_{i3} + K_{s3} + K_{g3} + K_{d3} = 15,737 . 10^{-4} \text{ m}^3$$

**Les moments isostatiques**

$$M_{g3}^{0u} = M_{d2}^{0u} = 29,746 \text{ kN.m} ; M_{d3}^{0u} = \frac{18,74 \cdot 3,36^2}{8,5} = 24,89 \text{ kN.m}$$

**Les moments au nœud 3**

$$M_{g3}^u = 29,746 \cdot \left(1 - \frac{3,828}{15,737}\right) + 24,89 \cdot \frac{3,828}{15,737} = 28,565 \text{ kN.m}$$

$$M_{d3}^u = 24,89 \cdot \left(1 - \frac{3,19}{15,737}\right) + 29,746 \cdot \frac{3,19}{15,737} = 25,874 \text{ kN.m}$$

$$M_{i3}^u = |29,746 - 24,89| \cdot \frac{3,508}{15,737} = 1,082 \text{ kN.m}$$

$$M_{s3}^u = |29,746 - 24,89| \cdot \frac{5,211}{15,737} = 1,608 \text{ kN.m}$$

**Equilibre du nœud 3 :**  $M_{s3}^u + M_{d3}^u + M_{i3}^u - M_{g3}^u = 0$  (l'équilibre du nœud 3 est vérifié)

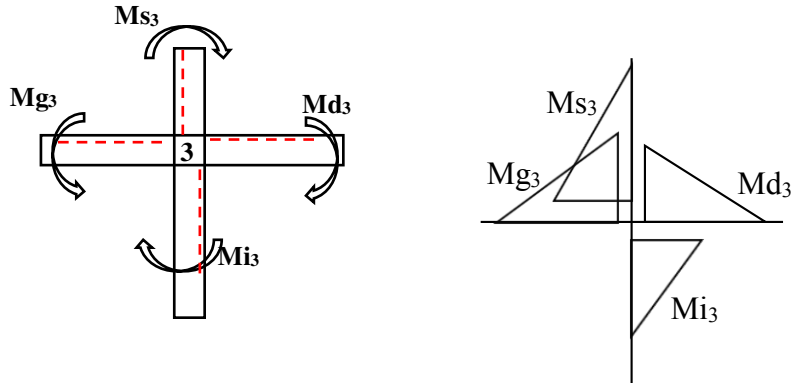


Figure 20. Equilibre et diagramme des moments au nœud 3

#### d- Nœud 4 (voisin d'un nœud de rive avec une console)

##### Longueurs fictives

$$h'_{i4} = 3,2 \text{ m} , h'_{s4} = 2,4 \text{ m} , l'_{g4} = 0,8 \cdot l_{g4} = 3,36 \text{ m} \text{ (travée 3-4 est intermédiaire)}$$

$$l'_{d4} = x \cdot l_{d4} \text{ (travée 4-5 est de rive)}$$

$$K_{i5} + K_{s5} = 8,719 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 > 1,5 \cdot K_{g5} = 1,5 \cdot \frac{0,3 \times 0,35^3}{0,8 \cdot 4,9} = 1,5 \cdot 2,734 \cdot 10^{-4} = 4,102 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$x = 0,8$$

$$l'_{d4} = l'_{g5} = 0,8 \cdot 4,9 = 3,92 \text{ m}$$

##### Les raideurs

$$K_{i4} = 3,508 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_{s4} = 5,211 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{g4} = K_{d3} = 3,19 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_{d4} = \frac{I_{d4}}{l'_{d4}} = \frac{0,3 \times 0,35^3}{4,39} = 2,442 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$D_4 = K_{i4} + K_{s4} + K_{g4} + K_{d4} = 14,361 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

##### Les moments isostatiques

$$M_{g4}^{0u} = M_{d3}^{0u} = 24,89 \text{ kN.m} ; M_{d4}^{0u} = \frac{P_{d4}^u \cdot l_{d4}^2}{8,5} = \frac{45,68 \times 4,39^2}{8,5} = 103,571 \text{ kN.m}$$

**Les moments au nœud 4**

$$M_{g4}^u = M_{g4}^{0u} \cdot \left(1 - \frac{K_{g4}}{D_4}\right) + M_{d4}^{0u'} \cdot \frac{K_{g4}}{D_4} \quad ; \quad M_{d4}^u = M_{d4}^{0u'} \cdot \left(1 - \frac{K_{d4}}{D_4}\right) + M_{g4}^{0u} \cdot \frac{K_{d4}}{D_4}$$

Avec :  $M_{d4}^{0u'} = M_{d4}^{0u} - \frac{1}{2,125} \cdot \frac{K_{g5}}{D_5} \cdot M_{d5}^{0u}$

$$K_{i5} = 3,508 \cdot 10^{-4} m^3 \quad ; \quad K_{s5} = 5,211 \cdot 10^{-4} m^3 \quad ; \quad K_{g5} = 2,734 \cdot 10^{-4} m^3$$

$$D_5 = K_{i5} + K_{s5} + K_{g5} = 11,453 \cdot 10^{-4} m^3$$

$$M_{d5}^{0u} = \frac{P_{d5}^u \cdot l_{d5}^2}{2} = \frac{35,97 \cdot 1,2^2}{2} = 25,898 \text{ kN.m}$$

$$M_{d4}^{0u'} = 103,571 - \frac{1}{2,125} \cdot \frac{2,734}{11,453} \cdot 25,898 = 100,662 \text{ kN.m}$$

$$M_{g4}^u = 24,89 \cdot \left(1 - \frac{3,19}{14,361}\right) + 100,662 \cdot \frac{3,19}{14,361} = 41,721 \text{ kN.m}$$

$$M_{d4}^u = 100,662 \cdot \left(1 - \frac{2,442}{14,361}\right) + 24,89 \cdot \frac{2,442}{14,361} = 87,777 \text{ kN.m}$$

$$M_{i4}^u = |100,662 - 24,89| \cdot \frac{3,508}{14,361} = 18,509 \text{ kN.m}$$

$$M_{s4}^u = |100,662 - 24,89| \cdot \frac{5,221}{14,361} = 27,547 \text{ kN.m}$$

**Equilibre du nœud 4**

$$M_{g4}^u + M_{s4}^u + M_{i4}^u - M_{d4}^u = 0 \text{ (l'équilibre du nœud 4 est vérifié)}$$

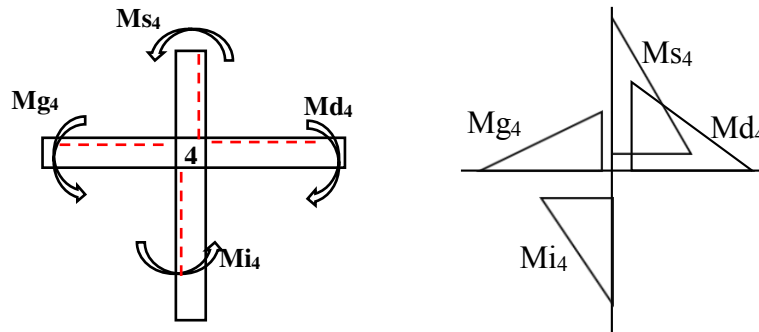


Figure 21. Equilibre et diagramme des moments au nœud 4

**e- Nœud 5 (Nœud de rive prolongé par une console)**

$$K_{i5} = 3,508 \cdot 10^{-4} m^3 \quad ; \quad K_{s5} = 5,211 \cdot 10^{-4} m^3 \quad ; \quad K_{g5} = 2,734 \cdot 10^{-4} m^3$$

$$D_5 = K_{i5} + K_{s5} + K_{g5} = 11,453 \cdot 10^{-4} m^3$$

$$M_{d5}^{0u} = 25,898 \text{ kN.m} \quad ; \quad M_{g5}^{0u} = M_{d4}^{0u} = 103,571 \text{ kN.m}$$

**Moments au nœud 5 :**

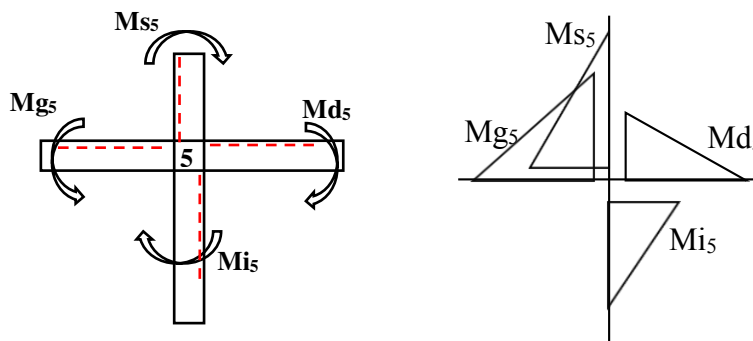
$$M_{d5}^u = M_{d5}^{0u} = 25,898 \text{ kN.m}$$

$$M_{g5}^u = 103,571 \cdot \left(1 - \frac{2,734}{11,453}\right) + 25,898 \cdot \frac{2,734}{11,453} = 85,029 \text{ kN.m}$$

$$M_{i5}^u = |103,571 - 25,898| \cdot \frac{3,508}{11,453} = 23,791 \text{ kN.m}$$

$$M_{s5}^u = |103,571 - 25,898| \cdot \frac{5,221}{11,453} = 35,408 \text{ kN.m}$$

**Equilibre du nœud 5 :**  $M_{s5}^u + M_{i5}^u + M_{d5}^u - M_{g5}^u = 0$  (l'équilibre du nœud 5 est vérifié)



**Figure 22.** Equilibre et diagramme des moments au nœud 5

**3. Les moments aux encastremets et diagramme des moments dans les poteaux du RDC**

Les moments dans les pieds de poteaux encastres dans les fondations sont réduits de moitié des moments en tête de ces poteaux.  $M_{\text{encastrement}} = \frac{M_i}{2}$

$$M_{i1}^u = 6,858 \text{ kN.m} ; M_{\text{enc}(1)} = 3,429 \text{ kN.m}$$

$$M_{i2}^u = 1,479 \text{ kN.m} ; M_{\text{enc}(2)} = 0,74 \text{ kN.m}$$

$$M_{i3}^u = 1,082 \text{ kN.m} ; M_{\text{enc}(3)} = 0,541 \text{ kN.m}$$

$$M_{i4}^u = 18,509 \text{ kN.m} ; M_{\text{enc}(4)} = 9,255 \text{ kN.m}$$

$$M_{i5}^u = 23,791 \text{ kN.m} ; M_{\text{enc}(5)} = 11,896 \text{ kN.m}$$

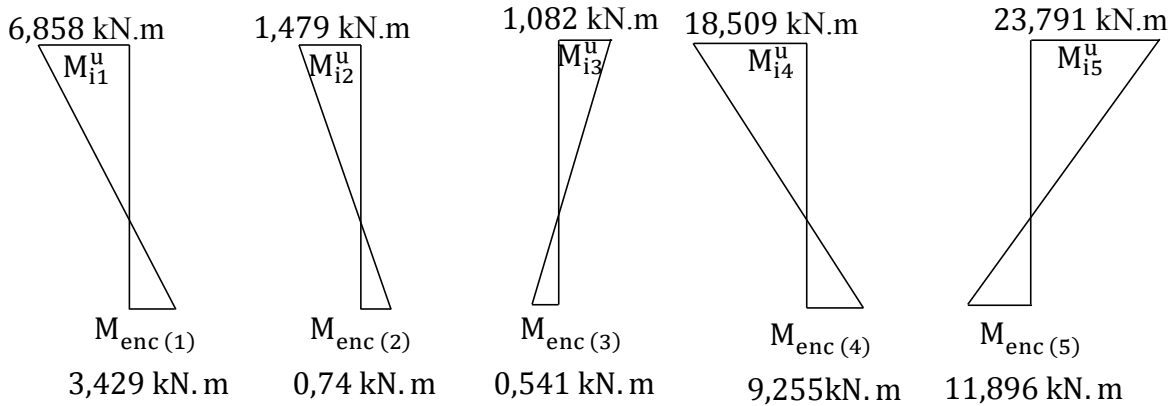


Figure 23. Diagramme des moments dans les poteaux du RDC

#### 4. Les moments max dans les travées de la poutre

##### Travée 1-2

Le moment en travée est évalué en tenant compte des moments d'encastremets :

$$M_{(x)} = M_{0(x)} + M_g \cdot (1 - x/l) + M_d \cdot x/l$$

$$x = \frac{l}{2} - \frac{M_g - M_d}{q \cdot l} = \frac{3,45}{2} - \frac{-16,002 + 24,455}{25,46 \cdot 3,45} = 1,629 \text{ m.}$$

$M_{0(x)}$  est le moment isostatique dû au chargement réparti :

$$M_{0(x)} = \frac{q \cdot x}{2} (l - x) = \frac{25,46 \cdot 1,629}{2} (3,45 - 1,629) = 37,762 \text{ kN.m}$$

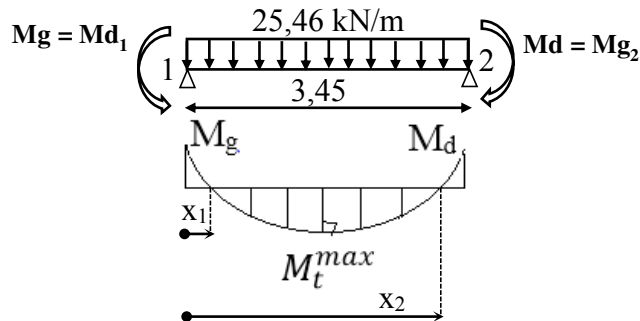


Figure 24. Schéma statique et diagramme des moments dans une poutre uniformément chargée

Le moment maximal en travée  $M_t^{max}$  :

$$M_t^{max} = M_{t(x=1,629)} = 37,762 - 16,002 \cdot \left(1 - \frac{1,629}{3,45}\right) - 24,455 \cdot \frac{1,629}{3,45} = 17,769 \text{ kN.m}$$

Les points du moment nul :  $x_{1,2} = x \pm \sqrt{\frac{2 M_t}{q}}$

$$x_{1,2} = 1,629 \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 17,769}{25,46}} ; \quad x_1 = 0,448 \text{ m et } x_2 = 2,81 \text{ m}$$

**Travée 2-3**

$$x = \frac{3,5}{2} - \frac{-28,132 + 28,565}{32,25 \cdot 3,5} = 1,746 \text{ m}$$

$$M_{0(x)} = \frac{32,25 \cdot 1,746}{2} (3,5 - 1,746) = 49,382 \text{ kN.m}$$

$$M_t^{max} = 49,382 - 28,132 \cdot \left(1 - \frac{1,746}{3,5}\right) - 28,565 \cdot \frac{1,746}{3,5} = 21,034 \text{ kN.m}$$

$$x_{1,2} = 1,746 \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 21,034}{32,25}} ; \quad x_1 = 0,604 \text{ m et } x_2 = 2,888 \text{ m}$$

**Travée 3-4**

$$x = \frac{4,2}{2} - \frac{-25,874 + 41,721}{18,74 \cdot 4,2} = 1,899 \text{ m}$$

$$M_{0(x)} = \frac{18,74 \cdot 1,899}{2} (4,2 - 1,899) = 40,943 \text{ kN.m}$$

$$M_t^{max} = 40,943 - 25,874 \cdot \left(1 - \frac{1,899}{4,2}\right) - 41,721 \cdot \frac{1,899}{4,2} = 7,904 \text{ kN.m}$$

$$x_{1,2} = 1,899 \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 7,904}{18,74}} ; \quad x_1 = 0,98 \text{ m et } x_2 = 2,817 \text{ m}$$

**Travée 4-5**

$$x = \frac{4,9}{2} - \frac{-87,777 + 85,029}{45,68 \cdot 4,9} = 2,462 \text{ m}$$

$$M_{0(x)} = \frac{45,68 \cdot 2,462}{2} (4,9 - 2,462) = 137,094 \text{ kN.m}$$

$$M_t^{max} = 137,094 - 87,777 \cdot \left(1 - \frac{2,462}{4,9}\right) - 85,029 \cdot \frac{2,462}{4,9} = 50,698 \text{ kN.m}$$

$$x_{1,2} = 2,462 \pm \sqrt{\frac{2 \cdot 50,698}{45,68}} ; \quad x_1 = 0,97 \text{ m et } x_2 = 3,95 \text{ m}$$

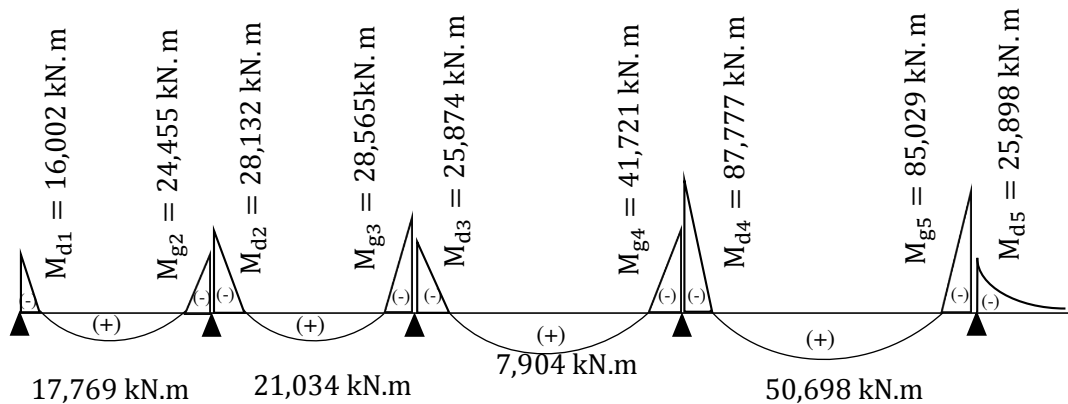


Figure 25. Diagramme des moments dans la poutre continue



5- Efforts tranchants dans la poutre

Travée 1-2

$$V_1 = V_0 - \frac{M_g - M_d}{l} ; V_2 = -V_0 - \frac{M_g - M_d}{l} \text{ avec : } V_0 = \frac{q \cdot l}{2}$$

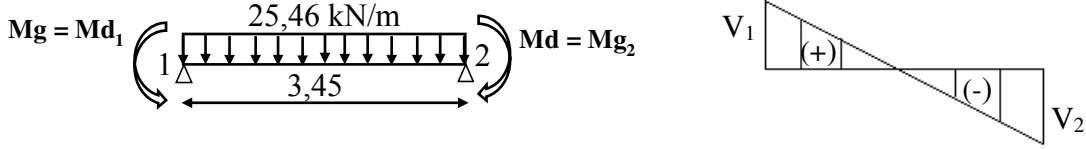


Figure 26. Schéma statique et diagramme des efforts tranchants type d'une poutre uniformément chargée

$$V_1 = \frac{25,46 \cdot 3,45}{2} - \frac{-16,002 + 24,455}{3,45} = 41,468 \text{ kN}$$

$$V_2 = -\frac{25,46 \cdot 3,45}{2} - \frac{-16,002 + 24,455}{3,45} = -46,369 \text{ kN}$$

Travée 2-3

$$V_2 = \frac{32,25 \cdot 3,5}{2} - \frac{-28,132 + 28,65}{3,5} = 56,289 \text{ kN}$$

$$V_3 = -\frac{32,25 \cdot 3,5}{2} - \frac{-28,132 + 28,65}{3,5} = -56,585 \text{ kN}$$

Travée 3-4

$$V_3 = \frac{18,74 \cdot 4,2}{2} - \frac{-25,874 + 41,721}{4,2} = 35,58 \text{ kN}$$

$$V_4 = -\frac{18,74 \cdot 4,2}{2} - \frac{-25,874 + 41,721}{4,2} = -43,127 \text{ kN}$$

Travée 4-5

$$V_4 = \frac{45,68 \cdot 4,9}{2} - \frac{-87,777 + 85,029}{4,9} = 112,477 \text{ kN}$$

$$V_5 = -\frac{45,68 \cdot 4,9}{2} - \frac{-87,777 + 85,029}{4,9} = -111,355 \text{ kN}$$

Console :  $V_5 = \frac{35,97 \cdot 1,2}{2} - \frac{-25,898 + 0}{1,2} = 43,164 \text{ kN}$

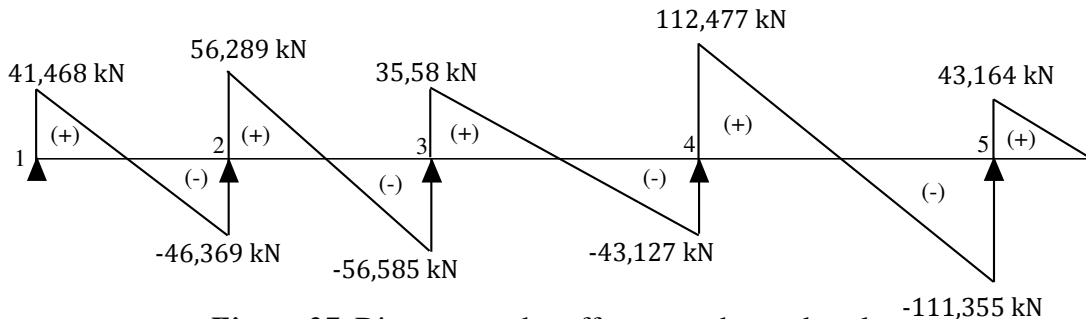


Figure 27. Diagramme des efforts tranchants dans la poutre

# Chapitre 3. Calcul des portiques sous les charges horizontales

## Rappels de cours

### 1. Introduction

Le contreventement d'une structure à ossature autostable, est assuré exclusivement par des portiques, dans les deux directions, capables de reprendre la totalité des efforts dus aux charges verticales et horizontales. Le calcul des rigidités de la structure, sous des charges horizontales (séisme, vent) se fera en utilisant la méthode de KIYOSHI MUTO. Cette méthode proposée par la réglementation parasismique japonaise se prête bien pour les portiques sollicités par des efforts horizontaux. Elle est basée sur la notion de rigidité de niveau d'étage.

### 2. Rigidité relative d'un poteau

L'effort tranchant sismique du niveau  $j$  est nommé  $V_j$  et est distribué sur les différents portiques en fonction de leur rigidité (méthode de Muto).

$$R' = a \cdot R$$

$R'$  : rigidité relative d'un poteau corrigée au sens de « Muto »

$a$  : coefficient correcteur qui tient en compte la flexibilité des poutres

$R$  : la rigidité théorique d'un poteau parfaitement encastres (ou bien poutres infiniment rigides).

$$R = \frac{12 EI}{h_e^3} \text{ (poteau bi-encasté)}$$

$$R = \frac{3 EI}{h_e^3} \text{ (poteau bi-articulé)}$$

$E$  : module d'élasticité du béton armé.

$I$  : inertie du poteau dans la direction considéré.

$h_e$  : hauteur du poteau considéré

### 2.1. Calcul des raideurs des poteaux et des poutres

$$K_{\text{poteau}} = \frac{I}{h_e} ; \quad K_{\text{poutre}} = \frac{I}{L}$$

$I$  : inertie de l'élément considéré (poteau ou poutre).

$h_e$  : hauteur du poteau considéré.

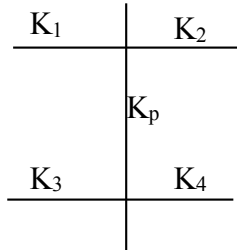
$L$  : portée de la poutre considérée.

## 2.2. Calcul des coefficients $\bar{K}$ relatifs aux portiques transversaux et longitudinaux

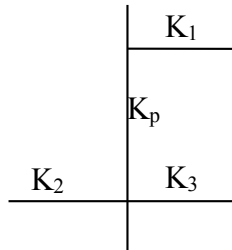
### a) Etage courant

D'une manière générale :  $\bar{K} = \frac{\sum K_i \text{ (poutres inférieures et supérieures)}}{2 K_{poteau}}$

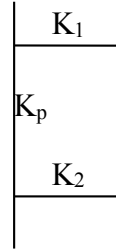
Exemples :



$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + K_3 + K_4}{2 K_p}$$



$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2 + K_3}{2 K_p}$$

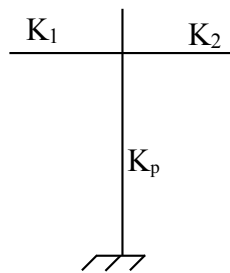


$$\bar{K} = \frac{K_1 + K_2}{2 K_p}$$

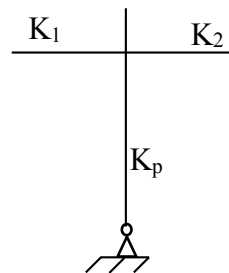
### b) Premier niveau

D'une manière générale :  $\bar{K} = \frac{\sum K_i \text{ (poutres supérieures)}}{K_{poteau}}$

Exemples :  $\bar{K} = \frac{K_1 + K_2}{K_p}$



Encastrement



Articulation

## 2.3. Calcul du coefficient correcteur « a »

Etage courant :  $a = \frac{\bar{K}}{2 + \bar{K}}$

Premier niveau (RDC) :

$$\text{Poteau encastré : } a = \frac{0,5 + \bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

$$\text{Poteau articulé : } a = \frac{0,5 \cdot \bar{K}}{1 + 2\bar{K}}$$

### 3. Rigidité relative d'un portique et rigidité relative du niveau

La rigidité relative d'un portique est la somme des rigidités relatives des poteaux qui le constituent.

*Portique longitudinal (// au sens x-x) du niveau j*:  $R_{jx} = \sum_{i=1}^{i=m} a_i \cdot \frac{12 E I_i}{h_j^3}$  avec :  $I_i$  : inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau « i » parallèle à l'axe y.

*Portique transversal (// au sens y-y) du niveau* :  $R_{jy} = \sum_{i=1}^{i=m} a_i \cdot \frac{12 E I_i}{h_j^3}$  avec :  $I_i$  : inertie par rapport à l'axe passant par le centre de gravité de la section du poteau « i » parallèle à l'axe x.

La rigidité relative d'un niveau dans un sens (longitudinal ou transversal) est la somme des rigidités relatives des portiques de ce niveau dans le sens de calcul.

$$RRN = \sum R_{portiques}$$

### 4. Centre de torsion (C) et rigidité à la torsion à un étage (j)

Les coordonnées du centre de rigidité :  $x_c = \frac{\sum R_{portique j} \cdot x_i}{\sum R_{portique j}}$  ;  $y_c = \frac{\sum R_{portique i} \cdot y_j}{\sum R_{portique i}}$

$R_{portique i}$  et  $R_{portique j}$  sont les portiques parallèles aux axes x et y, respectivement.

L'excentricité entre le centre de torsion C et le centre de masses G engendre une torsion dont le moment est égal à :  $M_{tx,y} = V_j \cdot e_{x,y}$

La rigidité à la torsion de l'étage « j » notée  $R_{j\theta}$  est donnée par :

$$R_{j\theta} = \sum_{t=1}^k R_{jt} X_t^2 + \sum_{l=1}^m R_{jl} Y_l^2$$

$X_t$  est la distance d'un portique transversal à l'axe CY.

$Y_l$  est la distance d'un portique longitudinal à l'axe CX.

### 5. Effort repris par chaque portique et par chaque poteau

$$V_{portique}^j = V_j \cdot \frac{R_{portique}}{RRN_{x(ou)y}} + V_j \cdot e \cdot \frac{R_{portique} \cdot X(ou)Y_{portique}}{R_\theta}$$

$$R_\theta = \sum R_{xi} \cdot y_i^2 + \sum R_{yi} \cdot x_i^2$$

$x_i$  : abscisse d'un portique transversal (//y) à l'axe CY.

$y_j$  : ordonnée d'un portique longitudinal (//x) à l'axe CX.

$V_j$  : effort tranchant au niveau de l'étage j.

$$V_{poteau} = V_{portique}^j \cdot \frac{R_{poteau}}{R_{portique}}$$

### 6. Effort tranchant sismique $V_j$ à chaque niveau du bâtiment

L'effort tranchant au niveau de l'étage j :  $V_j = F_t + \sum_j^n F_j$

$$F_t = \begin{cases} 0 & \text{si } T \leq 0,7 \text{ (s)} \\ 0,07 T V & \text{si } T > 0,7 \text{ (s)} \end{cases}$$

$$F_t \leq 0,25 V$$

V : effort tranchant sismique à la base du bâtiment, se calcule suivant l'article 4.2.3 du RPA 99/2003

T : période fondamentale de la structure (se calcule en suivant l'article 4.2.4 du RPA 99/2003).

F<sub>j</sub> : force sismique à chaque niveau du bâtiment.

$$F_j = \frac{(V - F_t) W_j \cdot h_j}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot h_i}$$

W<sub>j</sub> : Poids du niveau j. W<sub>j</sub> = W<sub>Gj</sub> + β W<sub>Qj</sub>

W<sub>Gj</sub> : poids dû aux charges permanentes.

W<sub>Qj</sub> : Poids dû aux charges d'exploitation.

β : coefficient de pondération, fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation (tableau 4.5 du RPA).

h<sub>j</sub> : hauteur de l'étage j mesurée par rapport à la base du bâtiment.

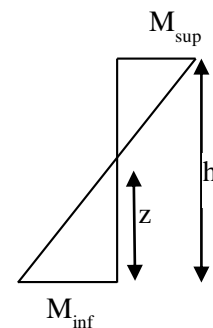
### 7. Moments de flexion dans les poteaux et les poutres

Les moments en pied et en tête du poteau sont calculés par les expressions :

$$M_{sup} = V_{pot} \cdot (h-z)$$

$$M_{inf} = V_{pot} \cdot z$$

$$z = y \cdot h \quad \text{Avec : } y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$$



y<sub>0</sub> : Coefficient qui dépend de la nature de la charge horizontale et est une valeur à lire dans le tableau III-1 en page 53 du livre Amar CHANTI (Annexe) ou à calculer par interpolation si la valeur de  $\bar{k}$  n'existe pas dans le tableau.

$$y_0 = f(\text{Nombre de niveaux ; numéro du niveau ; } \bar{k})$$

y<sub>1</sub> : Coefficient de correction dû à la variation de la raideur des poutres supérieures par rapport aux poutres inférieures est une valeur à lire dans le tableau III-3 en page 57 (Annexe)

$$y_1 = f(\alpha_1 ; \bar{k}) \quad \text{avec } \alpha_1 = \frac{\sum K_{sup}}{\sum K_{inf}}$$

y<sub>2</sub>, y<sub>3</sub> : Coefficients de correction dus à la variation de la hauteur d'étage supérieur et inférieur par rapport au poteau considéré, respectivement. Valeurs à lire dans le tableau III-4 en page 57 (Annexe).

$$y_2 = f(\alpha_2 ; \bar{k}) \quad \text{avec : } \alpha_2 = \frac{h_{sup}}{h_{pot}}$$

$$y_3 = f(\alpha_3 ; \bar{k}) \quad \text{avec : } \alpha_3 = \frac{h_{inf}}{h_{pot}}$$

*Moments de flexion dans les poutres*

$$M_d = \frac{K_d}{K_d + K_g} (M_s + M_i) \quad ; \quad M_g = \frac{K_g}{K_d + K_g} (M_s + M_i)$$

K<sub>d</sub> et K<sub>g</sub> sont les raideurs des travées de droite et de gauche du nœud considéré.

## Exercices corrigés

### Exercice 1. Rigidité relatives et centre de rigidité

Soit la maison individuelle représentée sur la figure ci-dessous. La maison est contreventée par portiques autostables.

Données :  $H_{\text{étage}} = 3 \text{ m}$ , poteaux  $30 \times 30 \text{ cm}^2$ , poutres  $30 \times 30 \text{ cm}^2$ ,  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ .

Calculer : 1. La rigidité relative du poteau C-2.

2. La rigidité relative des portiques C et 2.

3. Les coordonnées du centre de torsion et l'excentricité si le centre de masse est au centre de la maison (à  $L/2$ ).

4. La rigidité relative du niveau

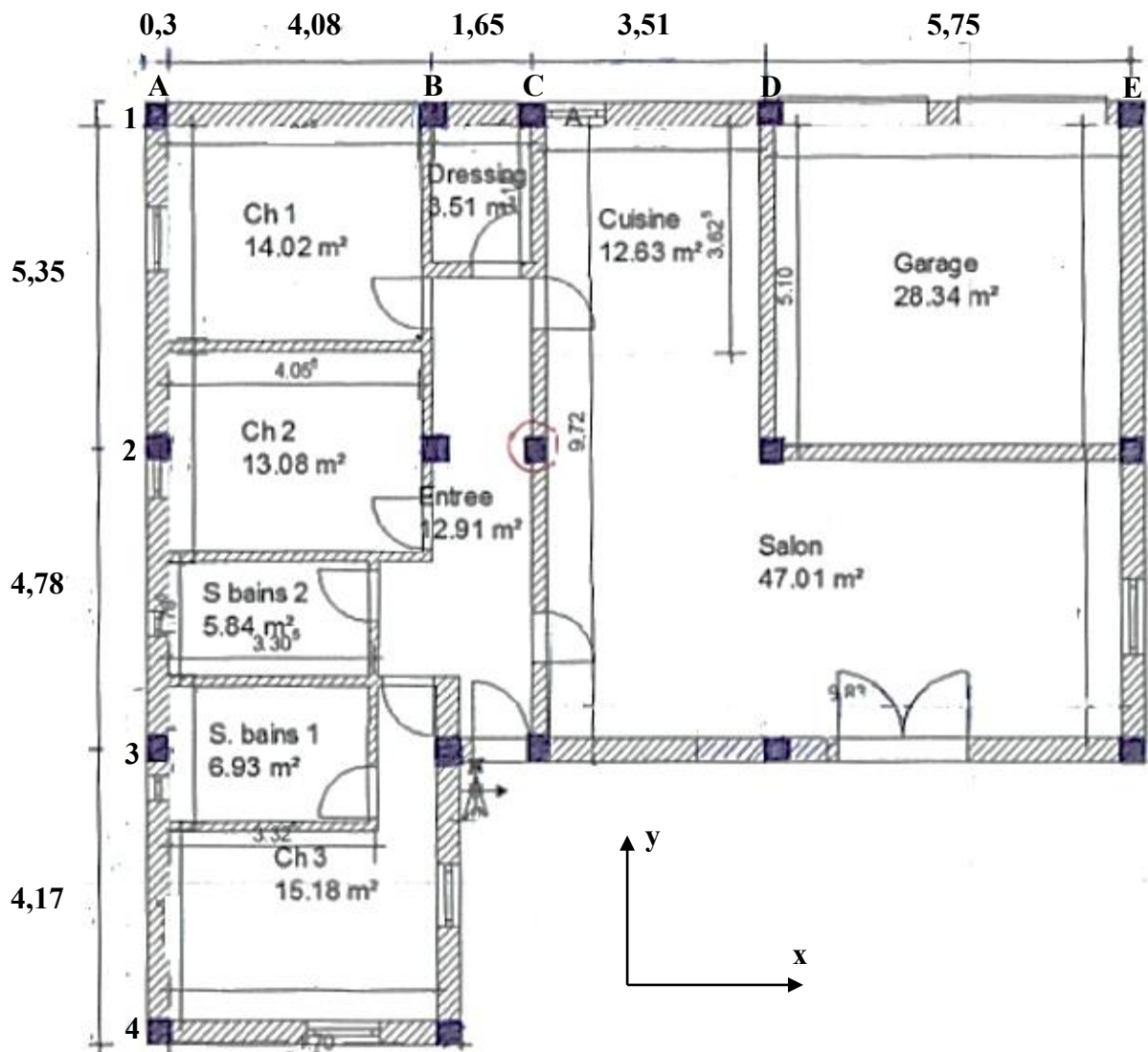


Figure 28. Plan architectural d'une maison en portiques autostables

**Solution**

**1. Rigidité relative du poteau C-2**

La rigidité relative d'un poteau est  $R' = a \cdot R$

$a$  : coefficient correctif qui tient en compte la flexibilité des poutres aux extrémités des poteaux

$$a = \frac{0,5 + \bar{k}}{2 + \bar{k}} \text{ et } \bar{k} = \frac{\sum k_{poutres}}{k_{pot}} \quad (\text{Poteau du RDC encastré dans la fondation})$$

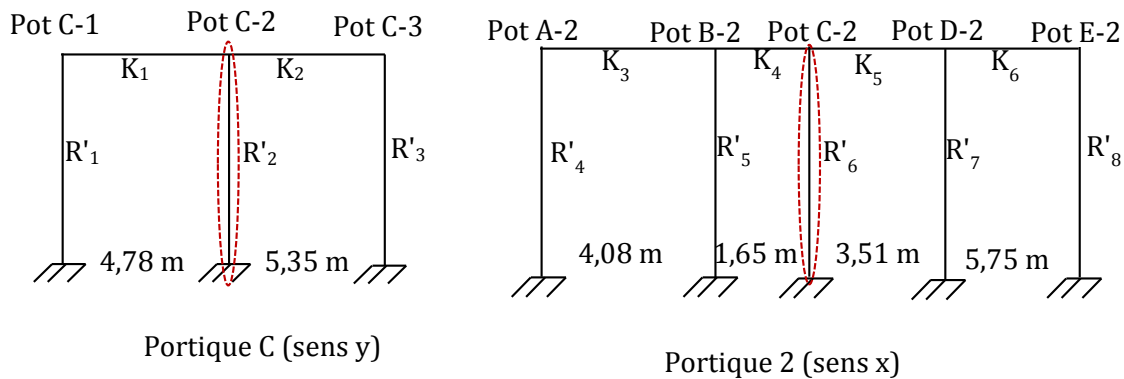
$$K_{pot} = \frac{I_{pot}}{h_{pot}} = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_{poutre} = \frac{I_{poutre}}{L_{poutre}} ; L_{poutre} \text{ est prise entre axes.}$$

$$\text{La rigidité théorique } R = \frac{12EI_{pot}}{h^3} = 3,246 \text{ MN/m}$$

$$\text{Avec : } E = 3700 \cdot \sqrt[3]{(f_{c28})} = 1,082 \cdot 10^4 \text{ MPa} ; f_{c28} = 25 \text{ MPa} , I_{pot} = 6,75 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$$

Le calcul de la rigidité relative du poteau se fait dans les deux sens  $x$  et  $y$



**Figure 29.** Schéma de repérage du poteau C-2

$$\text{Sens } y : K_{pot} = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_1 = 1,412 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_2 = 1,262 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\bar{k} = \frac{1,412 + 1,262}{2,25} = 1,188 ; a = \frac{0,5 + 1,188}{2 + 1,188} = 0,529$$

$$R' = 0,529 \cdot 3,246 = 1,717 \text{ MN/m}$$

$$\text{Sens } x : K_{pot} = 2,25 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_4 = 4,091 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; K_5 = 1,923 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\bar{k} = \frac{4,091 + 1,923}{2,25} = 2,673 ; a = \frac{0,5 + 2,673}{2 + 2,673} = 0,679$$

$$R' = 0,679 \cdot 3,246 = 2,204 \text{ MN/m.}$$

## 2. Rigidités relatives des portiques C et 2

La rigidité relative du portique est la somme des rigidités relatives des poteaux qui le constituent

$$R_C = R'_1 + R'_2 + R'_3 \quad R_2 = R'_4 + R'_5 + R'_6 + R'_7 + R'_8$$

Les calculs sont résumés dans les tableaux ci-dessous.

**Tableau 3.** Rigidité relative du portique C

Poteau	$k_{pot} (10^{-4})$	$\Sigma k_{poutres} (10^{-4})$	$\bar{k}$	a	R (MN/m)	R' (MN/m)	R <sub>c</sub> (MN/m)
C-1	2,25	$k_1 = 1,412$	0,628	0,429	3,246	1,393	4,455
C-2		$k_1+k_2 = 2,674$	1,188	0,529		1,717	
C-3		$k_2 = 1,262$	0,561	0,414		1,345	

**Tableau 4.** Rigidité relative du portique 2

Poteau	$k_{pot} (10^{-4})$	$\Sigma k_{poutres} (10^{-4})$	$\bar{k}$	a	R (MN/m)	R' (MN/m)	R <sub>2</sub> (MN/m)
A-2	2,25	$K_3 = 1,654$	0,735	0,452	3,246	1,467	8,969
B-2		$K_3+k_4 = 5,745$	2,553	0,671		2,178	
C-2		$K_4+k_5 = 6,014$	2,673	0,679		2,204	
D-2		$K_5+k_6 = 3,097$	1,376	0,556		1,805	
E-2		$K_6 = 1,174$	0,522	0,405		1,315	

## 3. Coordonnées du centre de torsion et excentricité par rapport au centre de masse

$$X_C = \frac{\Sigma R_{portiques//y} \cdot x_i}{\Sigma R_{portiques//y}} ; \quad Y_C = \frac{\Sigma R_{portiques//x} \cdot y_i}{\Sigma R_{portiques//x}}$$

$x_i$  et  $y_i$ : Abscisse et ordonnée du portique 'i' par rapport à un repère choisit. On prend le point A-4 comme origine des axes x et y.

Calcul des rigidités des portiques parallèles au sens x

$$R_1 = R_2 = R_3 = 8,969 \text{ MN/m}$$

$$R_4 = 2 \cdot a \cdot 3,246 = 2,934 \text{ MN/m} ; \text{ avec } a = 0,452$$

$$\Sigma R_{portiques//x} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 29,841 \text{ MN/m}$$

Calcul des rigidités des portiques parallèles au sens y

$$R_A = R_{A-1} + R_{A-2} + R_{A-3} + R_{A-4}$$

$$\text{Poteau A-1 : } \bar{K} = 0,72, a = 0,449 ; R_{A-1} = 1,456 \text{ MN/m}$$



Poteau A-2 :  $\bar{K}=1,347$ ,  $a = 0,552$  ;  $R_{A-2} = 1,791$  MN/m

Poteau A-3 :  $\bar{K}=1,188$ ,  $a = 0,529$  ;  $R_{A-3} = 1,719$  MN/m

Poteau A-4 :  $\bar{K}=0,561$ ,  $a = 0,414$  ;  $R_{A-4} = 1,345$  MN/m

$R_A = R_B = 6,311$  MN/m

$R_C = R_D = R_E = 4,455$  MN/m

$$\sum R_{portiques//y} = R_A + R_B + R_C + R_D + R_E = 25,987 \text{ MN/m}$$

**AN :**

$$X_C = \frac{(R_A \cdot 0) + (R_B \cdot 4,08) + (R_C \cdot 5,73) + (R_D \cdot 9,24) + (R_E \cdot 14,99)}{R_A + R_B + R_C + R_D + R_E} \Rightarrow \boxed{X_C = 6,127 \text{ m}}$$

$$Y_C = \frac{(R_1 \cdot 14,3) + (R_2 \cdot 8,95) + (R_3 \cdot 4,17) + (R_4 \cdot 0)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \Rightarrow \boxed{Y_C = 8,241 \text{ m}}$$

**Les excentricités 'ex' et 'ey'**

On a :  $X_G = L_x/2 = 14,99/2 = 7,495$  m

$Y_G = L_y/2 = 14,3/2 = 7,15$  m

$ex = \max(|X_C - X_G| ; 5\% L_x) = \max(|6,127 - 7,495| ; 0,05 \cdot 14,99) = \max(1,368 ; 0,7495)$  (m)

**ex = 1,368 m = e théorique**

$ey = \max(|Y_C - Y_G| ; 5\% L_y) = \max(|8,241 - 7,15| ; 0,05 \cdot 14,3) = \max(1,091 ; 0,715)$  (m)

**ey = 1,091 m = e théorique**

4. Rigidité relative du niveau

$$RRN//x = \sum R_{portiques//x} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = 29,841 \text{ MN/m}$$

$$RRN//y = \sum R_{portiques//y} = R_A + R_B + R_C + R_D + R_E = 25,987 \text{ MN/m}$$

## Exercice 2. Distribution horizontale et verticale de l'effort sismique

Un bâtiment à usage d'habitation composé d'un RDC et de trois étages identiques est contreventé dans les deux sens par des portiques autostables. Le poids du plancher RDC est de 150 t, le poids des planchers courants est de 180 t, le poids du plancher terrasse est de 195 t.

- Si on admet que l'effort tranchant sismique à la base du bâtiment est de 102,45 t, calculer la force sismique et l'effort tranchant à chaque niveau.

Données :  $T=0,5$  secondes,  $h_{RDC} = 3,60$  m,  $h_{étages} = 3,06$  m.

**Solution**

**1. Distribution verticale de la force sismique**

$$F_j = \frac{(V - F_t) W_j \cdot h_j}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot h_i}$$

$F_t = 0$  ( $T < 0,7$  s)

$h_4 = 3,6 + (3 \cdot 3,06) = 12,78$  m

$h_3 = 3,6 + (2 \cdot 3,06) = 9,72$  m

$h_2 = 3,6 + 3,06 = 6,66$  m

$h_1 = 3,6$  m

$$F_4 = \frac{(102,45 - 0) 195 \cdot 12,78}{(195 \cdot 12,78) + (180 \cdot 9,72) + (180 \cdot 6,66) + (150 \cdot 3,6)}$$

**$F_4 = 42,69$  t**

$$F_3 = \frac{(102,45 - 0) 180 \cdot 9,72}{(195 \cdot 12,78) + (180 \cdot 9,72) + (180 \cdot 6,66) + (150 \cdot 3,6)}$$

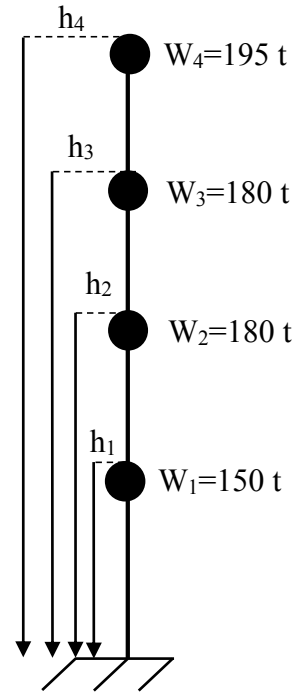
**$F_3 = 29,97$  t**

$$F_2 = \frac{(102,45 - 0) 180 \cdot 6,66}{(195 \cdot 12,78) + (180 \cdot 9,72) + (180 \cdot 6,66) + (150 \cdot 3,6)}$$

**$F_2 = 20,54$  t**

$$F_1 = \frac{(102,45 - 0) 150 \cdot 3,6}{(195 \cdot 12,78) + (180 \cdot 9,72) + (180 \cdot 6,66) + (150 \cdot 3,6)}$$

**$F_1 = 9,25$  t**



*Figure 30.* Distribution des masses et hauteur de chaque niveau

**2. Distribution verticale de la force sismique**

$$V_j = F_t + \sum_j^n F_j$$

**$V_4 = F_4 = 42,69$  t**

**$V_3 = F_4 + F_3 = 72,66$  t**

**$V_2 = F_4 + F_3 + F_2 = 93,2$  t**

**$V_1 = F_4 + F_3 + F_2 + F_1 = 102,45$  t = V** à la base du bâtiment

### Exercice 3. Sollicitations dans les éléments du portique

Soit la maison individuelle de l'exercice 1. Toutes les données et les résultats de calcul de l'exercice 1 sont à nouveau des données pour l'exercice 2.

L'effort tranchant à la base de la maison dû à l'action sismique dans le sens x est de l'ordre de 75,5 tonnes et dans le sens y de l'ordre de 105 tonnes.

Calculer : 1. l'effort repris par chaque portique.

2. l'effort tranchant dans chaque poteau du portique C.

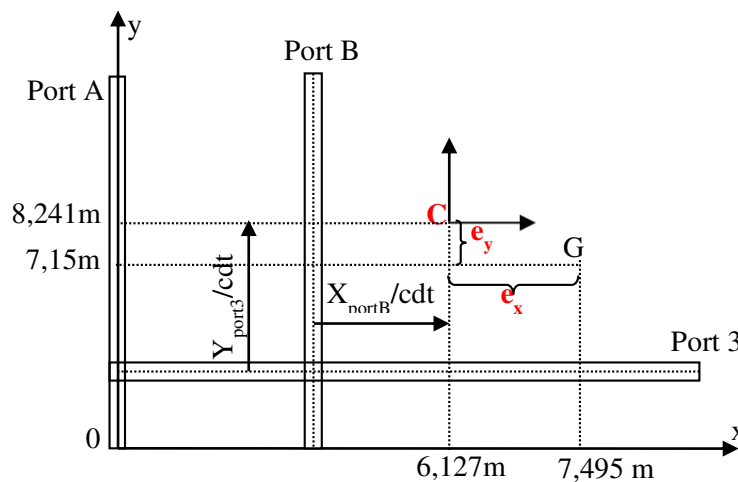
3. les moments dans les poteaux et les poutres du portique C.

**Solution :**

#### 1. Effort repris par chaque portique.

$$V_{\text{portique } i} = V_{\text{étage}/i} \cdot \left( \frac{R_i}{\sum R_{\text{portiques}/i}} + e_{x,y} \cdot \frac{R_i}{R_\theta} \cdot X, Y_{\text{port } i/\text{cdt}} \right)$$

$X, Y_{\text{port } i/\text{cdt}}$  : On donne un exemple, par schématisation, du calcul de l'abscisse du portique 'B' et l'ordonnée du portique '3' par rapport au centre de torsion



**Figure 31.** Coordonnées du portique '3' par rapport au centre de torsion

Calcul de  $R_\theta$

$$R_\theta = \sum_{i=1}^4 R_{xi} \cdot y_i^2 + \sum_{j=1}^5 R_{yj} \cdot x_j^2$$

$x_i$  est l'abscisse d'un portique transversal (//y) à l'axe CY

$y_j$  est l'ordonnée d'un portique longitudinal (//x) à l'axe CX

$$R_{\theta} = (8,969 \cdot 6,059^2) + (8,969 \cdot 0,709^2) + (8,969 \cdot (-4,071)^2) + (2,934 \cdot (-8,241)^2) + (6,311 \cdot (-6,127)^2) + (6,311 \cdot (-2,047)^2) + (4,455 \cdot (-0,397)^2) + (4,455 \cdot 3,113^2) + (4,455 \cdot 8,863^2) = 1338,64 \text{ MN.m}$$

*Calcul de l'effort tranchant dans les portiques parallèles au sens x*

Exemple :  $V_{\text{portique } 1} = V_x \cdot \left( \frac{R_1}{\sum R_{\text{portiques//x}}} + e_y \cdot \frac{R_1}{R_{\theta}} \cdot Y_{\text{port } 1/\text{cdt}} \right)$

Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

**Tableau 5.** Effort tranchant dans les portiques parallèles au sens x

Portique	$V_x$ (t)	$R_{\text{portique}}$ (MN/m)	$\sum R_{\text{portiques//x}}$	$e_y$ (m)	$R_{\theta}$ (MN.m)	$Y_{\text{port/cdt}}$ (m)	$V_{\text{portique}}$ (t)
1	75,5	8,969	29,841	1,091	1338,64	6,059	26,036
2		8,969				0,709	23,08
3		8,969				-4,071	22,69
4		4,934				-8,241	12,48

*Calcul de l'effort tranchant dans les portiques parallèles au sens y*

Exemple :  $V_{\text{portique } A} = V_y \cdot \left( \frac{R_A}{\sum R_{\text{portiques//y}}} + e_x \cdot \frac{R_A}{R_{\theta}} \cdot X_{\text{port } A/\text{cdt}} \right)$

Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant :

**Tableau 6.** Effort tranchant dans les portiques parallèles au sens y

Portique	$V_y$ (t)	$R_{\text{portique}}$ (MN/m)	$\sum R_{\text{portiques//y}}$	$e_x$ (m)	$R_{\theta}$ (MN.m)	$X_{\text{port/cdt}}$ (m)	$V_{\text{portique}}$ (t)
A	105	6,311	25,987	1,368	1338,64	-6,127	25,5
B		6,311				-2,047	25,5
C		4,455				-0,397	18
D		4,455				3,113	19,45
E		4,455				8,863	22,24

**Remarque :**

Plus la distance qui sépare un portique du centre de torsion est importante plus l'effet de la rotation est important. Si cette distance est négative, l'effort de rotation le sera aussi ce qui nécessite de le négliger selon le RPA 99/2003.

**2. Effort tranchant dans chaque poteau du portique C.**

$$V_{\text{pot C-1}} = V_{\text{portique c}} \cdot \frac{R_{\text{pot C-1}}}{R_c} = 18 \cdot \frac{1,399}{4,455} = 5,65 \text{ t}$$

$$V_{\text{pot C-2}} = V_{\text{portique c}} \cdot \frac{R_{\text{pot C-2}}}{R_c} = 18 \cdot \frac{1,717}{4,455} = 6,937 \text{ t}$$

$$V_{\text{pot C-3}} = V_{\text{portique c}} \cdot \frac{R_{\text{pot C-3}}}{R_c} = 18 \cdot \frac{1,345}{4,455} = 5,43 \text{ t}$$

**3. Moments dans les poteaux et les poutres du portique C.**

*Moments dans les poteaux C-1, C-2 et C-3*

$$M_{\text{sup}} = V_{\text{pot}} \cdot (h-z) ; M_{\text{inf}} = V_{\text{pot}} \cdot z \quad \text{avec : } z=y \cdot h \quad \text{et } y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$$

**Poteau C-1 :  $\bar{k} = 0,628$**

Calcul de y :

$$y_0 = f(\text{Nombre de niveaux ; numéro du niveau ; } \bar{k} = 0,628) = 0,6$$

$$y_1 = f(\alpha_1 ; \bar{k} = 0,628) = 0$$

$$y_2 = f(\alpha_2 ; \bar{k} = 0,628) = 0$$

$$y_3 = f(\alpha_3 ; \bar{k} = 0,628) = 0$$

$$y = 0,6 \Rightarrow z = 0,6 \cdot 3 = 1,8 \text{ m}$$

$$M_{\text{sup}} = 5,65 \cdot (3-1,8) = 6,78 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{inf}} = 5,65 \cdot 1,8 = 10,17 \text{ t.m}$$

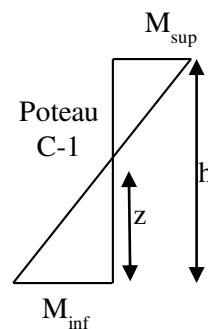


Figure 32. Représentation d'un diagramme type des moments dans un poteau

**Poteau C-2 :  $\bar{k} = 1,188$**

$$y_0 = 0,55 ; y_1 = y_2 = y_3 = 0$$

$$y = 0,55 \Rightarrow z = 0,55 \cdot 3 = 1,65 \text{ m}$$

$$M_{\text{sup}} = 6,937 \cdot (3-1,65) = 9,365 \text{ t.m}$$

$$M_{\text{inf}} = 6,937 \cdot 1,65 = 11,446 \text{ t.m}$$

**Poteau C-3 :  $\bar{k}=0,561$**

La valeur de  $\bar{k}=0,561$  n'existe pas sur le tableau III-1 de l'annexe, la lecture directe de la valeur de  $y_0$  ne peut se faire dans ce cas, il faut la calculer par interpolation linéaire.

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{(x_1 - x_0)} \cdot (x - x_0) ; y_0 = 0,6195$$

$$y_1 = y_2 = y_3 = 0$$

$$y = 0,6195 \Rightarrow z = 0,6195 \cdot 3 = 1,859 \text{ m}$$

$$M_{\text{sup}} = 5,43 \cdot (3 - 1,859) = \mathbf{6,2 \text{ t.m}}$$

$$M_{\text{inf}} = 5,43 \cdot 1,859 = \mathbf{10,09 \text{ t.m}}$$

**Moments dans les poutres du portique C**

Au niveau du nœud 1, la poutre 1-2 équilibre le poteau C-1.

Au niveau du nœud 2, les poutres 1-2 et 2-3 équilibrent le poteau C-2.

Au niveau du nœud 3, la poutre 2-3 équilibre le poteau C-3.

$$K_1 = 1,412 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$K_2 = 1,262 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

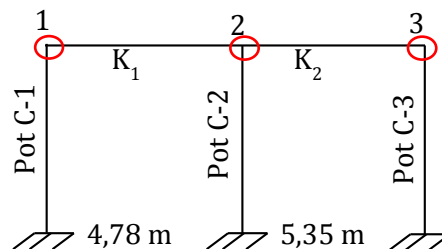


Figure 33. Repérage des éléments du portique C

$$\text{Au nœud 1 : } M_{d1} = \frac{K_1}{K_1} \left( M_{\text{pot C-1}}^{\text{sup}} \right) = \mathbf{6,78 \text{ t.m}}$$

$$\text{Au nœud 2 : } M_{g2} = \frac{K_1}{K_1 + K_2} \left( M_{\text{pot C-2}}^{\text{sup}} \right) = \frac{1,412}{1,262 + 1,412} \cdot 9,365 = \mathbf{4,945 \text{ t.m}}$$

$$M_{d2} = \frac{K_2}{K_1 + K_2} \left( M_{\text{pot C-2}}^{\text{sup}} \right) = \frac{1,262}{1,262 + 1,412} \cdot 9,365 = \mathbf{4,42 \text{ t.m}}$$

$$\text{Au nœud 3 : } M_{g3} = \frac{K_2}{K_2} \left( M_{\text{pot C-3}}^{\text{sup}} \right) = \mathbf{6,2 \text{ t.m}}$$

---

# Chapitre 4. Dispositions réglementaires relatives aux poteaux et poutres

---

## Rappels de cours

---

### 1. Introduction

Une construction à ossature autostable résiste aux charges gravitaires et sismique grâce à ses éléments porteurs principaux, constitués de portiques de contreventement. Pour cela, ces éléments doivent être suffisamment dimensionnés et ferrailés pour qu'ils puissent reprendre les différentes sollicitations. Outre les combinaisons d'actions prescrites par le BAEL, les combinaisons accidentelles à considérer pour la détermination des sollicitations et des déformations de calcul sont fixées par le RPA 99/2003. Les calculs doivent être menés avec :

- 1,35 G + 1,5 Q (poteau et poutre)
- G+Q ± 1,2 E (poteau de portique autostable seulement)
- G+Q ± E (poteau et poutre)
- 0,8G ± E (poteau et poutre)

### 2. Ferrailage des poteaux

#### 2.1. Armatures longitudinales

Les armatures longitudinales doivent être à haute adhérence, droites et sans crochets.

- Leur pourcentage minimal est de :
  - 0,7% en zone I
  - 0,8% en zone II<sub>a</sub>
  - 0,9% en zone II<sub>b</sub> et III
- Leur pourcentage maximal est de 4% en zone courante et de 6% en zone de recouvrement.
- Le diamètre minimum est de 12mm.
- La longueur minimale des recouvrements est de 40Ø en zone I et II<sub>a</sub> et de 50Ø en zone II<sub>b</sub> et III.
- La distance entre les barres verticales dans une face du poteau ne doit pas dépasser 25 cm en zone I et II<sub>a</sub> et 20 cm en zone II<sub>b</sub> et III.

#### 2.2. Armatures transversales

Les armatures transversales des poteaux sont calculées à l'aide de la formule :  $\frac{A_t}{t} = \frac{\rho_a \cdot V_u}{h_1 \cdot f_e}$

V<sub>u</sub> : effort tranchant de calcul.

h<sub>1</sub> : hauteur totale de la section brute.

---

$f_e$  : contrainte limite élastique de l'acier d'armature transversale.

$\rho_a$  : coefficient correcteur qui tient compte du mode fragile de la rupture par effort tranchant.

$$\rho_a = 2,50 \text{ si } \lambda_g \geq 5$$

$$\rho_a = 3,75 \text{ si } \lambda_g < 5$$

$t$  : espacement des armatures transversales.

**Dans la zone nodale :**

$$t \leq \text{Min} (10 \varnothing_1^{\text{min}}, 15\text{cm}) \text{ en zone I et II}_a$$

$$t \leq 10 \text{ cm en zone II}_b \text{ et III}$$

**Dans la zone courante :**

$$t' \leq 15 \varnothing_1^{\text{min}} \text{ en zone I et II}_a$$

$$t' \leq \text{Min} (b_1/2, h_1/2, 10 \varnothing_1^{\text{min}}) \text{ en zone II}_b \text{ et III}$$

- La quantité d'armatures transversales minimale  $A_t/t \cdot b_1$  en % est donnée comme suit :

$$0,3\% \text{ si } \lambda_g \geq 5$$

$$0,8\% \text{ si } \lambda_g \leq 3$$

Interpoler entre les valeurs limites précédentes si  $3 < \lambda_g < 5$ .

$\lambda_g$  : élancement géométrique du poteau.  $\lambda_g = \frac{l_f}{a}$  ou bien  $\lambda_g = \frac{l_f}{b}$

$a$  et  $b$  : dimensions de la section droite du poteau dans la direction de déformation considérée.

- Les cadres et les étriers doivent être fermés par des crochets à  $135^\circ$  ayant une longueur droite de  $10 \varnothing_t$  minimum.
- Les cadres et les étriers doivent ménager des cheminées verticales en nombre et diamètre suffisants (cheminées  $> 12\text{cm}$ ) pour permettre une vibration correcte du béton sur toute la hauteur des poteaux.
- En cas d'utilisation de poteaux circulaires, il y a lieu d'utiliser des cerces droites individuelles (les cerces hélicoïdales continues sont interdites)

### 3. Vérifications des poteaux

**Sollicitations normales** : l'effort normal de compression de calcul est limité par la condition suivante :  $v =$

$$\frac{N_d}{B_c \cdot f_{c28}} \leq 0,3$$

$N_d$  : effort normal de calcul s'exerçant sur une section de béton.

$B_c$  : aire (section brute) de la section en béton.

**Sollicitations tangentes** : La contrainte de cisaillement conventionnelle de calcul dans le béton sous combinaison sismique est limitée par la valeur suivante :  $\tau_{bu} \leq \bar{\tau}_{bu} = \rho_d f_{c28}$

$$\rho_d = 0,075 \text{ si } \lambda_g \geq 5$$

$$\rho_d = 0,04 \text{ si } \lambda_g < 5$$

### 4. Ferrailage des poutres

#### 4.1. Armatures longitudinales

- $A_{\text{min}} = 0,5\% b \cdot h$
- $A_{\text{max}} = 4\% b \cdot h$  en zone courante
- $A_{\text{max}} = 6\% b \cdot h$  en zone de recouvrement



- 
- La longueur minimale de recouvrement est de :  
40 $\emptyset$  en zone I et II<sub>a</sub>  
50  $\emptyset$  en zone II<sub>b</sub> et III.

#### 4.2. Armatures transversales

La quantité d'armatures transversales minimales est donnée par :  $A_t = 0.003 \cdot s \cdot b$

Dans la zone nodale et en travée si les armatures comprimées sont nécessaires :

$$s \leq \min (h/4, 12\emptyset_t^{min})$$

En dehors de la zone nodale :  $s \leq h/2$

---

## Exercices corrigés

### Exercice 1. Combinaisons des actions (BAEL 91/99 et RPA 99/2003)

---

Le calcul des sollicitations dans un poteau de contreventement par portiques autostables d'un bâtiment a donné les valeurs suivantes :  $N_G = 345$  kN,  $N_Q = 134$  kN,  $N_E = -786$  kN  
 $M_G = 47$  kN.m,  $M_Q = 32,3$  kN.m,  $M_E = 35,6$  kN.m.

1. Calculer les sollicitations sous les différentes combinaisons de calcul.
2. Définir les couples de sollicitations maximales dans le poteau.

#### Solution

##### 1. Les combinaisons d'actions

Les combinaisons d'actions à considérer pour la détermination des sollicitations et des déformations de calcul sont :

BAEL :  $1,35 G + 1,5Q$  (Etat limite ultime qui est une situation courante)

RPA 99/2003 :  $G + Q \pm E$  (situation accidentelle)

0,8  $G \pm E$  (situation accidentelle)

*Remarque* : Pour les poteaux dans les ossatures autostables, la combinaison  $G + Q \pm E$  est remplacée par la combinaison  $G + Q + 1,2 \pm E$

G : charges permanentes

Q : charges d'exploitation non pondérées

E : action du séisme représentée par ses composantes horizontales

Le calcul des sollicitations sous les différentes combinaisons est le suivant :

$1,35 G + 1,5Q$  :  $N = 666,75$  kN ;  $M = 111,9$  kN.m

$G + Q + 1,2E$  :  $N = -464,2$  kN ;  $M = 122,02$  kN.m

$G + Q - 1,2E$  :  $N = 1422,2$  kN ;  $M = 36,58$  kN.m

0,8  $G + E$  :  $N = -510$  kN ;  $M = 73,2$  kN.m

0,8 G – E : N = 1062 kN ; M = 2 kN.m

**NB** : L'effort normal négatif est un effort de traction

## 2. Les couples de sollicitations maximales

Trois couples de sollicitations maximales sont à considérer dans le ferrailage des poteaux à la flexion composée

$$N_{\max} \xrightarrow{G + Q - 1,2E} M_{\text{corr}} \text{ avec } N_{\max} = 1422,2 \text{ kN}; M_{\text{corr}} = 36,58 \text{ kN.m}$$

$$N_{\min} \xrightarrow{0,8G + E} M_{\text{corr}} \text{ avec } N_{\min} = -510 \text{ kN}; M_{\text{corr}} = 73,2 \text{ kN.m}$$

$$M_{\max} \xrightarrow{G + Q + 1,2E} N_{\text{corr}} \text{ avec } M_{\max} = 122,02 \text{ kN.m}; N_{\text{corr}} = -464,2 \text{ kN}$$

---

## Exercice 2. Dispositions réglementaires relatives aux poteaux

---

Soit un poteau de contreventement sollicité par les sollicitations maximales accidentelles suivantes :

$$N_{\max} = 1422,2 \text{ kN}; M_{\text{corr}} = 36,58 \text{ kN.m}$$

$$N_{\min} = -510 \text{ kN}; M_{\text{corr}} = 73,2 \text{ kN.m}$$

$$M_{\max} = 122,02 \text{ kN.m}; N_{\text{corr}} = -464,2 \text{ kN}$$

**Données** : poteaux 50\*60 cm<sup>2</sup>, h<sub>étage</sub> = 3,20m, f<sub>c28</sub> = 25 MPa, Acier feE400, Zone sismique III.

$$V_x = 161,72 \text{ kN}, V_y = 167,5 \text{ kN}, \text{ enrobage } c = 2,5 \text{ cm.}$$

L'arrête b du poteau est orienté vers le sens x.

1. Calculer le ferrailleur longitudinal du poteau.
2. Vérifier l'effort normal réduit du poteau et sa résistance vis-à-vis le cisaillement sous les efforts tranchants.
3. Calculer le ferrailage transversal du poteau.

**Solution :**

### 1. Ferrailer longitudinal du poteau

Le ferrailage longitudinal se fait à la flexion composée sous les trois couples de sollicitations maximales, le ferrailage final sera le plus défavorable des trois cas de sollicitations

**Cas 01** :  $N_{\max} = 1422,2 \text{ kN}$  (Compression) ;  $M_{\text{corr}} = 36,58 \text{ kN.m}$

$$e_G = \frac{M}{N} = \frac{36,58}{1422,2} = 2,57 \text{ cm} < \frac{h}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

Le point d'application de l'effort normal est à l'intérieur de la section de béton, de plus l'effort normal est de compression ce qui donne une section partiellement comprimée si la condition suivante est vérifiée, dans le cas contraire, la section sera entièrement comprimée.

$$N \cdot (d - d') - M_{ua} \leq (0,337h - 0,81d') \cdot b \cdot h \cdot f_{bu}$$

$$f_{bu} = \frac{0,85 \cdot f_{c28}}{\gamma_b} = 18,48 \text{ MPa} ; \gamma_b = 1,15 \text{ (Situation accidentelle)}$$

Calcul de  $M_{ua}$

$$M_{ua} = M + N \left( d - \frac{h}{2} \right) = 36,58 + 1422,2 \left( 0,575 - \frac{0,6}{2} \right) = 427,685 \text{ kN.m}$$

$$1,4222 \cdot (0,575 - 0,025) - 0,427685 \leq (0,337 \cdot 0,6 - 0,81 \cdot 0,025) \cdot 0,5 \cdot 0,6 \cdot 18,48$$

$$0,354 \leq 1,005$$

La section est partiellement comprimée (S.P.C). Le calcul des armatures se fait à la flexion simple sous  $M_{ua}$ .

$$\mu_{bu} = \frac{M_{ua}}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{0,427685}{0,5 \cdot 0,575^2 \cdot 18,48} = 0,14 < 0,186 \text{ (Pivot A)}$$

$$\mu_l = 0,8\alpha_l(1 - 0,4\alpha_l) = 0,379 ; \alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_l} = 0,636 ; \varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} = 0,002$$

$\mu_{bu} < \mu_l$  alors  $A' = 0$  (les armatures comprimées ne sont pas nécessaires, le béton comprimé seul suffit)

Armatures tendues :  $A = \frac{M_{ua}}{z \cdot f_{st}}$

$$f_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 400 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1 \text{ (situation accidentelle)}$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 53,153 \text{ cm} ; \alpha = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,189$$

$$A = \frac{0,427685}{0,53153 \cdot 400} = 20,12 \text{ cm}^2$$

Retour à la flexion composée

$A_{FC} = A - \frac{N}{f_{st}} = 20,12 \cdot 10^{-4} - \frac{1,4222}{400} = -15,435 \text{ cm}^2$ . La section d'armatures tendue est négative, elle est donc nulle. Le béton seul suffit pour résister au couple de sollicitations étudiées.

**Cas 02 :**  $N_{\min} = -510 \text{ kN}$  (Traction) ;  $M_{\text{corr}} = 73,2 \text{ kN.m}$

$$e_G = \frac{M}{N} = \frac{73,2}{510} = 14,35 \text{ cm} < \frac{h}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

Le point d'application de l'effort est à l'intérieur de la section de béton, de plus l'effort est de traction ce qui donne une section entièrement tendue (S.E.T).

Les armatures sont calculées par les expressions suivantes :

$$A_1 = \frac{N \cdot e_2}{f_{s10}(d-d')} ; A_2 = \frac{N \cdot e_1}{f_{s10}(d-d')}$$

$$e_1 = \frac{h}{2} - d' + e_G = 41,85 \text{ cm} ; e_2 = d - d' - e_1 = 13,15 \text{ cm}$$

$$A_1 = 9,702 \text{ cm}^2 ; A_2 = 3,048 \text{ cm}^2.$$

Ou bien par les formules :

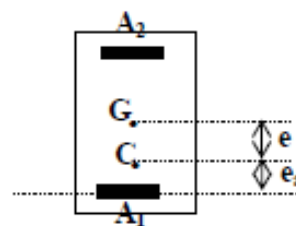
$$A_1 = \frac{N_u}{f_{st}} \left( 1 - \frac{e_a}{d-d'} \right) ; A_2 = \frac{N_u}{f_{st}} \cdot \frac{e_a}{d-d'}$$

$e_a$  est la position du centre de pression par rapport aux aciers inférieures

$$e_a = \frac{h}{2} - e - \text{enrobage}$$

$$e_a = \frac{0,6}{2} - 0,039 - 0,025 = 0,236 \text{ m}$$

**Cas 03 :**  $M_{\max} = 122,02 \text{ kN.m}$ ;  $N_{\text{corr}} = -464,2 \text{ kN}$  (Traction)



$$e_G = \frac{M}{N} = \frac{122,02}{464,2} = 26,286 \text{ cm} < \frac{h}{2} = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$$

Le point d'application de l'effort est à l'intérieur de la section de béton, de plus l'effort est de traction ce qui donne une section entièrement tendue (S.E.T)

$$e_1 = 53,786 \text{ cm} ; e_2 = 1,214 \text{ cm}$$

$$A_1 = 11,349 \text{ cm}^2 ; A_2 = 0,256 \text{ cm}^2.$$

**Remarque** : Le 3<sup>ème</sup> cas, donné par le couple de sollicitation  $M_{\max} = 122,02 \text{ kN.m}$ ;  $N_{\text{corr}} = -464,2 \text{ kN}$  (Traction), est le plus défavorable.

### Calcul de Amin

$$A_{\min}^{\text{RPA}} = 0,9\% (b * h) \quad (0,9\% \text{ car zone III})$$

$$A_{\min}^{\text{RPA}} = 0,9\% (50 * 60) = 27 \text{ cm}^2 \text{ (c'est la section d'aciers minimale dans toute la section 50*60).}$$

$$A_{\min}^{\text{BAEL}} = \frac{B * f_{t28}}{f_e} \quad (\text{dans toute la section du béton B) (cas d'une SET)}$$

$$A_{\min}^{\text{BAEL}} = \frac{0,5 * 0,6 * 2,1}{400} = 15,75 \text{ cm}^2$$

$$A_{\min} = A_{\min}^{\text{RPA}} = 27 \text{ cm}^2$$

Les sections d'armatures calculées  $A_1$  et  $A_2$  sont différents, et vu que le poteau est de contreventement, les deux faces parallèles doivent être ferrillées de la même manière. On prend la section maximale ( $A_1 = 11,349 \text{ cm}^2$ ). Comme on a ferrillé avec les sollicitations maximales, les deux autres faces vont être ferrillées de la même manière que les deux précédentes. Au final, les quatre faces du poteau vont avoir le même ferrillage.

Chaque face du poteau sera ferrillée avec  $A_1$  qui est la plus grande.

**Choix d'armatures** : Avant d'effectuer un choix d'armatures il faut tenir compte des paramètres suivants :

- \* Le pourcentage minimal sera de 0,9% b.h (zone sismique III).
- \* Leur pourcentage maximal sera de 4% en zone courante et de 6% en zone de recouvrement.
- \* Le diamètre minimum est de 12 mm.
- \* La longueur minimale des recouvrements est de 50 cm en zone III.
- \* La distance entre les barres verticales dans une face du poteau ne doit pas dépasser 20 cm en zone III.

On choisit : 4HA20 = 12,57 cm<sup>2</sup> par face soit 12HA20 (37,7 cm<sup>2</sup>) dans toute la section du poteau. Cette section est supérieure à Amin.

## 2. Vérification de l'effort normal réduit et du cisaillement

### Effort normal réduit

Dans le but d'éviter ou limiter le risque de rupture fragile sous sollicitations d'ensemble dues au séisme, l'effort normal de compression de calcul est limité par la condition suivante :

$$\frac{N_d}{B_c \cdot f_{c28}} \leq 0,3$$

$N_d$  désigne l'effort normal de calcul s'exerçant sur une section de béton et  $B_c$  est l'aire de cette dernière.

$$\frac{1,4222}{0,5 \cdot 0,6 \cdot 25} = 0,19 \leq 0,3 \text{ Condition vérifiée}$$

### Cisaillement

Selon le RPA99/V2003 (Art 7.4.3.2), la contrainte de cisaillement dans le béton doit vérifier la condition :

$$\tau_{bu} = \frac{V_u}{b \times d} \leq \overline{\tau_{bu}} = \rho_d \times f_{c28}$$

$$\text{Avec } \rho_d = \begin{cases} 0,075 & \text{si } \lambda_g \geq 5 \\ 0,040 & \text{si } \lambda_g < 5 \end{cases}$$

$$\text{Sens } x : \tau_{bu} = \frac{161,72 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 0,575} = \mathbf{0,469 \text{ MPa}}$$

$$\lambda_g = \frac{l_f}{b} = \frac{0,7 \cdot 3,20}{0,5} = 4,48 < 5 \Rightarrow \rho_d = 0,04$$

$$\overline{\tau_{bu}} = 0,04 \times 25 = \mathbf{1 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{bu} < \overline{\tau_{bu}} \Rightarrow \text{Pas de risque de rupture par cisaillement.}$$

$$\text{Sens } y : \tau_{bu} = \frac{167,5 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 0,575} = \mathbf{0,486 \text{ MPa}}$$

$$\lambda_g = \frac{l_f}{h} = \frac{0,7 \cdot 3,20}{0,6} = 3,733 < 5 \Rightarrow \rho_d = 0,04$$

$$\overline{\tau_{bu}} = 0,04 \times 25 = \mathbf{1 \text{ MPa}}$$

$$\tau_{bu} < \overline{\tau_{bu}} \Rightarrow \text{Pas de risque de rupture par cisaillement.}$$

## 3. Ferrailage transversal du poteau

La section des armatures transversales est donnée par l'expression suivante :  $\frac{A_t}{t} = \frac{\rho_a V_u}{h \cdot f_e}$

$$\rho_a = \begin{cases} 2,5 & \text{si } \lambda_g \geq 5 \\ 3,75 & \text{si } \lambda_g < 5 \end{cases} \Rightarrow \text{donc } \rho_a = 3,75$$

t : espacement des armatures transversales :

- **dans la zone nodale :**

$$t \leq 10 \text{ cm} \quad \text{en zone III} \Rightarrow \text{On prend } \mathbf{t = 10cm}$$

- **dans la zone courante :**

$$t \leq \text{Min} (b/2, h/2, 10 \varnothing_i) \quad \text{en zone III}$$

où  $\varnothing_i$  est le diamètre **minimal** des armatures longitudinales du poteau :  $\varnothing_i = 20 \text{ mm}$ .

$$t \leq \text{Min} (50/2, 60/2, 10 \cdot 2) \Rightarrow t \leq 20\text{cm} \Rightarrow \text{On adopte } \mathbf{t = 15cm}$$

Le ferrailage se fait avec l'effort tranchant le plus important entre  $V_x$  et  $V_y$  avec un espacement maximal entre la zone nodale et la zone courante.  $t = 15 \text{ cm}$ ;  $V = 167,5 \text{ kN}$

$$\text{Donc : } A_t = 0,15 \cdot \frac{3,75 \cdot 167,5 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 400} = 3,926 \text{ cm}^2$$

### **Calcul de Amin**

La quantité d'armatures transversales minimale  $A_t/t \cdot b$  en % est donnée comme suit :

$$\text{Si } \lambda_g \geq 5 : 0,3\%$$

$$\text{Si } \lambda_g \leq 3 : 0,8\%$$

Si  $3 < \lambda_g < 5$  : interpoler entre les valeurs limites précédentes

On a  $3 < \lambda_g = 3,733 < 5$ . La section d'armatures  $A_{\min}$  sera calculée par interpolation linéaire.

$$\text{Rappel : } f(x) = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} (x - x_0) + f(x_0)$$

Après calcul par interpolation on trouve  $A_t/t \cdot b = 0,631 \%$

$$A_{\min} = 0,617\% \cdot 0,5 \cdot 0,15 = 4,628 \text{ cm}^2 > A_t = 3,926 \text{ cm}^2.$$

### **Choix des armatures**

Les cadres et les étriers doivent être fermés par des crochets à  $135^\circ$  ayant une longueur droite de  $10 \varnothing_t$  minimum ;

Les cadres et les étriers doivent ménager des cheminées verticales en nombre et diamètre suffisants (cheminées  $> 12\text{cm}$ ) pour permettre une vibration correcte du béton sur toute la hauteur des poteaux.

On adopte 3 cadres HA10, soit  $6 \text{ HA10} = 4,71 \text{ cm}^2$ .

Le schéma de ferrailage est donné sur la figure suivante.

Longueur de la zone nodale :  $h' = \max (h_e/6; b; h; 60 \text{ cm}) = 60 \text{ cm}$

$h_e$  : hauteur d'étage ;  $b, h$  : dimensions du poteau.

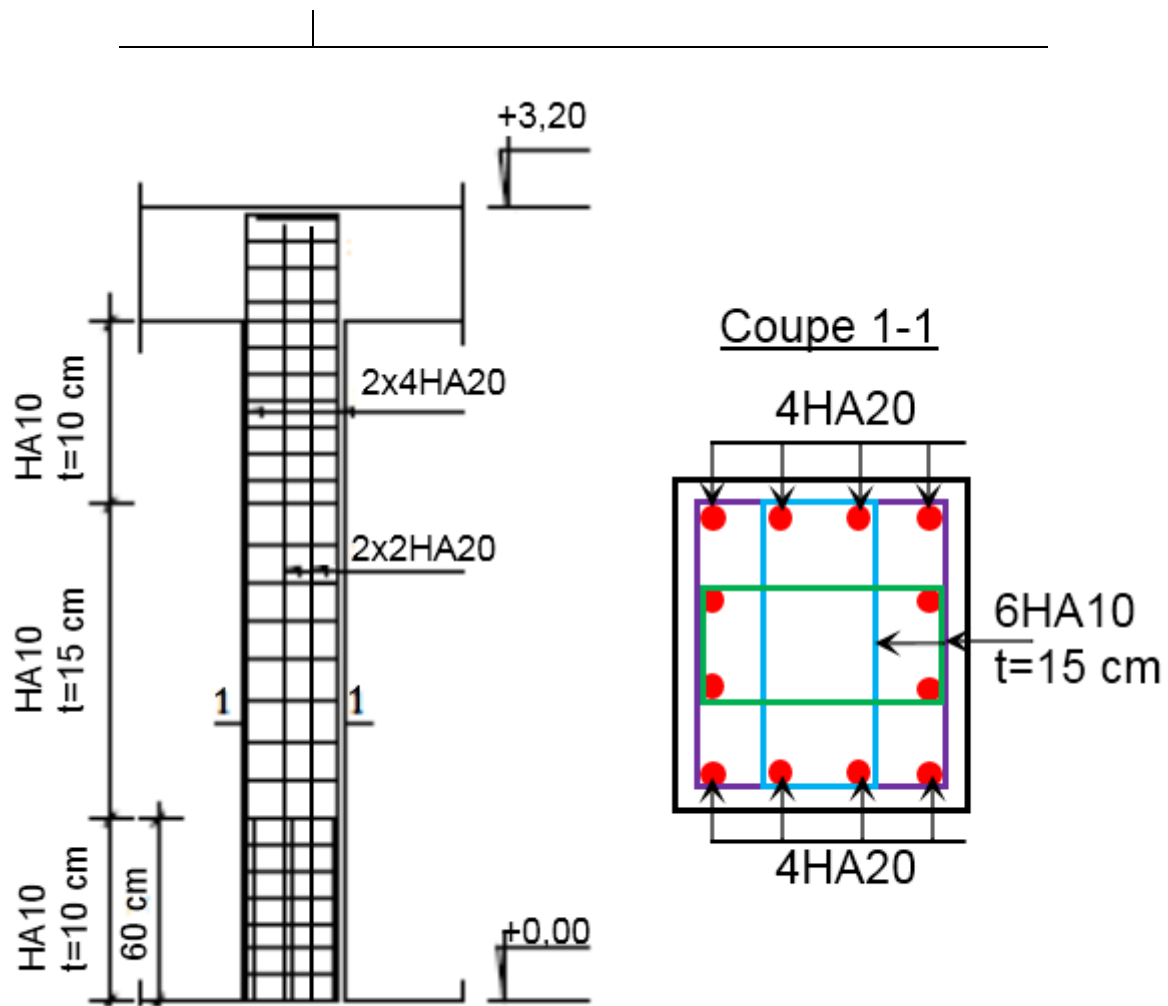


Figure 34. Schéma de ferrailage du poteau 50\*60 cm<sup>2</sup>

### Exercice 3. Vérification du ferrailage du poteau

Soit un poteau de contreventement de 55\*60 cm<sup>2</sup>. La section du poteau est entièrement tendue et est ferrillée longitudinalement par 8HA20 et transversalement par 4HA8. L'espacement des armatures transversales est de 12 cm en zone nodale et de 15 cm en zone courante.

- Vérifier le ferrailage longitudinal si la section d'armature par face tendue est de 12,56 cm<sup>2</sup> ; corriger le ferrailage en cas d'erreur ?
- Le ferrailage transversal est-il suffisant ? justifier et corriger en cas d'erreur.

On donne :  $h_e = 3$  m,  $V_{\max} = 130$  kN,  $f_{c28} = 25$  MPa, FeE400, enrobage de 3 cm, zone sismique IIa.

**Solution :**

**1. Vérification du ferrailage longitudinal**

On a 8HA20 dans toute la section (b.h) ce qui donne 3HA20 par face = 9,42 cm<sup>2</sup>.

Or que la section nécessaire par face est de 12,56 cm<sup>2</sup> qui est supérieure à 9,42 cm<sup>2</sup>.

Le ferrailage est donc insuffisant, on remplace les 3HA20 par 3HA25 par face (14,73 cm<sup>2</sup> par face), soit 8HA25 dans toute la section.

$$A_{\min}^{\text{RPA}} = 0.8\% (55 * 60) = \mathbf{26,4 \text{ cm}^2} \text{ en zone IIa}$$

$$A_{\min}^{\text{BAEL}} = \frac{B * f_{t28}}{f_e} = \frac{0,55 * 0,6 * 2.1}{400} = \mathbf{17,325 \text{ cm}^2}$$

La section choisie (8HA25= 39,27 cm<sup>2</sup>) est supérieure à  $A_{\min} = 27 \text{ cm}^2$

**2. Vérification du ferrailage transversal**

$$\frac{A_t}{t} = \frac{\rho_a V_u}{h \cdot f_e} ; \lambda_g = \frac{0,7 \cdot 3}{0,6} = 3,5 ; \rho_a = 3,75$$

**Vérification des espacements des armatures transversales**

- **dans la zone nodale :**

$$t \leq \min (10 \varnothing_1 ; 15) \text{ cm} \quad \text{en zone IIa}$$

$$\varnothing_1 = 25 \text{ mm} \Rightarrow t \leq 15 \text{ cm}$$

L'espacement est de 12 cm < 15 cm (l'espacement de 12 cm est correct)

- **dans la zone courante :**

$$t \leq 15 \varnothing_1 \Rightarrow t \leq 37,5 \text{ cm} \quad \text{en zone IIa}$$

L'espacement est de 15cm < 37,5 cm (l'espacement de 15 cm est correct)

$$A_t = 0,15 \cdot \frac{3,75 \cdot 130 \cdot 10^{-3}}{0,6 \cdot 400} = 3,047 \text{ cm}^2$$

Dans l'énoncé on a 4HA8 = 2,01 cm<sup>2</sup> <  $A_t = 3,047 \text{ cm}^2$

On remplace les 4HA8 par 4HA10 (3,14 cm<sup>2</sup>).



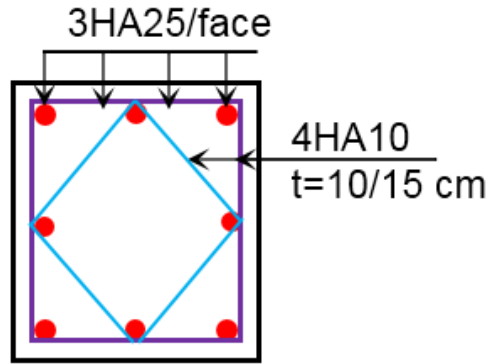


Figure 35. Schéma de ferrailage du poteau 55\*60 cm<sup>2</sup>

#### Exercice 4. Vérification du cisaillement du poteau

Soit un poteau de contreventement de 50\*55 cm<sup>2</sup>. La section du poteau est partiellement comprimée et est ferrillée longitudinalement par 3HA25 par face tendue et transversalement par deux cadres HA8. L'espacement des armatures transversales est de 10 cm en zone nodale et de 15 cm en zone courante.

- Vérifier le poteau vis-à-vis du cisaillement sous effort tranchant ;
- Le ferrailage transversal est-il suffisant ? justifier et corriger en cas d'erreur.

**On donne :**  $h_e = 4,10$  m,  $V_{max} = 180$  kN,  $f_{c28} = 25$ MPa, FeE400, enrobage de 3 cm, zone sismique I,

**Solution :**

##### 1- Vérification du poteau vis-à-vis du cisaillement

$$\tau_{bu} = \frac{V_{max}}{b \times d} = \frac{0,215}{0,5 \times 0,52} = 0,827 \text{ MPa}$$

$$\lambda_g = \frac{l_f}{h} = \frac{0,7 \cdot 4,1}{0,55} = 5,218 > 5 \Rightarrow \rho_d = 0,075$$

$$\overline{\tau}_{bu} = \rho_d \times f_{c28} = 0,075 \times 25 = \mathbf{1,875 \text{ MPa}} > \tau_{bu} \Rightarrow \text{Pas de risque de rupture par cisaillement.}$$

##### 2- Vérification des armatures transversales

$$\frac{A_t}{t} = \frac{\rho_a V_u}{h \cdot f_e} ; \lambda_g = 5,218 > 5 ; \rho_a = 2,5$$

##### Vérification des espacements des armatures transversales

- dans la zone nodale :

$$t \leq \min (10 \varnothing_1 ; 15) \text{ cm} \quad \text{en zone I}$$

$$\varnothing_1 = 25 \text{ mm} \Rightarrow t \leq 15 \text{ cm}$$

---

L'espacement est de 10 cm < 15 cm (l'espacement de 10 cm est correct)

- **dans la zone courante :**

$$t \leq 15 \phi_1 \Rightarrow t \leq 37,5 \text{ cm} \quad \text{en zone I}$$

L'espacement est de 15cm < 37,5 cm (l'espacement de 15 cm est correct)

$$A_t = 0,15 \cdot \frac{2,5 \cdot 180 \cdot 10^{-3}}{0,55 \cdot 400} = 3,66 \text{ cm}^2$$

Dans l'énoncé on a  $4HA8 = 2,01 \text{ cm}^2 < A_t = 3,068 \text{ cm}^2$

On remplace les deux cadres HA8 par deux cadre HA10 ; soit  $3,14 \text{ cm}^2$ .

---

## Exercice 5. Dispositions réglementaires relatives aux poutres

---

Le calcul des sollicitations à l'ELU dans les poutres de portiques autostables a donné les résultats suivants :

$$M_{t_{\max}} = 156,8 \text{ kN.m}, M_{a_{\max}} = 110,5 \text{ kN.m}, V_{\max} = 195,6 \text{ kN}$$

Ferrailler ces poutres si elles sont de 30\*35 de dimensions.

Données : FPN,  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ , acier feE400, enrobage  $c=2,5 \text{ cm}$ .

### Solution

1. **Ferraillage longitudinal :** Le calcul des armatures longitudinales se fait à la flexion simple

**En Travées :**  $M_{t_{\max}} = 156,82 \text{ kN.m}$  (ELU)

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{0,1568}{0,3 \cdot 0,325^2 \cdot 14,2} = 0,348 > 0,186 \text{ (Pivot B)}$$

$$\mu_l = 0,8\alpha_l(1 - 0,4\alpha_l) = 0,393 ; \alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_l} = 0,673 ; \varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} = 0,0017$$

$\mu_{bu} < \mu_l$  alors  $A' = 0$  (les armatures comprimées ne sont pas nécessaires, le béton comprimé seul suffit)

$$\text{Armatures tendues : } A = \frac{M_u}{z \cdot f_{st}}$$

$$\alpha = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,56$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{3,5}{1000} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) = 0,00275 > \varepsilon_l ; f_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15 \text{ (situation durable)}$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 23,97 \text{ cm} ; A = \frac{0,1568}{0,2522 \cdot 348} = \mathbf{17,865 \text{ cm}^2}$$

**En appuis :**  $M_{a_{\max}} = 110,5 \text{ kN.m}$

$$\mu_{bu} = \frac{M_u}{b \cdot d^2 \cdot f_{bu}} = \frac{0,1105}{0,3 \cdot 0,325^2 \cdot 14,2} = 0,246 > 0,186 \text{ (Pivot B)}$$

$$\mu_l = 0,8\alpha_l(1 - 0,4\alpha_l) = 0,393 ; \alpha_l = \frac{3,5}{3,5+1000\varepsilon_l} = 0,673 ; \varepsilon_l = \frac{f_e}{\gamma_s \cdot E_s} = 0,0017$$

$\mu_{bu} < \mu_l$  alors  $A' = 0$  (les armatures comprimées ne sont pas nécessaires, le béton comprimé seul suffit)

Armatures tendues :  $A = \frac{M_u}{z \cdot f_{st}}$

$$\alpha = 1,25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2\mu_{bu}}) = 0,359$$

$$\varepsilon_{st} = \frac{3,5}{1000} \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) = 0,00625 > \varepsilon_l ; f_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 348 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15 \text{ (situation durable)}$$

$$z = d(1 - 0,4\alpha) = 27,83 \text{ cm} ; A = \frac{0,1105}{0,2783 \cdot 348} = \mathbf{11,41 \text{ cm}^2}$$

### Vérification de $A_{min}$ .

$$A_{min}^{RPA} = 0,5\% (b \cdot h) \text{ (Dans toute la section } b \cdot h)$$

$$A_{min}^{RPA} = 0,5\% (30 \cdot 35) = \mathbf{5,25 \text{ cm}^2}$$

Dans chaque coupe faite sur la poutre, on doit avoir la somme des sections d'armatures présentes  $\geq A_{min}$

En travées :  $A_t + A' \text{ (si elle existe)} \geq A_{min}$

En appuis :  $A_a + (1^{er} \text{ lit de } A_t \text{ car le } 2^{eme} \text{ lit peut ne pas être prolongé jusqu'aux appuis}) \geq A_{min}$

On voit bien que les sections calculées vérifient la condition du RPA.

On choisit :

En travées : 6HA20 =  $\mathbf{18,85 \text{ cm}^2} > A_{min}$

En appuis : 6HA16 =  $\mathbf{12,06 \text{ cm}^2}$ , soit (6HA16 + 3HA20 = 12,06 + 9,42) = 21,48  $\text{cm}^2 > A_{min}$

### Ferraillage transversal

$$\tau_{bu} = \frac{V_u}{b \times d} \leq \overline{\tau_{bu}} = 3,33 \text{ MPa (Fissuration peu nuisible)}$$

$$\tau_{bu} = \frac{0,1956}{0,3 \times 0,325} = 2,006 \text{ MPa} \Rightarrow \text{Pas risque de rupture par cisaillement.}$$

On fixe l'espacement des armatures transversales à partir des conditions du RPA :

- zone nodale :  $st \leq \min\left(\frac{h}{4} ; 12\phi^{min}, 30 \text{ cm}\right) \Rightarrow st \leq \min\left(\frac{35}{4} ; 12 \cdot 1,6, 30\right) \Rightarrow st \leq 8,75 \text{ cm}$
- Zone courante :  $st \leq \frac{h}{2} \Rightarrow st \leq 17,5 \text{ cm}$

On adopte  $st = 8 \text{ cm}$  en zone nodale et  $st = 15 \text{ cm}$  en dehors de la zone nodale.

La section des aciers est calculée à partir des expressions suivantes :

- 1)  $\frac{A_t}{b \cdot s_t} \geq \frac{\gamma_s(\tau_u - 0,3 f_{t28})}{0,9 f_e}$  (BAEL) ;  $A_t \geq 1,978 \text{ cm}^2$
- 2)  $\frac{A_t \cdot f_e}{b \cdot s_t} \geq 0,4 \text{ MPa}$  (Amin BAEL) ;  $A_t \geq 0,45 \text{ cm}^2$
- 3)  $A_{t \min} = 0.003 \times s_t \times b$  (RPA) ;  $A_{t \min} = 1,35 \text{ cm}^2$

$f_{t28} = 221 \text{ MPa}$  ;  $s_t = 15 \text{ cm}$  (calcul défavorable)

On trouve  $A_t \geq 1,978 \text{ cm}^2$

On choisit 1 cadre HA8 et 1 étrier HA8 ; soit  $2,01 \text{ cm}^2$ .

### Schéma de ferrailage

Longueur de la zone nodale :  $l' = 2 * h_{poutre} = 2 * 35 = 70 \text{ cm}$

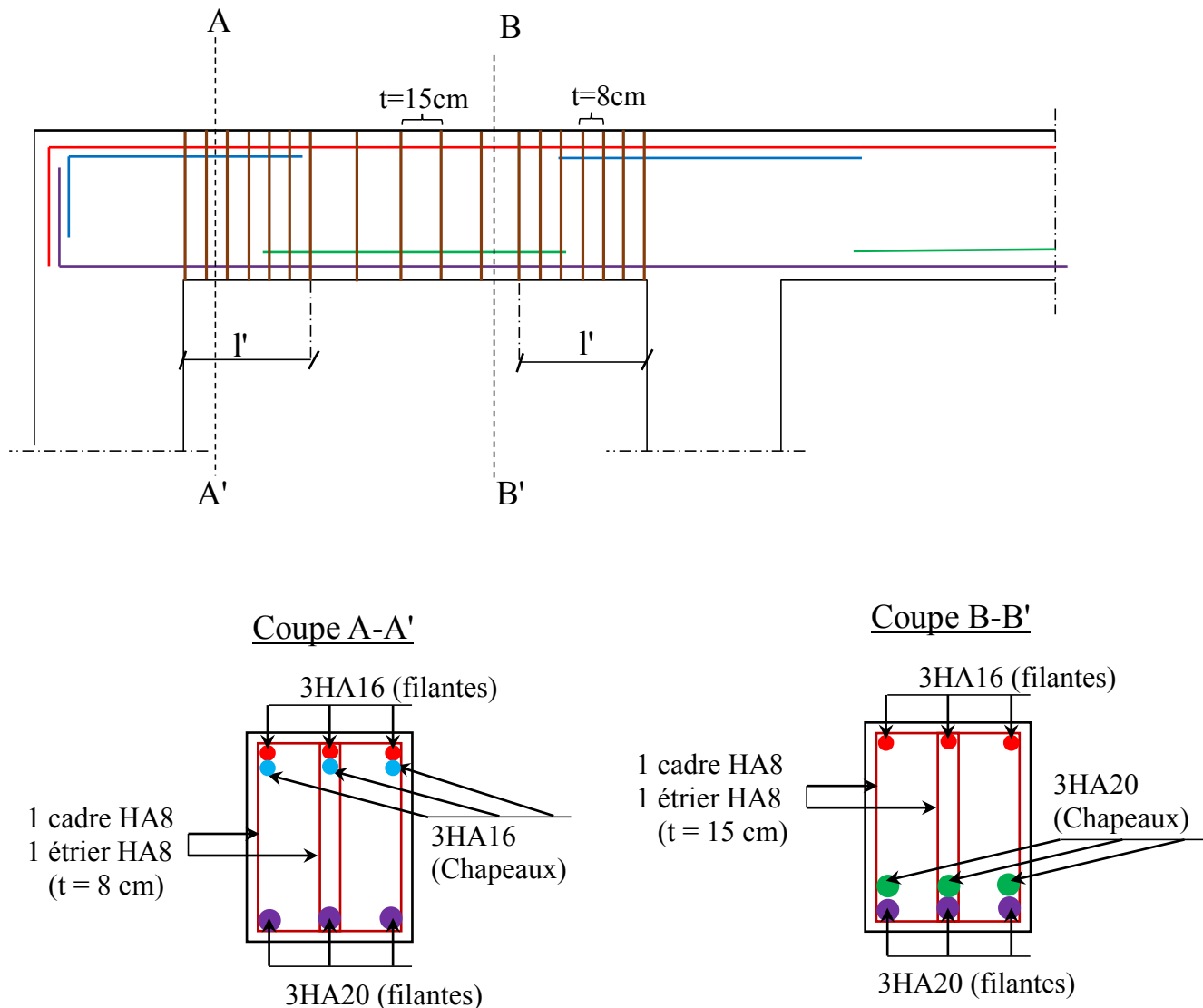


Figure 36. Schéma de ferrailage de la poutre 30\*35 cm<sup>2</sup>

# Chapitre 5. Les fondations superficielles

## Rappels de cours

### 1. Introduction

Les fondations constituent l'assise de la construction. Elles transmettent au sol le poids total de l'ouvrage et assurent sa stabilité. Elles forment une partie importante de l'ouvrage car de leur bonne réalisation résulte la tenue de l'ensemble.

Les fondations superficielles sont réalisées pour transmettre les efforts directement sur les couches proches de la surface. Elles doivent être envisagées lorsque la capacité portante du sol au niveau inférieur de l'ouvrage est suffisante pour reprendre les charges. On retient trois principales formes de fondations superficielles : Les semelles isolées (sous les poteaux), les semelles filantes (sous les murs ou plusieurs poteaux) et les radiers.

Les combinaisons de calcul à considérer sont :

Selon le B.A.E.L 91/99 :  $G+Q$  (ELS),  $1,35 G + 1,5 Q$  (E.L.U.)

Selon le RPA99/2003 :  $G + Q + E$  ;  $0,8 G \pm E$

### 2. Semelle rectangulaire isolée sous poteau

Soit une semelle rectangulaire de dimensions  $A$  et  $B$  sous un poteau rectangulaire  $a \times b$  qui est soumis à une charge centrée  $N$ .

$$\frac{N}{A \cdot B} \leq \bar{\sigma}_{sol}$$

Semelle et poteau homothétiques :  $\frac{a}{b} = \frac{A}{B} \Rightarrow$

$$A = B \cdot \frac{a}{b} \Rightarrow (B \cdot \frac{a}{b}) \cdot B \geq \frac{N}{\bar{\sigma}_{sol}} \Rightarrow B \geq \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{N}{\bar{\sigma}_{sol}}} \text{ et } A \geq \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{N}{\bar{\sigma}_{sol}}}$$

- Hauteur utile (d) :  $d \geq \max \left( d_a = \frac{A-a}{4}; d_b = \frac{B-b}{4} \right)$
- Hauteur totale (h) :  $h = d + 0,05 \text{ m}$

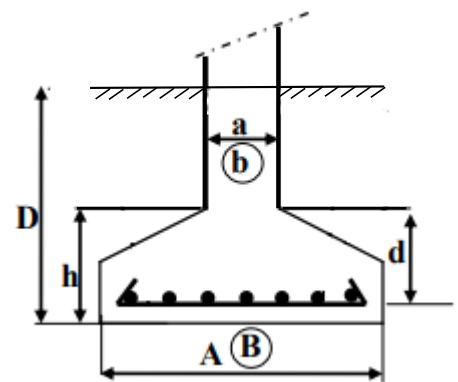


Figure 37. Semelle rectangulaire isolée sous poteau

**Contrôle de la contrainte sur le sol :**  $\sigma_{sol} = \frac{N_{ser} + P_{semelle}}{A \cdot B} < \bar{\sigma}_s$

### Calcul des armatures

$$A_a = \frac{N_u(A-a)}{8 \cdot d_a \cdot \sigma_{st}} ; A_b = \frac{N_u(B-b)}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_{st}} ; \sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s}$$

#### Remarques :

- Majorer la section d'acier calculée à l'ELU de 10 % lorsque la fissuration est préjudiciable, de 50 % lorsque la fissuration est très préjudiciable.
- Les armatures  $A_a$  et  $A_b$  seront réparties uniformément suivant les deux directions  $A$  et  $B$ . les armatures parallèles au grand côté constitueront le lit inférieur du quadrillage.
- Ces armatures s'étendront jusqu'aux extrémités de la semelle. Elles seront munies ou non de crochets en comparant respectivement les longueurs de scellement  $l_{sa}$  et  $l_{sb}$  des barres à  $A/4$  et  $B/4$ .
  - Si  $l_{sa} \leq A/4$  : les barres dans le sens  $A$  n'ont pas besoin de crochets, sinon il faut en mettre.
  - Si  $l_{sb} \leq B/4$  : les barres dans le sens  $B$  n'ont pas besoin de crochets, sinon il faut en placer.
- Les valeurs de  $l_s/\varnothing$  sont données dans le **Tableau 7**.

**Tableau 7.** Longueurs de scellement : valeurs de  $l_s/\varnothing$

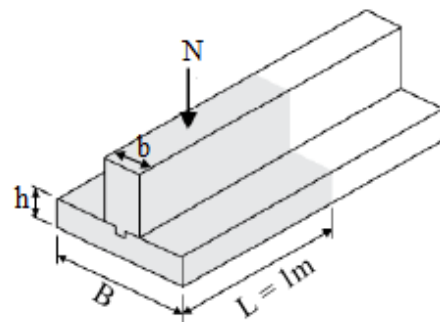
fc28 nuance	16	18	20	25	30	40	50	60
<b>FeE215</b>	57,4	53,3	49,8	42,7	37,3	29,9	28,9	21,3
<b>FeE235</b>	62,8	58,3	54,4	46,6	40,8	32,6	27,2	23,3
<b>FeE400</b>	47,5	44,1	41,2	35,3	30,9	24,7	20,6	17,6
<b>FeE500</b>	59,4	55,1	51,4	44,1	38,6	30,9	25,7	22,0

### 3. Semelle continue sous mur

$$B \geq \frac{N_u}{\bar{\sigma}_{sol}}$$

$$\frac{B-b}{4} \leq d \leq B - b$$

$$h = d + 0,05 \text{ m}$$



**Figure 38.** Semelle continue sous mur

**Aciers principaux (nappe inférieure) :** Armatures  $\perp$  à la longueur du mur :  $A_s = \frac{N_u(B-b)}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_{st}}$

(cm<sup>2</sup>/ml).

Majorer la section d'acier de 10 % lorsque la fissuration est préjudiciable, de 50 % lorsque la fissuration est très préjudiciable.

**Aciers de répartition (nappe supérieure)** : Armatures // à la longueur du mur :

$$A_r \geq \max \left( \begin{array}{l} 2 \text{ cm}^2 \text{ pour les aciers FeE400} \\ 1,6 \text{ cm}^2 \text{ pour TS ou FeE500} \end{array} ; \frac{A_s}{5} \right)$$

$$15 \leq s_t \leq 25 \text{ cm}$$

**Longueur et ancrage des barres** : (semelle continue sous mur ou poteaux))

Si  $l_s > B/4$  : toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités et comporter des crochets.

Si  $B/8 \leq l_s \leq B/4$  : toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités, mais peuvent ne pas comporter des crochets.

Si  $l_s < B/8$  : les barres ne comportent pas de crochets, et on peut les arrêter une sur deux à  $0,71 B$  ou alterner des barres de  $0,86 B$ .

#### 4. Semelle continue sous poteaux

La semelle se comporte dans le sens B comme une semelle isolée sous poteau et dans le sens de la longueur, comme une poutre continue renversée soumise à la réaction du sol est appuyée sur les poteaux.

**Larguer de la semelle** :  $B \geq \frac{\Sigma N_i}{L \cdot \bar{\sigma}_{sol}}$

**L** : Longueur de la file du portique considéré.  
 **$\Sigma N_i$**  : Somme des efforts normaux transmis par les poteaux du portique considéré.

**Hauteur de la semelle** :  $d \geq \frac{B-b}{4}$  ;  $h = d + 5 \text{ cm}$

**Hauteur de la poutre de rigidité** :  $\frac{l_{max}}{9} \leq h \leq \frac{l_{max}}{6}$

avec  $l_{max}$  est l'entre-axes maximal des poteaux

**Armatures de la semelle** :

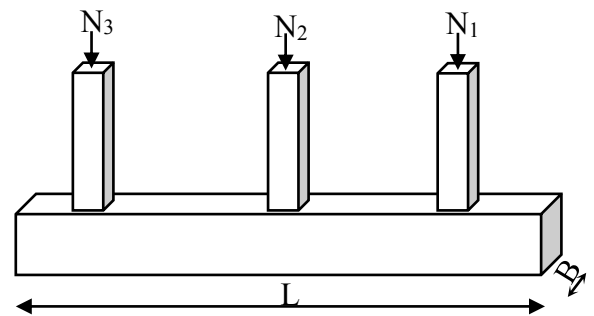
**Aciers principaux** : Armatures  $\perp$  à la file des poteaux :

$$A_B = \frac{N_u(B-b)}{8 \cdot d \cdot \sigma_{st}} \text{ (cm}^2\text{/ml)} \quad ; \quad d = \frac{B-b}{4}$$

**Aciers de répartition** : Armatures // à la file des poteaux :  $A_r = \frac{A_B/ml}{4} \cdot B$

**Armature de la poutre de rigidité** : Le ferrailage se calcule de la même manière qu'une poutre continue renversée sous une charge uniformément répartie :  $q = \sigma_{sol} \times B$ . Des armatures supérieures (moment positif en travée) et inférieures (moment négatif en appuis) sont à prévoir.

**NB** : Comme la fissuration est préjudiciable, le calcul se fait par la méthode de Caquot.



**Figure 39.** Semelle continue sous poteaux

### 5. Semelle circulaire sous poteau circulaire

Le diamètre  $D$  est fixé par la condition de portance :  $\sigma_{sol} = \frac{P}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} \leq \bar{\sigma}_{sol}$

Soit :  $D \geq 1,13 \sqrt{\max\left(\frac{P_s}{\bar{\sigma}_{ser}}; \frac{P_u}{\bar{\sigma}_u}\right)}$  ;  $\bar{\sigma}_u = \frac{3}{2} \bar{\sigma}_{ser}$

Soit  $D_p$  le diamètre du poteau, la hauteur utile  $d$  est fixée par la condition de rigidité :  $d \geq \frac{D - D_p}{4}$

La hauteur de la semelle  $h$  est :  $h \geq \frac{D - D_p}{4} + c$  ;  $c \geq 3$  cm (enrobage)

La hauteur en rive  $e$  :  $e \geq \left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 12\phi + 6 \text{ cm} \end{array} \right\}$

**Ferrailage en quadrillage** : La section des armatures du lit inférieur  $A_x$  et du lit supérieur  $A_y$  est donnée par les relations suivantes :  $A_x = A_y = \frac{P(D - D_p)}{3 \pi d \sigma_{st}}$

**NB** : Majorer  $A_x$  et  $A_y$  de 10% si la fissuration est préjudiciable et de 15% si la fissuration est très préjudiciable.

**Disposition des armatures  $A_x$  et  $A_y$  :**

- Les deux nappes orthogonales ont une section différente dans la mesure où la hauteur utile diffère ; dans la pratique, on place en général deux nappes identiques de section égale à la section du lit supérieur (la plus grande)
- Les armatures sont toutes munies de crochets et sont disposées comme suit :

**$D < 1\text{m}$**  : On dispose les barres avec un écartement constant dans chaque direction. Les deux armatures extrêmes étant en général trop courtes pour être efficaces, elles ne sont pas prises en compte dans  $A_x$  et  $A_y$  et sont considérées comme des barres de répartition.

**$1\text{m} \leq D \leq 3\text{m}$**  : On divise la semelle en 3 parties égales : 50 % des armatures dans la zone centrale, 25 % dans chaque zone latérale.

**$D > 3\text{m}$**  : On divise la semelle en 5 parties égales : 30 % dans la zone centrale, 25 % dans chaque zone intermédiaire, 10 % dans chaque zone latérale.

**Ferrailage en cerces** : Les sections des cerces valent :  $A = \frac{P(D - D_p)}{6 \pi d \sigma_{st}}$

La cerce supérieure est disposée de telle sorte que son axe se trouve sur une droite à  $45^\circ$  passant par le collet de la semelle.

On dispose des armatures verticales liées aux cerces, qui assurent leur maintien pendant le bétonnage et constituent en outre une butée efficace pour les bielles de béton comprimé.

L'épaisseur de rive est telle qu'il y ait 3 cm entre chaque cerce et au moins 3 cm d'enrobage supérieur et inférieur : si  $m$  est le nombre de cerces :  $e \geq m \phi + (m+1) \text{ cm}$ .



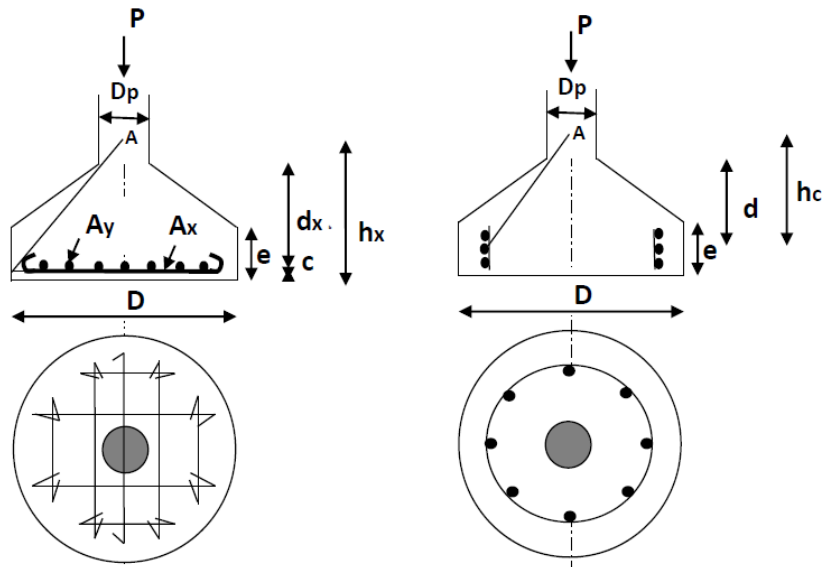


Figure 40. Semelle circulaire sous poteau circulaire : Ferrailage type en quadrillage et en cerces (Cherifi, 2018)

## Exercices corrigés

### Exercice 1. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle isolée sous un poteau rectangulaire

Calculer les dimensions et les armatures d'une semelle sous poteau rectangulaire de section (45\*50) cm<sup>2</sup>. Le poteau transmet à la semelle un effort vertical centré  $N_{ELS} = 0,78 \text{ MN}$  et  $N_{ELU} = 1,93 \text{ MN}$ .  $\bar{\sigma} = 0,45 \text{ MPa}$ , Aciers FeE400,  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$ , fissuration préjudiciable, enrobage de 5cm.

**Solution :**

#### 1. Dimensionnement de la semelle

**Condition de portance :**

Soient  $A/a$  et  $B/b$  ( $a, b$  dimensions du poteau 45\*50 cm<sup>2</sup>)

$$B \geq \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{N}{\bar{\sigma}_{sol}}} \text{ et } A \geq \sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{N}{\bar{\sigma}_{sol}}}$$

$\bar{\sigma}_{sol} = 0,45 \text{ MPa}$  à l'ELS, elle est égale à  $\frac{3}{2} \bar{\sigma}_{sol}$  (à l'ELU) =  $\frac{3}{2} \cdot 0,45 = 0,675 \text{ MPa}$

$$B \geq \max \sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{N_{ELS}}{\bar{\sigma}_{sol}} ; \frac{b}{a} \cdot \frac{N_{ELU}}{\frac{3}{2} \bar{\sigma}_{sol}}} \Rightarrow B \geq \max \sqrt{\frac{0,5}{0,45} \cdot \frac{0,78}{0,45} ; \frac{0,5}{0,45} \cdot \frac{1,93}{0,675}}$$

On prend **B = 1,8 m**.

$A = B \cdot \frac{a}{b}$  . soit **A = 1,65 m**.

**Condition de rigidité**

$$d \geq \max \left( d_a = \frac{A - a}{4}; d_b = \frac{B - b}{4} \right) \Rightarrow d \geq \max \left( \frac{1,65 - 0,45}{4}; \frac{1,8 - 0,5}{4} \right)$$

Soit **d = 35 cm**.

h = d + 0,05 m. Soit **h = 40 cm**.

**Contrôle de la contrainte sur le sol en tenant compte le poids propre de la semelle :**

Soit **g<sub>0</sub>** le poids propre approximatif de la semelle :

$$g_0 = A \cdot B \cdot h \cdot \rho = 1,65 \times 1,8 \times 0,4 \times 25 = 29,7 \text{ kN}$$

Le nouvel effort normal incluant le poids de la semelle est :

$$N'_{ELU} = 1,93 + (1,35 \times 0,0297) = 1,97 \text{ MN.}$$

$$N'_{ELS} = 0,78 + 0,0297 = 0,8097 \text{ MN.}$$

$$\frac{N'_{ELU}}{A \cdot B} = \frac{1,97}{1,65 \cdot 1,8} = 0,663 \text{ MN} < \frac{3}{2} \bar{\sigma}_{sol} = 0,675 \text{ MPa}$$

Les dimensions choisies vérifient la condition de portance. On fixe donc les dimensions à :

A = 165 cm, B = 180 cm, h = 45 cm et d<sub>b</sub> = 35 cm.

## 2. Ferrailage de la semelle

*Armatures parallèles au côté B (Lit inférieur)*

$$A \text{ l'ELU} : A_{bu} = \frac{N'_{u(B-b)}}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_{st}} = \frac{1,97 (1,8-0,5)}{8 \cdot 0,35 \cdot 348} = 26,28 \text{ cm}^2 ; \sigma_{st} = \frac{400}{1,15} \text{ (situation courante)}$$

$$A \text{ l'ELS} : A_{bs} = \frac{N'_{s(B-b)}}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_{st}} = \frac{0,8097 (1,8-0,5)}{8 \cdot 0,35 \cdot 201,63} = 18,64 \text{ cm}^2 < A_{bu}$$

$$\sigma_{st} = \min \left[ \frac{2}{3} \cdot f_e ; 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \right] = 201,63 \text{ MPa}$$

$$f_{tj} = 0,6 + f_{cj} 0,06 ; \eta = 1,6 \text{ pour les aciers HA de } \varnothing > 6 \text{ mm}$$

On majore la section d'acier calculée à l'ELU de 10 % car la fissuration est préjudiciable.

$$A_{bu} = 1,1 \cdot 26,28 = 28,91 \text{ cm}^2$$

Soit 10 HA20 (A<sub>b</sub> = 31,42 cm<sup>2</sup>) avec un espacement moyen de 17 cm.

Vérification de l'espacement :

$$17 \times 9 \text{ espacements} + 5 \text{ cm d'enrobage de chaque côté} = 163 \text{ cm} \approx A.$$

*Armatures parallèles au côté A (Lit supérieur)*

$$A_a = \frac{N'_{u(A-a)}}{8 \cdot d_a \cdot \sigma_{st}}$$

Calcul approximatif de  $d_a$  : Si on choisit de ferrailer le côté A par des armatures de diamètre 20 mm, il en résulte :  $d_a = d_b - \frac{\phi_a}{2} - \frac{\phi_b}{2} = 35 - \frac{2}{2} - \frac{2}{2} = 33 \text{ cm}$ .

$$A_a = \frac{1,97 (1,65 - 0,45)}{8 \cdot 0,33 \cdot 348} = 25,73 \text{ cm}^2.$$

On majore la section d'acier calculée à l'ELU de 10 % car la fissuration est préjudiciable.

$$A_a = 1,1 \cdot 25,73 = 28,3 \text{ cm}^2$$

Soit 10 HA20 ( $A_b = 31,42 \text{ cm}^2$ ) avec un espacement moyen de 19 cm.

Vérification de l'espacement :

$$19 \times 9 \text{ espacements} + 5 \text{ cm d'enrobage de chaque côté} = 181 \text{ cm} \approx B.$$

**L'ancrage  $l_s$  des barres** :  $\{f_{c28}=25 \text{ MPa}, \text{Aciers FeE400}\} \Rightarrow \frac{l_s}{\phi} = 35,3 \Rightarrow l_s = 35,3 \phi$

$l_{sa} = 35,3 \times 2,0 = 70,6 \text{ cm} \Rightarrow l_{sa} > A/4 = 41,25 \text{ cm}$  ; les armatures parallèles à A doivent comporter des crochets.

$l_{sb} = 35,3 \times 2,0 = 70,6 \text{ cm} \Rightarrow l_{sb} > B/4 = 45 \text{ cm}$  ; les armatures parallèles à B doivent comporter des crochets.

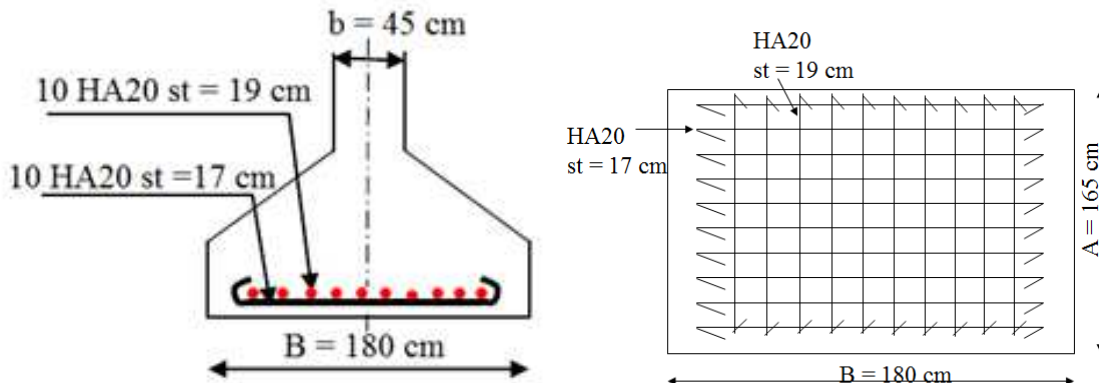


Figure 41. Schéma de ferrailage de la semelle isolée sous poteau

## Exercice 2. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle continue sous un mur

Dimensionner et calculer les armatures d'une semelle filante sous un mur en voile de 25 cm d'épaisseur. Cette semelle reçoit une charge verticale centrée par mètre de mur  $N_s = 1,25 \text{ MN/m}$  (ELS) et  $N_{ELUA} = 2,06 \text{ MN/m}$  (sous 0,8G+E). On donne :

$\bar{\sigma} = 0,55 \text{ MPa}$ , FeE400,  $f_{c28} = 325 \text{ MPa}$ , fissuration non préjudiciable, enrobage = 3cm.

**Solution :**

**1. Dimensionnement de la semelle filante**

**Condition de portance :**

$$B \geq \frac{N_u}{L \cdot \bar{\sigma}_{sol}} \quad , \quad L = 1 \text{ ml}$$

$$B \geq \max \sqrt{\frac{N_{ELS}}{\bar{\sigma}_{sol}} ; \frac{N_{ELUA}}{\frac{3}{2} \bar{\sigma}_{sol}}} \Rightarrow B \geq \max \sqrt{\frac{1,25}{0,55} ; \frac{2,06}{\frac{3}{2} \cdot 0,55}}$$

Soit **B= 170 cm**

**Condition de rigidité :**

$$\frac{170-25}{4} \leq d \leq 170 - 25$$

Soit **d = 40 cm ; h = 45 cm**

**Contrôle de la contrainte sur le sol en tenant compte le poids propre de la semelle :**

Soit  $g_0$  le poids propre approximatif de la semelle :

$$g_0 = B \cdot L \cdot h \cdot \rho = 1,7 \times 1,00 \times 0,45 \times 25 = 19,125 \text{ kN}$$

En tenant compte du poids propre de la semelle à l'ELS et à l'ELU accidentelle,  $N's$  et  $N'_{ELUA}$  sont les nouvelles charges verticales, respectivement.

$$N's = 1,25 + 0,019125 = 1,269 \text{ MN}$$

$$N'_{ELUA} = 2,06 + (0,8 \times 0,019125) = 2,075 \text{ MN}$$

$$\frac{N'_{ELUA}}{B \cdot 1} = \frac{2,075}{1,7 \cdot 1} = 1,22 \text{ MN} > \frac{3}{2} \bar{\sigma}_{sol} = 0,825 \text{ MPa}$$

La dimension choisie ne vérifie pas la condition de portance. Augmenter **B** pour que la contrainte soit inférieure à la contrainte admissible, Soit **B= 260 cm**

Il faut recalculer à nouveau les poids de la semelle et les efforts normaux à l'ELS et l'ELUA

$$\frac{260-25}{4} \leq d \leq 260 - 25 \quad ; \quad \mathbf{d = 60 \text{ cm} ; h = 65 \text{ cm}}$$

$$g'_0 = 2,6 \times 1,00 \times 0,65 \times 25 = 42,25 \text{ kN}$$

$$N''s = 1,25 + 0,04225 = 1,29225 \text{ MN}$$

$$N''_{ELUA} = 2,06 + (0,8 \times 0,04225) = 2,0938 \text{ MN}$$

$$\frac{N''_{ELUA}}{B \cdot 1} = \frac{2,0938}{2,6 \cdot 1} = 0,805 \text{ MN} < \frac{3}{2} \bar{\sigma}_{sol} = 0,825 \text{ MPa}$$

## 2. Ferrailage de la semelle

**Aciers principaux de traction (lit inférieur) :** Armatures  $\perp$  à la longueur du mur :

$$A_s = \frac{N''_{ELUA} (B-b)}{8 \cdot d_b \cdot \sigma_{st}} \text{ (cm}^2\text{/ml)} ; \sigma_{st} = \frac{f_e}{\gamma_s} = 400 \text{ MPa}; \gamma_s = 1 \text{ (situation accidentelle)}$$

$$A_s = \frac{2,0938 (2,6-0,25)}{8 \cdot 0,6 \cdot 400} = 25,63 \text{ cm}^2\text{/ml}$$

Soit 6HA25 de section  $A_s = 29,45 \text{ cm}^2\text{/ml}$

**Calcul des espacements :**

On utilise des barres HA25 (1HA25 = 4,91 cm<sup>2</sup>). Il faut donc  $n=25,63/4,91=5,22$  barres, soit un espacement de  $100/5,22=19,16 \text{ cm}$ . Les barres HA25 seront donc espacées de 19 cm.

**Longueur et ancrage des armatures :**

On a  $\{f_c=25 \text{ MPa, Aciers FeE400}\} \Rightarrow l_s/\phi=35,3 \Rightarrow l_s=35,3 \phi=35,3 \times 2,5= 88,25 \text{ cm}$

D'autre part :  $B/4= 260/4= 65 \text{ cm}$

$l_s > B/4$  : les crochets sont donc nécessaires. De plus, toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités de la semelle.

**Aciers de répartition (lit supérieur) :** Armatures  $\parallel$  à la longueur du mur :

$$A_r \geq \max \left( 2 \text{ cm}^2 \text{ (aciers FeE400)} ; \frac{A_s}{5} \right) \Rightarrow A_r \geq 5,89 \text{ cm}^2$$

Soit 11HA10 de section  $A_r = 8,64 \text{ cm}^2$ , espacées de 25 cm (enrobage de 5 cm).

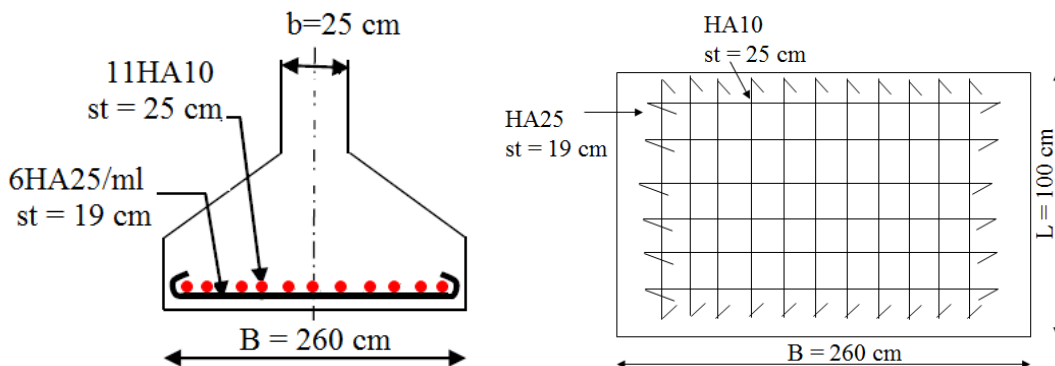


Figure 42. Ferrailage de la semelle continue sous un mur en voile

### Exercice 3. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle continue sous poteaux

Dimensionner et ferrailer une semelle continue sous quatre poteaux carrés de côté  $b$  égal à 50 cm.

Les poteaux transmettent à la semelle les charges permanentes non pondérées montrées sur la **Figure 43**. *Semelle continue sous quatre poteaux* Figure 43.

On donne :  $\bar{\sigma} = 0,18$  MPa,  $f_{c28} = 25$  MPa, acier FeE400, fissuration peu préjudiciable, enrobage 3 cm.

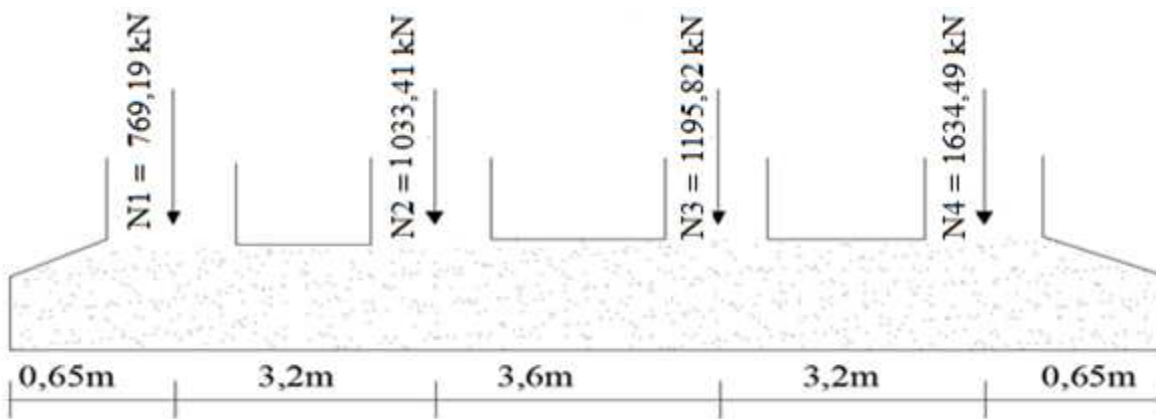


Figure 43. Semelle continue sous quatre poteaux

**Solution :**

#### 1. Dimensionnement

**Condition de résistance :** *Larguer de la semelle*  $B \geq \frac{\sum N_i}{L \cdot \bar{\sigma}_{sol}}$ :

$$L = 11,30 \text{ m}$$

$$\sum N_i = 4632,91 \text{ kN} ; N_1 = 769,19 \text{ kN}, N_2 = 1033,41 \text{ kN}, N_3 = 1195,82 \text{ kN}, N_4 = 1634,49 \text{ kN}$$

$$B \geq \frac{4,63291}{11,3 \cdot 0,18} \Rightarrow B \geq 2,27 \text{ m} ; \text{ soit } \mathbf{B = 2,3 \text{ m}}$$

**Condition de rigidité :**  $d \geq \frac{230-50}{4} \Rightarrow d \geq 45 \text{ cm} ; h = d + 5 \text{ cm}$

Soient  $\mathbf{d = 45 \text{ cm}}$  et  $\mathbf{h = 50 \text{ cm}}$

**La poutre de rigidité** :  $\frac{3,6}{9} \leq h_p \leq \frac{3,6}{6}$  avec  $l_{\max} = 3,6$  m

Soit  **$h_p = 60$  cm,  $b_p = 50$  cm**

### 2. Calcul des armatures de la semelle

**Aciers principaux // B** : Armatures  $\perp$  à la file des poteaux :  $A_B = \frac{N_u(B-b)}{8 \cdot d \cdot \sigma_{st}}$

$N_u = 1,35 \times \sum N_i = 6254,43$  kN

$$A_B = \frac{6,25443 (2,3-0,5)}{8 \cdot 0,45 \cdot 348} = 89,86 \text{ cm}^2$$

On ferraille avec 59HA14 ( $A_B = 90,83 \text{ cm}^2$ ) avec un espacement moyen de 19 cm.

$A_{B/ml} = 59HA14 = 7,7 \text{ cm}^2$ .

**Aciers de répartition** : Armatures // à la file des poteaux :

$$A_r = \frac{A_B/ml}{4} \cdot B = \frac{7,7}{4} \cdot 2,3 = 4,43 \text{ cm}^2.$$

Ces armatures seront réparties sur les ailes de la semelle :  $(B-b)/2 = 90$  cm sur chaque aile.

Soit 5HA8 par aile avec un espacement moyen de 22 cm

### Longueur et ancrage des armatures

On a  $\{f_c=28=25 \text{ MPa}, \text{Aciers FeE400}\} \Rightarrow l_s/\phi = 35,3 \Rightarrow l_s = 35,3 \cdot \phi = 35,3 \times 2,5 = 88,25 \text{ cm}$

D'autre part  $B/4 = 57,5$  cm

$l_s > B/4$  : toutes les barres doivent être prolongées jusqu'aux extrémités et comporter des crochets.

### 3. Ferrailage de la poutre de rigidité

La poutre de rigidité se calcule comme une poutre continue renversée sur quatre appuis et soumise à une charge uniformément répartie  $q$  agissant de bas en haut :  $q = \sigma_{sol} \times B$

$$q_u = \sigma_{sol} \times B = 553,49 \text{ kN/m.}$$

La poutre va être considérée comme une section en T de dimensions :  $B=230$  cm ;  $b_p=50$  cm ;  $h_p=60$  cm ;  $h_t=50$  cm. Elle sera ferrillée à la flexion simple ; il faut prévoir des armatures en appuis et en travées.

**NB** : Le ferrailage d'une poutre sollicitée à la flexion simple est traité dans le chapitre 3 de ce document.

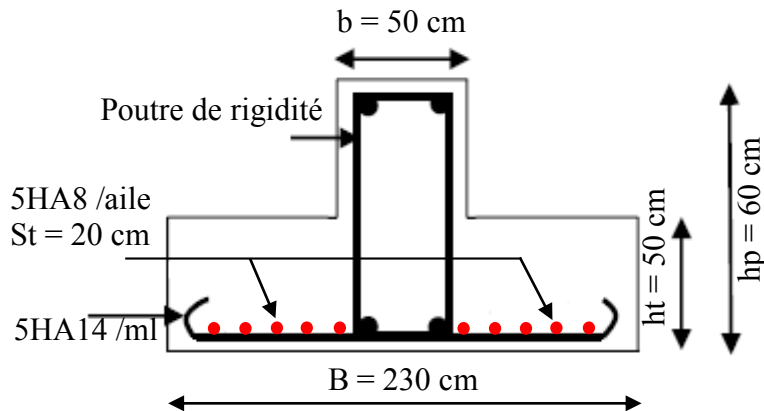


Figure 44. Schéma de ferraille d'une semelle continue sous poteaux

#### Exercice 4. Dimensionnement et ferrailage d'une semelle circulaire sous un poteau circulaire

Calculer les dimensions et les armatures d'une semelle circulaire de diamètre  $D$  sous un poteau circulaire de diamètre  $d_p=60\text{ cm}$ .

Les charges transmises sont :  $P_s=0,85\text{ (ELS)}$  et  $P_u=1,53\text{ (ELU)}$ .

$\bar{\sigma} = 0,33\text{ MPa}$ , Aciers FeE400,  $f_{c28}=25\text{ MPa}$ ,  $\gamma_b=25\text{ kNm}^3$ , enrobage de 3 cm, fissuration peu préjudiciable.

**Solution :**

##### 1. Dimensions de la semelle

**Condition de portance :**

$$\bar{\sigma}_u = \frac{3}{2} \cdot 0,33 = 0,495\text{ MPa}$$

$$D \geq 1,13 \sqrt{\max\left(\frac{0,85}{0,33}; \frac{1,53}{0,495}\right)} \text{ soit } D \geq 1,987\text{ m} , \text{ soit } \mathbf{D=200\text{ cm}}$$

$$\mathbf{Condition\ de\ rigidit\acute{e} : } d \geq \frac{D - D_p}{4} \Rightarrow d \geq \frac{200 - 60}{4} = 35\text{ cm}, \text{ soit } \mathbf{d = 40\text{ cm}}$$

$$h \geq 40 + 3 , \text{ soit } \mathbf{h = 45\text{ cm}}$$



**Vérification de la condition de portance en tenant compte du poids propre de la semelle**

Soit  $P_p$  le poids propre surestimé de la semelle :  $P_p = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot h \cdot \gamma_b = \frac{\pi \cdot 2^2}{4} \cdot 0,45 \cdot 25 = 35,34 \text{ kN} = 0,035 \text{ MN}$

$P_s'$  et  $P_u'$  les charges verticales en tenant compte du poids propre de la semelle à l'E.L.S. et à l'E.L.U. respectivement.  $P_s' = 0,85 + 0,035 = 0,885 \text{ MN}$   $P_u' = 1,53 + 1,35 \times 0,035 = 1,577 \text{ MN}$

On vérifie les dimensions comme suit :

$$D \geq 1,13 \sqrt{\max\left(\frac{0,885}{0,33}; \frac{1,577}{0,495}\right)} = 201,69 \text{ cm} > 200 \text{ cm} \Rightarrow \text{augmenter } D$$

Soit  $D = 205 \text{ cm}$ ,  $d = 40 \text{ cm}$ ,  $h = 45 \text{ cm}$ .

**Ferrailage en quadrillage**

La semelle est armée de deux nappes orthogonales (armatures inférieures ( $A_x$ ) et armatures supérieures ( $A_y$ )). On suppose que  $d_x = d_y$ . Sinon  $d_y = d_x - \frac{\varnothing_x}{2} - \frac{\varnothing_y}{2}$

$$A_x = A_y = \frac{P_u'(D - D_p)}{3 \pi d_x f_{st}} = \frac{1,577(2,05 - 0,6)}{3 \cdot \pi \cdot 0,4 \cdot 348} = 17,43 \text{ cm}^2$$

On choisit 12HA14 dans chaque sens. On prévoit deux barres de répartition sur les bords des deux sens, cela donne 13 intervalles sur 1,99 m de large ( $1,99 = D - 2 \cdot \text{enrobage} = 205 - 2 \cdot 3$ ), soit un espacement de 15 cm.

$$\text{Le hauteur en rive } e : e \geq \left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 12\varnothing + 6 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow e \geq \left\{ \begin{array}{l} 15 \text{ cm} \\ 12 \cdot 1,4 + 6 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow e \geq 22,8 \text{ cm}$$

Soir  $e = 25 \text{ cm}$ . Si on tient compte du faible cout du béton par rapport au temps de la réalisation de la forme en tronc de cône, on choisit la forme cylindrique à la semelle avec une hauteur totale de 45 cm.

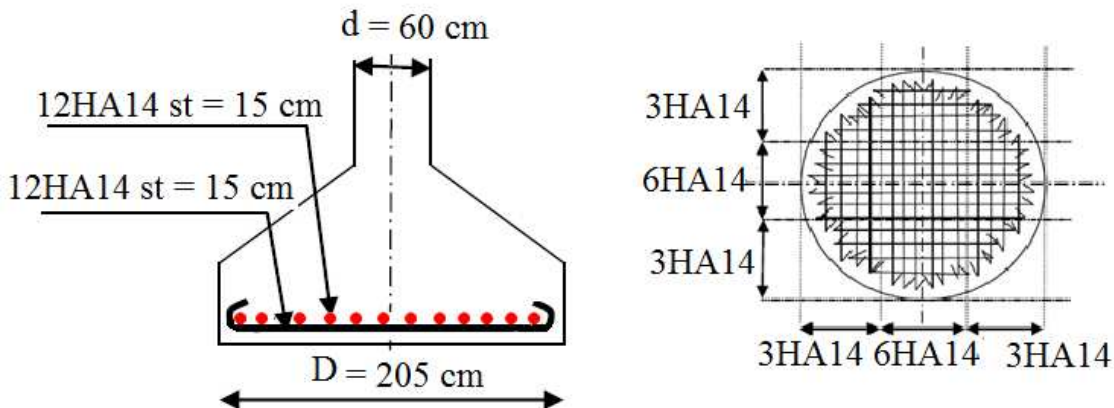


Figure 45. Schéma de ferrailage en quadrillage de la semelle circulaire

### Ferrailage en cerces

On suppose que la semelle sera ferrillée avec trois cerces HA16.

$$e = \frac{D}{2} - \frac{d_p}{2} - 5 \text{ cm} = \frac{205}{2} - \frac{60}{2} - 5 = 67,5 \text{ cm}$$

$$d = e + \varnothing_{16} + 3 \text{ cm} = 67,5 + 1,6 + 3 = 72,1 \text{ cm}$$

Le poids approximatif de la semelle en considérant une épaisseur moyenne 'e' :

$$P_{\text{semelle}} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot e \cdot \rho = \frac{\pi \cdot 2,05^2}{4} \cdot 0,675 \cdot 25 = 0,0557$$

Les efforts normaux incorporant le poids de la semelle :

$$P''_s = 0,85 + 0,0557 = 0,9057 \text{ MN} ; \quad u = 1,53 + 1,35 \times 0,0557 = 1,605 \text{ MN}$$

$$D' \geq 1,13 \sqrt{\max\left(\frac{0,9057}{0,33} ; \frac{1,605}{0,495}\right)} \Rightarrow D' \geq 203,48 \text{ cm}$$

Cette condition est vérifiée  $D=205 \text{ cm}$

$$A_c = \frac{P''_c(D-d_p)}{6 \pi d \sigma_{st}} = \frac{1,605(2,05-0,6)}{6 \cdot \pi \cdot 0,721 \cdot 348} = 4,92 \text{ cm}^2 < 3\text{HA16} = 6,03 \text{ cm}^2.$$

$$h_t = d + \varnothing_{16}/2 + 3 \text{ cm} + \varnothing_{16} + 3 \text{ cm} = 72,1 + 1,6/2 + 3 + 1,6 + 3 = 80,5 \text{ cm}$$

$$h_p \geq m \varnothing + (m+1) \cdot 3 \text{ cm} = 3 \times 1,6 + (3+1) \times 3 \text{ cm} = 16,8 \text{ cm}. \text{ Soit } h_p = 20 \text{ cm}$$

$m=3$  : est le nombre de cerces

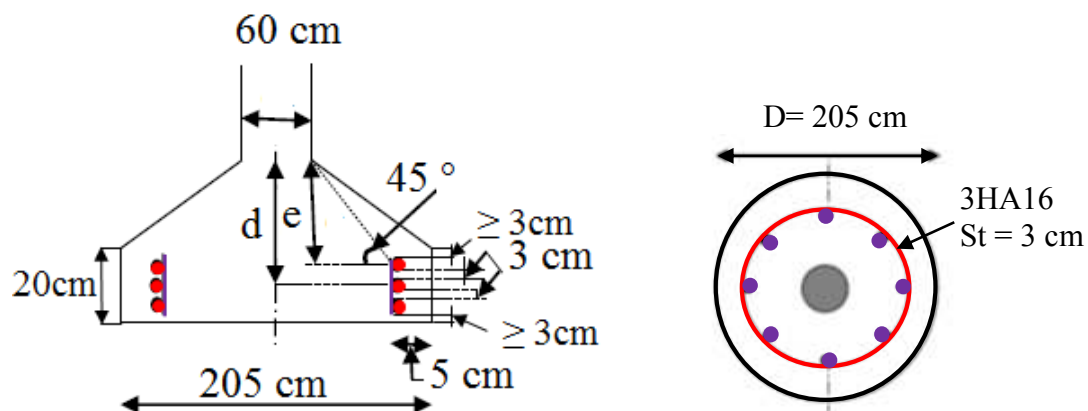


Figure 46. Schéma de ferrailage en cerces de la semelle circulaire

## Références bibliographiques

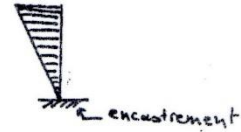
- DTR B.C. 2.2.** Document technique réglementaire : Charges permanentes et charges d'exploitation. 1988. 41 p.
- DTR B.C.2-41.** Document technique réglementaire : Règle de conception et de calcul des structures en béton armé C.B.A 93. 1993. 187 p.
- DTR B.C.2-48.** Document technique réglementaire : Règles parasismiques algériennes R.P.A99/version 2004. 117 p.
- DTR B.C.2.331.** Document technique réglementaire : Règles de calcul des fondations superficielles. 1991. 47 p.
- DTU P 18-702.** Règles BAEL 91 révisées 99. Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites.2000. 221 p.
- F. Cherifi.** Calcul des semelles de fondations en béton armé (Cours et applications), Université de Tizi Ouzou, 2018/2019. 81 p.
- J.P Mougin.** Béton armé, BAEL 91 modifié 99 et DTU associés. Edition Eyrolles. 2006. 283 p.
- J. Perchat et J. Roux.** Maitrise du BAEL 91 et des DTU associés. Edition delta (Eyrolles). 1997. 389 p.
- H. Renaud et J. Lamirault.** Béton armé : Guide de calcul. Edition Faucher. Paris 1993. 141 p.
- M. Belazougui.** Calcul des ouvrages en béton armé. Office des publications universitaires, 1996. 303 p.
- Y. Cherait.** Calcul des ouvrages en béton armé, règles CBA 93 et RPA 2003. Office des Publications Universitaires. 2004. 309 p.



Annexe

TABLEAU N° III - 1

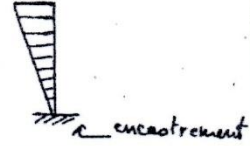
charge triangulaire  
(seisme)



nombre de niveaux	nombre de mètres	$\frac{1}{6} K$													
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0
1	1	0.80	0.75	0.70	0.65	0.65	0.60	0.60	0.60	0.60	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55
2	2	.50	.45	.40	.40	.40	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50
	1	1.00	.85	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.60	.55	.55	.55	.55
3	3	.25	.25	.25	.30	.30	.35	.35	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.50
	2	.60	.50	.50	.50	.50	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
4	4	1.15	.90	.80	.75	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55
	3	.10	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.35	.40	.45	.45	.45	.45
5	5	.35	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50
	4	.70	.60	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
6	6	1.20	.95	.85	.80	.70	.70	.70	.70	.65	.65	.65	.65	.55	.55
	5	-.05	.10	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.35	.35	.40	.45	.45	.45
7	7	.20	.25	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	.50
	6	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
8	8	.75	.60	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
	7	1.30	1.00	.85	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55
9	9	-.15	.05	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.35	.40	.45	.45	.45
	8	.10	.25	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.50	.50
10	10	.30	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50
	9	.50	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
11	11	.80	.65	.55	.55	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
	10	1.30	1.00	.85	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55
12	12	-.20	.05	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.35	.45	.45	.45	.45
	11	.00	.20	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	.50
13	13	.15	.30	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
	12	.30	.35	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
14	14	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
	13	.60	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
15	15	.85	.65	.60	.55	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
	14	1.30	1.00	.90	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55
16	16	-.25	.00	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	.45
	15	.00	.20	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	.50
17	17	.15	.30	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
	16	.35	.25	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
18	18	.35	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
	17	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50
19	19	.60	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
	18	.85	.65	.60	.55	.55	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50
20	20	1.30	1.00	.90	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55

TABLEAU N° III-1 (suite)

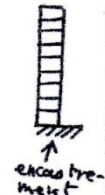
Charge triangulaire  
(séisme)



nombre de niveaux	rang du niveau	$\gamma_0$														
		$\bar{k}$														
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	
10	10	.25	.00	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	.45	
	9	.05	.20	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	.50	
	8	.10	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	7	.20	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	6	.30	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	5	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	4	.50	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	3	.60	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	2	.85	.65	.60	.55	.55	.55	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	1	1.35	1.00	.90	.80	.75	.75	.70	.70	.65	.65	.60	.55	.55	.55	
11	11	.25	.00	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	.45	
	10	.05	.20	.25	.30	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	.50	
	9	.10	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	8	.20	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	7	.25	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	6	.35	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	5	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	4	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	3	.65	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	2	.85	.65	.60	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	
1	1.35	1.05	.90	.80	.75	.75	.70	.70	.65	.65	.60	.55	.55	.55		
≥ 12	n	.30	.00	.15	.20	.25	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	.45	
	n-1	.10	.20	.25	.30	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	.50	
	n-2	.05	.25	.30	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-3	.15	.30	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-4	.25	.35	.50	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-5	.30	.40	.50	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	n-6	.35	.40	.55	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	n-7	.40	.45	.55	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	5 (séisme)	.45	.45	.55	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	4	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
3	.65	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50		
2	.85	.70	.60	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55	.55		
1	1.35	1.05	.90	.80	.75	.70	.70	.70	.65	.65	.60	.55	.55	.55		

TABLEAU N° III.2

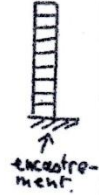
charge uniformément répartie  
(vent)



nombre de niveaux	rangée du niveau	K														
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	
1	1	0.80	0.75	0.70	0.65	0.65	0.60	0.60	0.60	0.60	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	
		0.45	0.40	0.35	0.35	0.35	0.35	0.40	0.40	0.40	0.40	0.45	0.45	0.45	0.45	
2	1	0.95	0.80	0.75	0.70	0.65	0.65	0.65	0.60	0.60	0.60	0.55	0.55	0.55	0.50	
		0.75	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.70	0.70	0.70	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	
3	2	1.00	0.85	0.80	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.60	0.55	0.55	0.55	0.55	
		0.55	0.50	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.50	0.50	0.50	
4	3	1.10	0.90	0.80	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.60	0.55	0.55	0.55	0.55	
		0.25	0.30	0.30	0.35	0.35	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.45	0.45	0.45	0.45	
5	4	1.20	0.95	0.80	0.75	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.55	0.55	0.55	
		0.10	0.20	0.25	0.30	0.35	0.35	0.40	0.40	0.40	0.45	0.45	0.50	0.50	0.50	
6	5	1.20	0.95	0.80	0.75	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.55	0.55	0.55	
		0.20	0.30	0.35	0.35	0.40	0.40	0.40	0.45	0.45	0.45	0.45	0.50	0.50	0.50	
7	6	1.20	0.95	0.80	0.75	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.55	0.55	0.55	
		0.30	0.40	0.40	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.50	0.50	0.50	0.50	
8	7	1.20	0.95	0.80	0.75	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.55	0.55	0.55	
		0.40	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45	0.50	0.50	0.50	0.50	
9	8	1.20	0.95	0.80	0.75	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.55	0.55	0.55	
		0.45	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	
10	9	1.20	0.95	0.80	0.75	0.75	0.70	0.70	0.65	0.65	0.65	0.65	0.55	0.55	0.55	
		0.50	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	

TABLEAU III.2 (suite)

charge uniformément répartie  
(vent)



nombre de mètres cubiques	nombre de mètres cubes	$\frac{y_0}{K}$														
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	
10	10	-0.40	-0.05	.10	.20	.25	.30	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	
	9	-0.15	.15	.25	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	
	8	.00	.25	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	
	7	.10	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	6	.20	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	5	.30	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	4	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	3	.55	.50	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	2	.80	.65	.55	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	1	1.30	1.00	.85	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55	
11	11	-0.40	.05	.10	.20	.25	.30	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	
	10	-0.15	.15	.25	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	
	9	.00	.25	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	
	8	.10	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	7	.20	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	6	.25	.35	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	5	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	
	4	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	3	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	2	.80	.65	.60	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
1	1.30	1.00	.85	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55		
12	n	-0.40	-0.05	.10	.20	.25	.30	.30	.30	.35	.35	.40	.45	.45	.45	
	n-1	-0.15	.15	.25	.30	.35	.35	.40	.40	.40	.40	.45	.45	.50	.50	
	n-2	.00	.25	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-3	.10	.30	.35	.40	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-4	.20	.35	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-5	.25	.35	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	
	n-6	.30	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	n-7	.35	.40	.45	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	5.4.1.8	.40	.40	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
	4	.45	.45	.45	.45	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	
3	.60	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50		
2	.80	.65	.60	.55	.55	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50	.50		
1	1.30	1.00	.85	.80	.75	.70	.70	.65	.65	.65	.60	.55	.55	.55		



TABLEAU N° III-3

$\alpha_1$	$y_1$														
	$\bar{K}$														
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	
0.4	0.55	0.40	0.30	0.25	0.20	0.20	0.20	0.15	0.15	0.15	0.05	0.05	0.05	0.05	
0.5	.45	.30	.20	.20	.15	.15	.15	.10	.10	.10	.05	.05	.05	.05	
0.6	.30	.20	.15	.15	.10	.10	.10	.05	.05	.05	.05	.05	.00	.00	
0.7	.20	.15	.10	.10	.10	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.00	.00	.00	
0.8	.15	.10	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.00	.00	.00	.00	.00	
0.9	.05	.05	.05	.05	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	

$K_1 | K_2 \quad K_s = K_1 + K_2 \quad \alpha_1 = \frac{K_s}{K_i}$  au premier niveau  $y_1 = 0$   
 $K_3 | K_4 \quad K_L = K_3 + K_4 \quad \text{si } K_s > K_L \text{ prend } \alpha_1 = \frac{K_L}{K_s}$  et affecter d'un signe (-) la valeur de  $y_1$  lue

TABLEAU N° III-4

$\alpha_2$	$\alpha_3$	$y_2$ ou $y_3$														
		$\bar{K}$														
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	
2.0		0.25	0.15	0.15	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.05	0.05	0.05	0.05	0.00	0.00	
1.8		.20	.15	.10	.10	.10	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.00	.00	
1.6	0.4	.15	.10	.10	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.00	.00	.00	.00	
1.4	0.6	.10	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.05	.00	.00	.00	.00	.00	
1.2	0.8	.05	.05	.05	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	
1.0	1.0	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	
0.8	1.2	-.05	-.05	-.05	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	.00	
0.6	1.4	-.10	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	.00	.00	.00	.00	.00	
0.4	1.6	-.05	-.10	-.10	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	.00	.00	.00	.00	
	1.8	-.20	-.15	-.10	-.10	-.10	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	.00	.00	.00	
	2.0	-.25	-.15	-.15	-.10	-.10	-.10	-.10	-.10	-.05	-.05	-.05	-.05	.00	.00	

$\begin{cases} h_s \\ h \\ h_i \end{cases} = \alpha_2 h$        $y_2 : \alpha_2 = \frac{h_s}{h}$       nota:  $y_2$  et  $y_3$  suffisent de correction de la position des points moment nul pour le niveau d' hauteur  $h$   
 $\begin{cases} h_s \\ h \\ h_i \end{cases} = \alpha_3 h$        $y_3 : \alpha_3 = \frac{h_i}{h}$   
 au dernier étage  $y_2 = 0$ ; au premier niveau  $y_3 = 0$