Examen de rattrapage physique 01

Exercice 1 (07 points)

La trajectoire d'un point matériel dans le système de coordonnées polaires est donnée par :

$$\boldsymbol{\rho = 2R\,cos\theta}; \quad \boldsymbol{\theta = \omega t}$$

Où $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{\omega}$ sont des constantes positives.

1. Dans la base $(\vec{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\rho}}, \vec{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{\theta}})$ associée aux coordonnées polaires, exprimer en fonction de $\boldsymbol{R}$ et $\boldsymbol{\omega}$:

- a- le vecteur position $\overrightarrow{OM}$
- b- les vecteurs vitesse $\vec{\boldsymbol{v}}$ et accélération $\vec{\boldsymbol{a}}$ ainsi que leurs modules $\|\vec{\boldsymbol{v}}\|$ et $\|\vec{\boldsymbol{a}}\|$.

2. Déterminer les composantes tangentielle a_T et normale a_N de l'accélération. Déduire le rayon de courbure R_C.

3. Exprimer l'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes. Quelle est sa nature ?

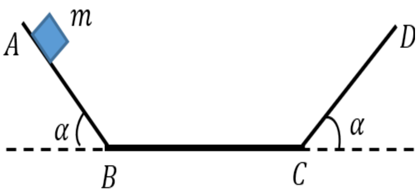
Exercice 2 (10 points)

Une piste $ABCD$, composée de trois parties (figure ci-dessous) :

Partie $\boldsymbol{AB}$: un plan incliné de longueur $AB = 2m$ et d'angle $\alpha = 30°$, caractérisé par un coefficient de frottement dynamique $\mu_d = 0.3$.

Partie $\boldsymbol{BCD}$: parfaitement lisse (les frottements sont négligeables), constituée d'une piste horizontale BC et d'un plan incliné CD d'angle $\alpha = 30°$.

On lance une boite M de masse $m = 1kg$ assimilée à un point matériel, à partir du point A avec une vitesse initiale $v_A = 3m/s$, la masse m se met en mouvement le long de $ABCD$. On donne $g = 10ms^{-2}$.



1. Lorsque la masse m se déplace sur le plan AB :

a. Représenter les forces qui s'exercent sur la boite.

b. Calculer l'accélération de la boite.

c. Montrer que la boite arrive au point B avec une vitesse $v_B = 4.31ms^{-1}$.

2. Lorsque la boite se déplace sur le plan BC :

a. Représenter les forces qui s'exercent sur la boite.

b. Quelle est la nature du mouvement sur le plan BC ? Justifier.

c. Déduire la vitesse de la boite au point C.

3. Lorsque la boite se déplace sur le plan CD :

Si l'accélération de la boite $a' = -5ms^{-2}$ et arrive au point D avec une vitesse $v_D = 0$. Calculer la distance CD.

Exercice 3 (03 points)

On lance verticalement vers le haut une balle avec une vitesse initiale $v_0 = 20\ m/s$. On prend $g = 10\ m/s^2$.

1. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la balle si on néglige les résistances de l'air ?

2. En réalité, la hauteur maximale atteinte par la balle est de 14 m. Quelle est, en fonction de la masse m de la balle, le travail des forces de frottement dues à l'air ?

Corrigé

Exercice 1 (07 points)

1- Expression du vecteurs position $\overrightarrow{OM}$

$$\overrightarrow{OM} = \rho\vec{u}_\rho = 2R\cos\omega t\,\vec{u}_\rho \quad \textbf{(0.5pt)}$$

Expression des vecteurs $\vec{v}$, $\vec{a}$ ainsi que $\|\vec{v}\|$ et $\|\vec{a}\|$

$$\dot{\theta} = \omega \ \rightarrow \ddot{\theta} = 0;\ \rho = 2R\cos\omega t \rightarrow \dot{\rho} = -2R\omega\sin\omega t \rightarrow \ddot{\rho} = -2R\omega^2\cos\omega t \quad \textbf{(1.0pt)}$$

$$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d(\rho\vec{u}_\rho)}{dt} = \dot{\rho}\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\vec{u}_\theta = 2R\omega(-\sin\omega t\,\vec{u}_\rho + \cos\omega t\,\vec{u}_\theta) \quad \textbf{(1.0pt)}$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\vec{u}_\theta = -4R\omega^2(\cos\omega t\ \vec{u}_\rho + \sin\omega t\ \vec{u}_\theta) \quad \textbf{(1.0pt)}$$

$$\|\vec{v}\| = 2R\omega \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$\|\vec{a}\| = 4R\omega^2 \quad \textbf{(0.5pt)}$$

2- L'expression des composantes de l'accélération a_T et a_N

$$a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$a_N = \sqrt{a^2 - a_T^2} = 4R\omega^2 \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$a_N = \frac{v^2}{R_C} \rightarrow R_C = \frac{v^2}{a_N} = R \quad \textbf{(0.5pt)}$$

3- L'équation de la trajectoire en coordonnées cartésiennes :

$$\rho = 2R\cos\theta$$

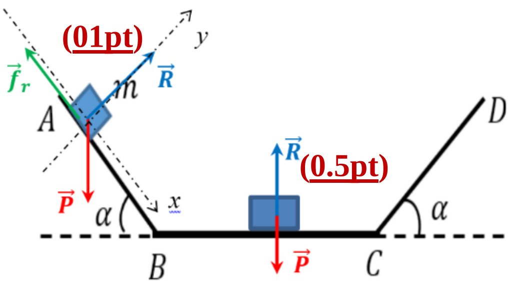
(0.25pt)

$$\rho = \sqrt{x^2+y^2}\ ;\cos\theta = x/\sqrt{x^2+y^2} \quad \textbf{(0.25pt)}$$

$$\sqrt{x^2+y^2} = \frac{2Rx}{\sqrt{x^2+y^2}} \rightarrow x^2+y^2 = 2Rx \rightarrow (x-R)^2 + y^2 = R^2 \quad \textbf{(0.25pt)}$$

La trajectoire est un cercle de centre $(R,0)$ et de rayon R **(0.25pt)**

Exercice 02 (10 points)



1- Les force (segment AB)

- Acceleration

(0.5pt)

PFD : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{f}_r = m\vec{a} \Rightarrow$

$$\begin{cases} (ox): -f_r + mgsin\alpha = ma & \textbf{(0.5pt)} \\ \quad (oy): R = mgcos\alpha & \textbf{(0.5pt)} \end{cases}$$

$$f_r = \mu_d R = \mu_d mgcos\alpha \quad \textbf{(0.5pt)}$$

$$\Rightarrow a = g(sin\alpha - \mu_c cos\alpha) = 2.4\text{ms}^{-2} \quad \textbf{(1.0pt)}$$

La vitesse de la boite au point B : $v_B^2 - v_A^2 = 2ad \rightarrow v_B = \sqrt{2ad + v_A^2}$ **(1.0pt)**

$$v_B = 4.31ms^{-1} \quad \textbf{(0.5pt)}$$

2- a. Voir la figure (segment BC)

b. Le mouvement est un mouvement rectiligne avec une vitesse uniforme **(0.5pt)**

Justification : puisque $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = 0 \rightarrow \vec{v} = cst$ **(1.0pt)**

c. $v_C = v_B = 4.31 ms^{-1}$ **(0.5pt)**

3. La distance CD

$$v_D^2 - v_C^2 = 2ad \rightarrow d = \frac{(v_D^2 - v_C^2)}{2a'}$$ **(1.5pt)**

$$d = 1.86\, m$$ **(0.5pt)**

Exercice 03 (03 points)

1- La hauteur maximale H:

$$\Delta E_M = 0 \rightarrow E_M(init) = E_M(final) \rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 + mgh \rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g}$$ **(01pt)**

$$h = 20\, m$$ **(0.5pt)**

2- Théorème de l'énergie mécanique

$\Delta E_M = E_M(final) - E_M(final) = \sum W\left(\vec{F}_{nonconsr}\right)$ **(0.5pt)**

$mgh' - \frac{1}{2} m v_0^2 = W\left(\vec{F}_{fr}\right) \rightarrow W\left(\vec{F}_{fr}\right) = (140 - 200)m = -60\, mJ$ **(01pt)**