

Chapitre 1 : Introduction à l'analyse des séries temporelles

I. Présentation d'une série chronologique.

1. Définition d'une série chronologique.

Définition : On appelle série chronologique une suite (Y_t) d'observations chiffrées d'un même phénomène, ordonnées dans le temps.

Notation : Une série chronologique est aussi appelée **série temporelle** ou **chronique**.

Exemples : Nombre mensuel de vente de voitures neuves en France.
Nombre annuel de naissance en France.

Remarque : Les dates d'observations sont généralement **ordonnées de manière régulière** dans le temps : on manipule des séries

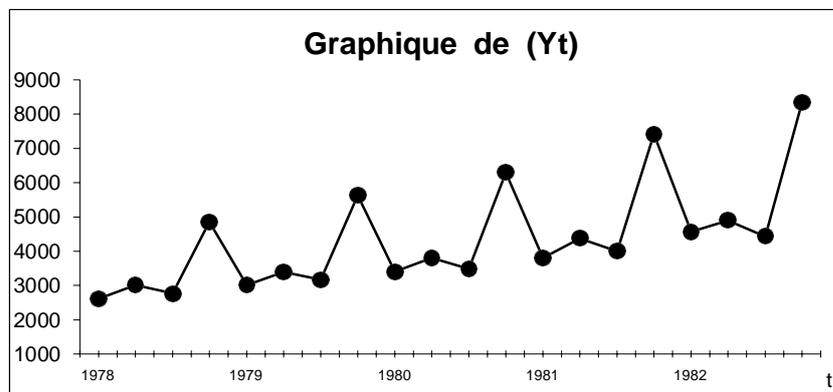
journalières	(cours d'une action en bourse)
mensuelles	(consommation mensuelle d'électricité)
trimestrielles	(nombre trimestriel de chômeurs)
annuelles	(chiffre annuel des bénéfices des exportations).

2. Graphiques d'une série chronologique.

a) Graphique de la série chronologique.

On représente les points ($t ; Y_t$), que l'on relie par des segments de droites.

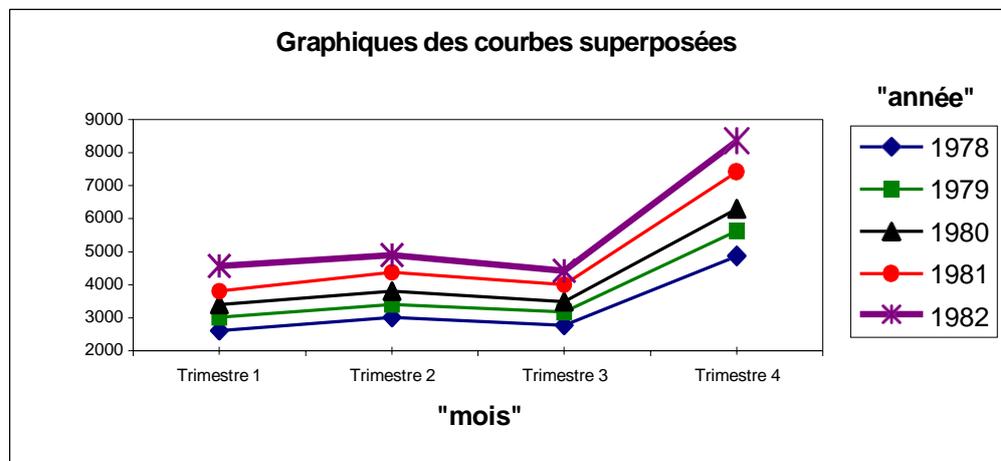
On représente l'évolution de la grandeur considérée sur l'ensemble de la période observée.



b) Graphiques des courbes superposées.

On représente les points ($j ; Y_{i,j}$) que l'on relie par des segments de droites, ceci pour chacune des années i .

On représente ainsi l'évolution annuelle de la grandeur au cours des mois (pour chacune des années). On peut ainsi comparer le même mois j des différentes années, mais on ne voit pas l'évolution globale.



Commentaire : On voit facilement sur ce graphique :

- que toutes les années se ressemblent,
- qu'il y a stagnation du chiffre d'affaire entre le 1^{er} trimestre et le 3^e ; puis augmentation au 4^e,
- que le chiffre d'affaire augmente d'une année sur l'autre.

II Les 3 composantes d'une série chronologique.

Le but de la décomposition d'une série chronologique est de distinguer dans l'évolution de la série, une tendance « générale », des variations saisonnières qui se répètent chaque année, et des variations accidentelles imprévisibles.

L'intérêt de ceci est d'une part de mieux comprendre, de mieux décrire l'évolution de la série, et d'autre part de prévoir son évolution (à partir de la tendance et des variations saisonnières).

3. La tendance : Ct.

La tendance correspond à l'évolution à long terme de la série, l'évolution fondamentale de la série.

Exemple : augmentation du chiffre d'affaire de 1978 à 1982.

4. Les variations saisonnières : St.

Les variations saisonnières sont des fluctuations périodiques à l'intérieur d'une année, et qui se reproduisent de façon plus ou moins permanente d'une année sur l'autre.

Exemple : quasi stagnation entre le 1^o et le 3^o trimestre
forte augmentation au 4^o trimestre.

Cela est facilement lisible sur le graphique des courbes superposées.

Par contre la diminution entre le 4^o trimestre et le 1^o trimestre de l'année suivante est plus lisible sur le graphique de (Yt).

Ces variations sont dues au rythme des saisons : matières premières, congés, ...

Deux principes :

• **Principe de répétition à l'identique :**

Les variations saisonnières sont périodiques de période p (nb de mois) :

$$S_{t+p} = S_t.$$

• **Principe de conservation des aires :**

Par an, l'influence des variations saisonnières est nulle.

Cela sera traduit à l'aide de la moyenne des S_t . On en reparlera lorsqu'on aura défini les modèles de composition.

5. Les variations accidentelles ou résiduelles : ϵ_t .

Les variations accidentelles sont des fluctuations irrégulières et imprévisibles.

Elles sont supposées en général de faible amplitude.

Elles proviennent de circonstances non prévisibles : catastrophes naturelles, crise boursière, grèves ...

Exemple : Les tempêtes de décembre 1999 seront à l'origine de variations accidentelles dans la série chronologique mensuelle de consommation d'électricité.

II. Les modèles de composition de ces 3 composantes.

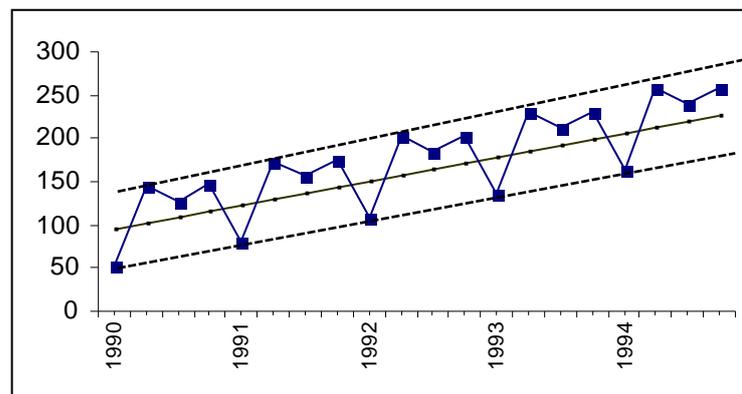
1. Le modèle additif.

Dans un modèle additif, on suppose que les 3 composantes : tendance, variations saisonnières et variations accidentelles sont indépendantes les unes des autres.

On considère que la série Y_t s'écrit comme la somme de ces 3 composantes :

$$Y_t = C_t + S_t + \epsilon_t$$

Graphiquement, l'amplitude des variations est constante autour de la tendance



même amplitude

Les 2 droites tracées sont à peu près parallèles entre elles

2. Le modèle multiplicatif.

a)

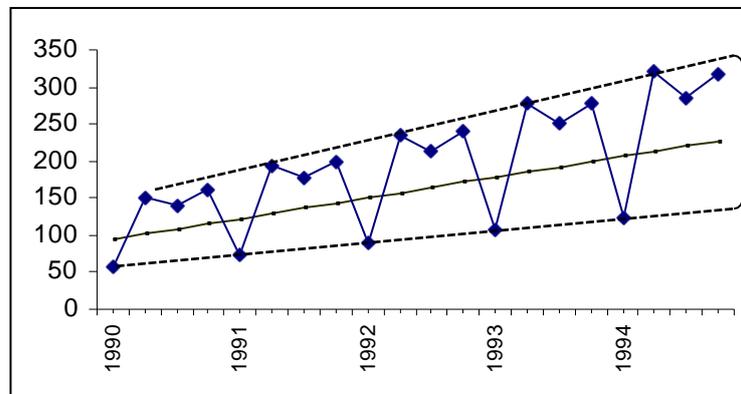
1^o forme de modèle multiplicatif.

On suppose que les variations saisonnières dépendent de la tendance.

Et on considère que Y_t s'écrit de la manière suivante :

$$Y_t = C_t \times S_t + \varepsilon_t$$

Graphiquement, l'amplitude des variations (saisonniers) varie.



amplitude croissante
(comme la tendance)

Les 2 droites tracées
ne sont pas
parallèles entre elles

b) 2^e forme de modèle multiplicatif.

On suppose que les variations saisonnières et les variations accidentelles dépendent de la tendance.

Et on considère que Y_t s'écrit de la manière suivante : $Y_t = C_t \times S_t \times \varepsilon_t$

Remarques :

- Dans le cas d'une série (Y_t) à valeurs positives, ce 2^e modèle multiplicatif se ramène à un modèle additif en considérant la série ($\ln(Y_t)$) : $\ln(Y_t) = \ln(C_t) + \ln(S_t) + \ln(\varepsilon_t)$.
- La seule différence entre les 2 modèles multiplicatifs est dans l'estimation des ε_t , qui n'a pas une grande importance.

3. Choix du modèle

Méthode de la bande : On utilise le **graphe de la série** et la droite passant par les minima et celle passant par les maxima.

- Si ces 2 droites sont à peu près parallèles : le modèle est additif.
- Si ces 2 droites ne sont pas parallèles : le modèle est multiplicatif.

Méthode du profil : On utilise le **graphique des courbes superposées**

- Si les différentes courbes sont à peu près parallèles : le modèle est additif.
- Sinon (les pics et les creux s'accroissent) : le modèle est multiplicatif.

Méthode du tableau de Buys et Ballot :

- On calcule, pour chacune des années, la moyenne et l'écart type.
- On trace les points d'abscisse la moyenne et d'ordonnée l'écart type de la

même année.

- On trace la droite des moindres carrés de ces points.

- Si l'écart type est indépendant de la moyenne le modèle est additif.
La pente (a) de la droite des moindres carrés est très proche de 0.
- Si l'écart type est fonction de la moyenne le modèle est multiplicatif.
La pente (a) de la droite des moindres carrés n'est pas nulle.

Conclusion : Pour décomposer une série chronologique on doit commencer par :

- Tracer son graphique
- Choisir un modèle de composition (additif ou multiplicatif)
- Estimer la tendance C_t
- Estimer les variations saisonnières.

Bibliographie :

NICOLEAU Florence, « séries chronologiques », Polycopié de cours, IUT de NICECÔTE D'AZUR, Département STID, 2005/2006