



République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université A. MIRA-BEJAIA  
Faculté de Technologie  
Département de Génie civil  
Laboratoire de Génie de Construction et Architecture LGCA

# **C**OURS STRUCTURES EN **BETON ARME**

Pour **MASTER 1, GENIE CIVIL**

Option : **S**tructures

**E**laboré par

**Mme CHIKH AMER - KAZEoui Habiba**

## **PREAMBULE**

Le présent polycopié s'adresse aux étudiants préparant un Master en génie civil ainsi qu'aux ingénieurs praticiens. Les premiers trouveront ici la matière enseignée dans les cours traitant de béton armé, présentée ici de façon simple et aisément assimilable; les seconds, l'outil permanent nécessaire à leur travail quotidien. Basé sur les règles BAEL et les règles parasismiques Algériennes, ce document a pour objet la conception et le calcul des éléments de structures les plus fréquemment rencontrés, notamment dans les bâtiments.

il élabore pour chaque élément abordé les étapes à suivre lors de sa conception : dimensionnement, chargement, sollicitations, ferrailage et vérifications.

## SOMMAIRE

I.	CALCUL DES ELEMENTS SECONDAIRES .....	1
1.	Les planchers.....	1
1.1.	Planchers à corps creux.....	1
1.1.1.	Dimensionnement.....	2
1.1.2.	Charges sur les poutrelles .....	3
1.1.3.	Sollicitations dans les poutrelles.....	3
1.1.4.	Méthodes de calcul des sollicitations dans les poutres continues en BA .....	4
1.1.5.	Ferraillage du plancher .....	11
1.2.	Planchers a dalle pleine.....	12
1.2.1.	Dimensionnement des dalles .....	13
1.2.2.	Calcul des moments dans les dalles.....	13
1.2.3.	Sollicitations d'effort tranchant .....	17
1.2.4.	Ferraillage des dalles .....	17
1.2.5.	Justification des armatures d'effort tranchant .....	19
1.2.6.	Etat limite de déformation des dalles .....	19
1.2.7.	Poutres de planchers .....	20
1.3.	Planchers - champignons et planchers - dalles .....	27
1.3.1.	Dimensionnement.....	27
1.3.2.	Calcul des sollicitations .....	27
1.3.3.	Ferraillage de la dalle .....	33
1.3.4.	Résistance de la dalle aux efforts tranchants .....	34
2.	Les escaliers .....	36
2.1.	Définitions.....	36
2.2.	Dimensionnement .....	37
2.2.1.	Hauteur et largeur des marches .....	37
2.2.2.	Largeur des escaliers (longueur des marches).....	37
2.3.	Charges sur les escaliers .....	38
2.3.1.	Marches solidaires les unes des autres (par une paillasse ou des contremarches) .....	38
2.3.2.	Marches indépendantes.....	38
2.4.	Calcul et ferraillage.....	39
2.4.1.	Escaliers à paillasse .....	39
2.4.2.	Escaliers à limons .....	41

2.4.3.	Escaliers hélicoïdaux ou en colimaçon à marches indépendantes.....	42
<b>II.</b>	<b>CALCUL DES PORTIQUES SOUS CHARGES VERTICALES .....</b>	<b>45</b>
1.	Définitions .....	45
2.	Prédimensionnement des éléments du portique.....	45
2.1.	Poutres.....	45
2.2.	Poteaux.....	46
3.	Définition des charges verticales sur les portiques .....	48
3.1.	Cas d'un plancher à corps creux .....	48
3.2.	Cas d'un plancher à dalle pleine.....	48
4.	Calcul des sollicitations dans les portiques : méthode de Caquot.....	49
4.1.	Moments aux Nœuds .....	50
4.1.1.	Nœuds entre deux travées intermédiaires.....	50
4.1.2.	Nœuds appartenant à des travées de rive.....	52
4.2.	Les moments en travées .....	53
<b>III.</b>	<b>CALCUL DES PORTIQUES SOUS CHARGES HORIZONTALES ..</b>	<b>55</b>
1.	Généralités.....	55
2.	Méthode statique équivalente.....	55
2.1.	Conditions d'application de la méthode statique équivalente.....	56
2.2.	Modélisation .....	59
2.3.	Calcul de l'effort global V à la base d'un bâtiment par la MSE.....	59
2.4.	Calcul de l'effort sismique Fj à chaque niveau du bâtiment .....	61
2.5.	Calcul de l'effort tranchant sismique à chaque niveau du bâtiment.....	62
2.6.	Distribution de Vj sur les différents portiques : Méthode de MUTO... ..	62
2.6.1.	Notion de rigidité relative.....	62
2.6.2.	Notion de centre de torsion.....	63
2.6.3.	Effort repris par chaque portique.....	64
2.6.4.	Effort tranchant dans chaque poteau .....	64
2.6.5.	Moments de flexion dans les poteaux.....	65
2.6.6.	Moments de flexion dans les poutres .....	65
<b>IV.</b>	<b>DISPOSITIONS REGLEMENTAIRES RELATIVES AUX .....</b>	<b>67</b>
	<b>POTEAUX ET POUTRES.....</b>	<b>67</b>
1.	Généralités.....	67
2.	Ferraillage des portiques .....	67
2.1.	Poteaux .....	67

2.1.1.	Armatures longitudinales.....	67
2.1.2.	Armatures transversales.....	68
2.1.3.	Vérifications spécifiques .....	69
2.2.	Poutres.....	70
2.2.1.	Armatures longitudinales .....	70
2.2.2.	Armatures transversales .....	70
2.3.	Dimensionnement des nœuds vis à vis des moments résistants.....	71
3.	Dispositions constructives.....	72
<b>V.</b>	<b>SYSTEMES DE CONTREVENTEMENT.....</b>	<b>73</b>
1.	Généralités.....	73
2.	Systèmes de contreventement .....	73
2.1.	Notion de diaphragme .....	73
2.2.	Contreventement vertical .....	74
2.2.1.	Contreventement par portiques .....	75
2.2.2.	Contreventement par pans rigides .....	76
2.2.3.	Contreventement triangulé .....	78
3.	Phénomène de torsion .....	78
3.1.	Emplacement des voiles et effet de la torsion.....	79
3.2.	Torsion des voiles et centre de torsion.....	80
4.	Principes de conception parasismique.....	85
4.1.	La forme en plan des bâtiments : favoriser les formes simples .....	85
4.2.	Forme en élévation du bâtiment : respecter la régularité .....	86
4.3.	Eviter les étages supérieurs flexibles .....	86
4.4.	Eviter les colonnes courtes.....	87
4.5.	Concevoir la structure afin qu'elle dissipe l'énergie de vibration.....	87
4.6.	S'assurer que les éléments secondaires résistent.....	87
4.7.	Concevoir en capacité .....	87
<b>VI.</b>	<b>LES VOILES EN BETON ARME.....</b>	<b>89</b>
1.	Introduction .....	89
2.	Dimensionnement.....	89
3.	Caractéristiques des voiles .....	90
3.1.	Modes de rupture.....	90
3.1.1.	Mode de rupture des voiles élancés.....	90
3.1.2.	Mode de rupture des voiles courts.....	92

3.2.	Sollicitations dans les voiles .....	92
3.2.1.	Cas des voiles pleins .....	94
3.2.2.	Cas des voiles avec ouvertures.....	94
4.	Ferraillage des voiles.....	95
4.1.	Voiles pleins et trumeaux.....	95
4.1.1.	Aciers verticaux.....	95
4.1.2.	Aciers horizontaux .....	96
4.1.3.	Règles communes aux aciers verticaux et horizontaux.....	96
4.2.	Linteaux.....	97
4.2.1.	Linteaux sans armatures diagonales .....	97
4.2.2.	Linteaux avec armatures diagonales.....	98
<b>VII.</b>	<b>FONDATIONS SUPERFICIELLES.....</b>	<b>100</b>
1.	Introduction .....	100
2.	Semelles soumises à l'effet d'une charge centrée seulement .....	100
2.1.	Semelle continue sous mur.....	101
2.1.1.	Dimensionnement.....	101
2.1.2.	Ferraillage.....	102
2.2.	Semelle isolée sous poteau .....	103
2.2.1.	Dimensionnement.....	103
2.2.2.	Ferraillage.....	104
2.3.	Semelle continue sous poteaux .....	104
2.3.1.	Dimensionnement.....	104
2.3.2.	Ferraillage.....	104
2.4.	Radier général .....	105
2.4.1.	Dimensionnement.....	105
2.4.2.	Ferraillage.....	106
3.	Semelles soumises à l'effet d'un effort normal et d'un moment .....	106
3.1.	Semelle continue sous mur.....	106
3.1.1.	Dimensionnement.....	106
3.1.2.	Ferraillage.....	106
3.2.	Semelle isolée sous poteau .....	107
3.2.1.	Dimensionnement.....	107
3.2.2.	Ferraillage.....	108
3.2.3.	Vérification à l'effort tranchant .....	108

3.3. Cas des semelles excentrées .....	109
<b>VIII. FONDATIONS PROFONDES .....</b>	<b>111</b>
1. Introduction .....	111
2. Semelles sur un pieu .....	111
2.1. Dimensionnement.....	111
2.2. Ferrailage.....	111
3. Semelles sur $n$ pieux, sous poteaux transmettant des charges centrées.....	112
3.1. Semelle sur deux pieux (figure 3) .....	113
3.1.1. Dimensionnement.....	113
3.1.2. Vérification de la compression des bielles .....	113
3.1.3 Ferrailage.....	114
3.2. Semelle sur trois pieux .....	115
3.3. Semelles sur quatre pieux.....	117
3.4. Semelle sur 5 ou 6 pieux .....	120
4. Semelles sur deux ou quatre pieux sous poteaux soumis à un effort normal et à un moment de flexion.....	121
4.1. Semelle sur deux pieux . .....	121
4.2. Semelle sur quatre pieux .....	122

# I. CALCUL DES ELEMENTS SECONDAIRES

## 1. Les planchers

Un plancher est une aire généralement plane destinée à limiter les étages et dont les fonctions principales sont :

- une fonction de résistance mécanique : il doit supporter son poids propre et les surcharges appliquées ;
- une fonction d'isolations thermique et phonique confortables ;
- une transmission des charges aux éléments porteurs.

Il existe plusieurs types de planchers en BA selon leur destination et l'importance du bâtiment :

- les planchers à corps creux;
- les planchers à dalles pleines en BA sur un système de poutres orthogonales;
- les planchers-champignons ou planchers-dalles.

### 1.1. Planchers à corps creux

Ce type de planchers est généralement utilisé dans les bâtiments courants (habitation, administratifs, scolaires...) de manière à obtenir un plafond uni. C'est un bon isolant thermique et phonique. Ce type de plancher est constitué de hourdis creux ou corps creux qui ne sont que des éléments de remplissage seulement, ils n'interviennent pas dans la résistance de l'ouvrage. Les parois, supérieure et latérale de ces hourdis, servent de coffrage aux nervures qui forment la partie résistante du plancher et à la dalle en béton coulée sur toute la surface de plancher (dalle de compression DDC) (figure 1).

Pour avoir une bonne liaison entre les corps creux et le béton, il est essentiel d'humidifier convenablement ces hourdis avant le bétonnage.

- L'entre-axes des nervures le plus courant est **60 cm**
- Les hauteurs des corps creux disponibles existants : **11 - 15 - 16 - 20 - 25**.
- La hauteur de la dalle de compression varie de **4 à 6 cm**.

On représente généralement un plancher à corps creux par sa hauteur totale en écrivant :

$$\mathbf{H_{cc} + H_{ddc}}$$

Avec  $H_{cc}$  est la hauteur du corps creux

H<sub>dc</sub> est la hauteur de la dalle de compression.

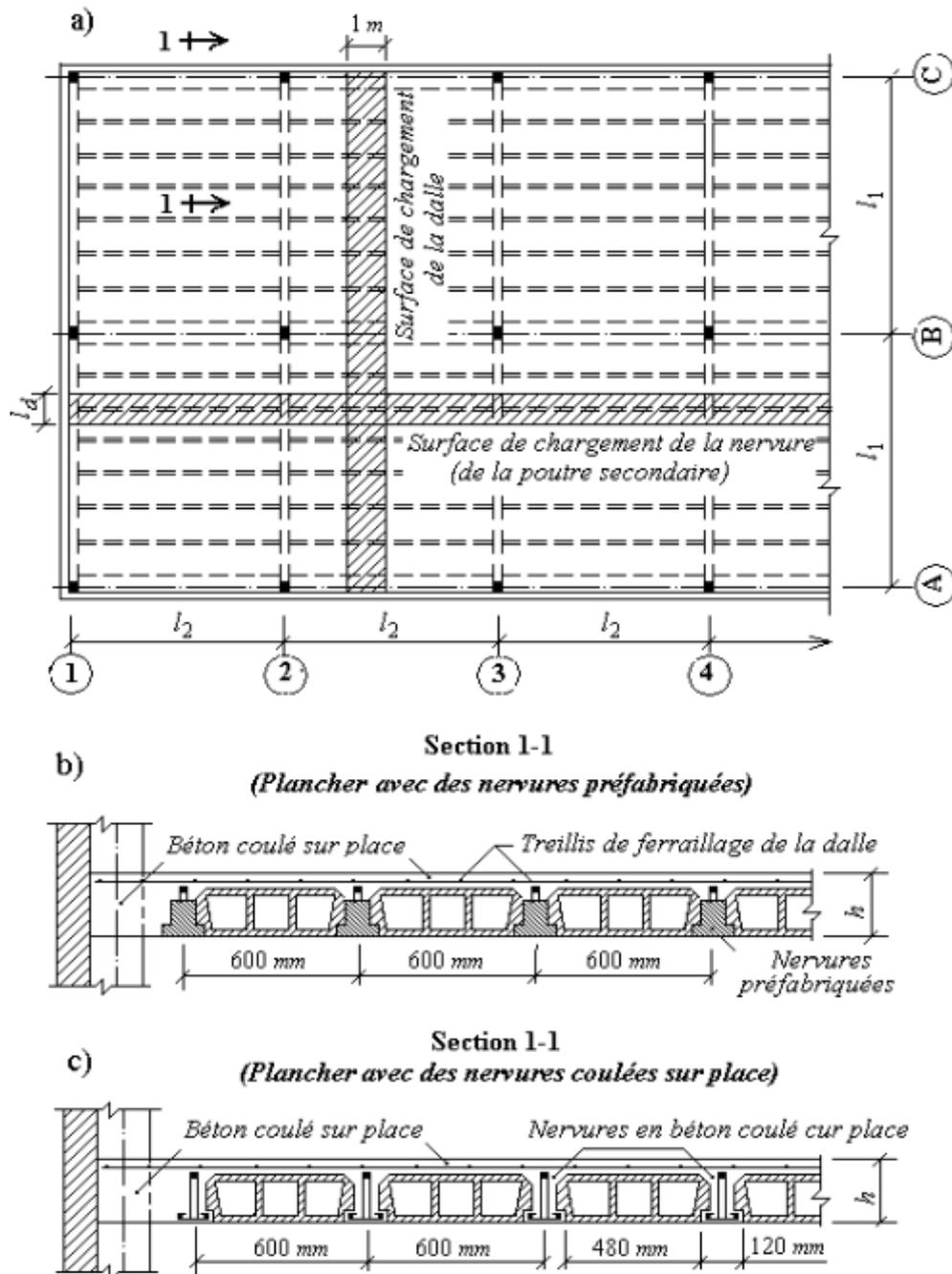


Figure 1. Plancher à corps creux

- a - plan du plancher à corps creux ; b- plancher avec des poutrelles préfabriquées  
c - plancher avec des poutrelles en béton coulé sur place

### 1.1.1. Dimensionnement

Selon l'article B.6.8.4.2 du CBA 93, la hauteur totale du plancher  $h_t$  est conditionnée par la condition suivante :

$$h_t \geq \frac{L_{\max}}{22.5}$$

Avec  $L_{\max}$ - la **distance maximale entre nus d'appuis des poutrelles** (distance max entre deux poutres principales puisque ce sont les poutres principales qui forment appuis des poutrelles). Pour définir  $l$ , il faut choisir un sens de disposition pour les poutrelles.

➤ **Disposition des poutrelles**

Les poutrelles sont disposées parallèlement aux petites portées. Si les portées dans les deux sens sont identiques, choisir le sens où on a le plus d'appuis (critère de continuité) car les appuis soulagent les travées.

➤ **Dimensionnement des poutrelles**

Les poutrelles (Eléments résistants du plancher) sont calculées comme des **sections en T** (solidaires à la DDC).

Les dimensions de la section en T sont :

$h$  – la hauteur de la poutrelle = hauteur du plancher

$h_0$  – la hauteur de la dalle de compression

$b_0$  – la largeur de la nervure : 8-14cm généralement 10 cm

$b$  – la largeur de la table intervenant dans la résistance de la nervure (la largeur efficace de la dalle) :

$$\frac{b - b_0}{2} \leq \min \left( \frac{l_x}{2}, \frac{l_y}{10} \right)$$

avec  $l_x$  - distance entre nus des poutrelles (largeur du corps creux)

$l_y$  – travée min dans les poutrelles (distance min entre deux poutres principales).

### **1.1.2. Charges sur les poutrelles**

La charge reprise par les poutrelles  $q$  est calculée comme suit:

$$q = p * l_0$$

Avec  $p$  est la charge sur le plancher et  $l_0$  l'entre axes des poutrelles.

### **1.1.3. Sollicitations dans les poutrelles**

Les poutrelles sont calculées comme des poutres continues en béton armé s'appuyant sur les poutres principales. Des méthodes de calcul adaptées au béton armé ont été élaborées pour tenir compte des caractéristiques de ce matériau composé et simplifier les calculs.

#### 1.1.4. Méthodes de calcul des sollicitations dans les poutres continues en BA

L'objectif de cette partie est de présenter les méthodes de calcul des sollicitations (moment fléchissant et effort tranchant) dans les poutres et planchers continus. Comme nous le verrons, ces méthodes sont adaptées au matériau béton armé puisqu'elles prennent en compte les capacités d'adaptation et le phénomène d'amortissement du béton armé.

##### ➤ Rappel de Résistance des Matériaux

Une poutre continue est une poutre reposant sur plusieurs appuis simples, et dont les moments sur appuis, hormis les appuis de rives, ne sont pas nuls (Figure 2).

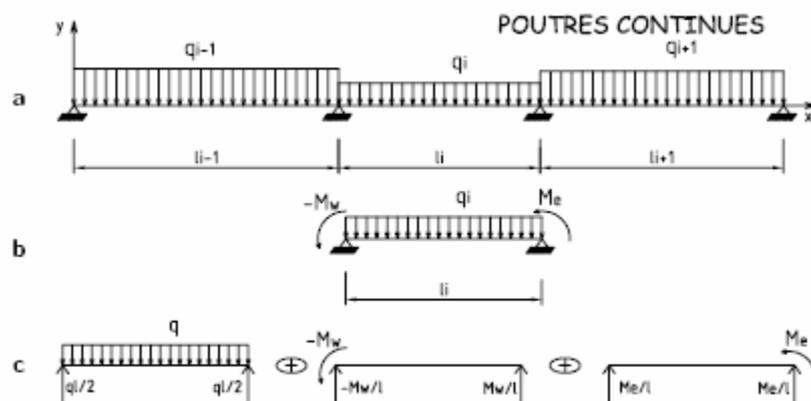


Figure 2. Moments sur les appuis de continuité

Pour une poutre élastique, ce problème peut être résolu par l'utilisation de la formule des trois moments (ou méthode de Clapeyron) qui fournit  $n-2$  équations reliant les moments sur appuis (où  $n$  est le nombre d'appuis). Sachant que sur les deux appuis de rive les moments sont nuls, il est alors possible de résoudre ce système et ainsi d'obtenir les moments sur appuis. Une fois connus les moments sur appuis  $M_w$  et  $M_e$ , chaque travée peut être étudiée séparément comme une poutre isostatique soumise à deux moments à ces extrémités, comme indiqué sur la Figure. Le théorème de superposition permet alors de résoudre ces trois chargements (chargement sur la travée, moments à l'appui gauche et à l'appui droit) séparément, comme indiqué sur la Figure. Finalement, en notant  $\mu(x)$  le moment de la travée isostatique de référence dû au chargement sur la poutre, on obtient le moment fléchissant et l'effort tranchant le long de la travée :

$$M(x) = \mu(x) + M_w(1 - \frac{x}{l}) + M_e \frac{x}{l}$$

$$V(x) = -\frac{d\mu(x)}{dx} + \frac{M_w - M_e}{l}$$

La résolution de l'équation  $V(x) = 0$  permet de connaître l'abscisse d'effort tranchant nul et donc de moment fléchissant maximal en travée.

### ➤ Adaptation du Béton Armé

Pour comprendre le phénomène d'adaptation, nous allons étudier le comportement à la rupture de trois poutres en béton armé de même section brute et de même portée  $l$ , et armées par la même section d'acier  $A_0$ . Chacune de ces trois poutres est soumise à une charge ponctuelle à mi-travée. La poutre 1, dite de référence, a son armature en partie basse et repose sur deux appuis simples. La poutre 2 a le même ferrailage que la première, mais elle est encadrée à ses extrémités. La poutre 3 est identique à la deuxième mais elle est montée à l'envers (Figure 3a). Après application d'une charge relativement faible, les parties de béton tendu qui ne sont pas armées vont se fissurer, comme indique sur la Figure 3b. La poutre 1 est bien armée, et elle ne va pas fissurer. La poutre 2 se fissure au niveau des encastremets, tandis que la poutre 3 se fissure au centre. Finalement, la poutre 2 après fissuration fonctionne de façon identique à la poutre 1, tandis que la poutre 3 fonctionne comme deux consoles de portée  $l/2$  reprenant chacune une demi charge (voir Figure 3c). Par conséquent, pour les trois poutres, le moment dans la section la plus sollicitée vaut :

$$M = \frac{Pl}{4}$$

A l'ELU, le moment ultime étant proportionnel à la section d'acier dans la section la plus sollicitée ( $M_u = A_0 z f_{st}$ ), on en déduit que cette limite est atteinte pour une même valeur de la charge ( $P_{u1} = P_{u2} = P_{u3} = 4A_0 z f_{su} / l$ ).

En conclusion, la charge à la rupture ne dépend que de la section d'acier  $A_0$  correspondant au fonctionnement isostatique, indépendamment de la position des aciers pour les poutres encadrées. La fissuration des sections les moins armées permet une redistribution des moments qui diffère de celle donnée par la théorie de la résistance des matériaux, c'est le phénomène d'adaptation. On adoptera pour les poutres

continues un ferrailage en travée  $A_t$  et sur appuis  $A_w$  et  $A_e$  (chapeaux) qui vérifie l'inégalité suivante :

$$A_t + \frac{A_w + A_e}{2} \geq A_0,$$

où  $A_0$  la section d'acier calculée pour la travée isostatique de référence correspondante.

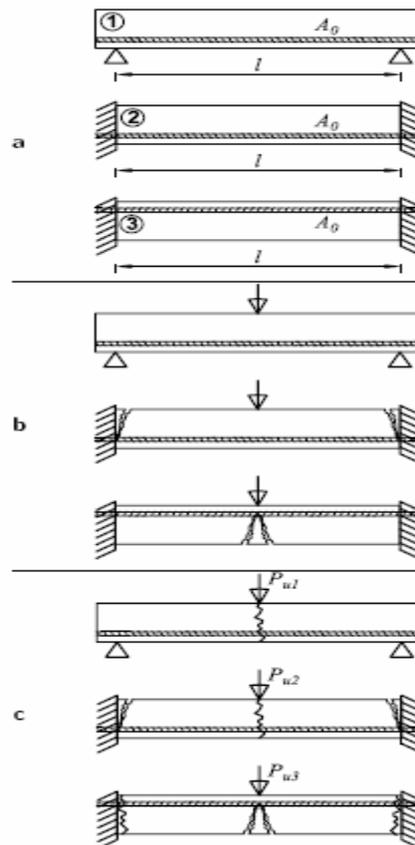


Figure 3. **a.** Définition des trois poutres de portée  $l$  de même section et armée chacune par une section d'acier  $A_0$   
**b.** Allure de la fissuration dans les poutres pour un début de chargement.  
**c.** Allure de la fissuration à la rupture.

### ➤ Phénomène d'amortissement

Sous charge de longue durée, ce qui est généralement le cas pour des ouvrages de Génie Civil au moins pour les charges permanentes, le béton armé est un matériau qui flue. C'est à dire qu'il continue à se déformer au cours du temps même si la charge reste constante. Cette déformation de fluage est loin d'être négligeable pour le béton armé puisqu'elle peut représenter jusqu'à trois fois la déformation instantanée, pour une charge constante et un temps infini. Pour les poutres continues, le fluage entraîne que

l'amortissement est beaucoup plus rapide que pour une poutre élastique. Par conséquent, on supposera que le moment sur un appui ne dépend que des charges supportées par les deux travées adjacentes de l'appui considéré, comme indique sur la Figure 4.

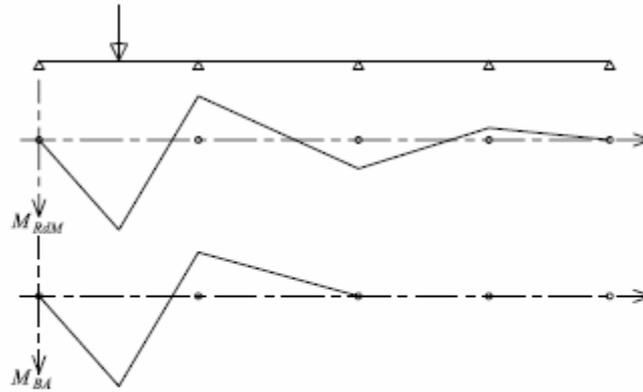


Figure 4. Comparaison du moment obtenu dans une poutre continue par application d'une force ponctuelle sur la travée de rive, dans le cas de la théorie de la RDM et dans le cas du béton armé.

#### 1.1.4.1. Méthode forfaitaire

##### ➤ Conditions d'application

- a. la méthode s'applique aux *constructions courantes*, c'est-à-dire lorsque  $Q \leq \min (2G, 5\text{Kn/m}^2)$  ;
- b. les moments d'inertie des sections transversales sont identiques le long de la poutre.
- c. les portées successives sont dans un rapport compris entre 0.8 et 1,25.
- d. la fissuration ne compromet pas la tenue du béton et de ses revêtements (FPN).

##### ➤ Estimation des moments de flexion

Les valeurs des moments en travée  $M_t$  et sur appui  $M_w$  (ou  $M_g$ ) et  $M_e$  (ou  $M_d$ ) doivent vérifier :

1.  $M_t + (M_w + M_e)/2 \geq \text{Max}(1.05M_0, (1 + 0.3\alpha)M_0)$
2.  $M_t \geq (1 + 0.3\alpha)M_0/2$  dans une travée intermédiaire,  
 $M_t \geq (1.2 + 0.3\alpha)M_0/2$  dans une travée de rive.
3. la valeur absolue de chaque moment sur appui intermédiaire doit être au moins égale à :
  - $0.6M_0$  pour une poutre à deux travées,
  - $0.5M_0$  pour les appuis voisins des appuis de rive d'une poutre à plus de deux travées,
  - $0.4M_0$  pour les autres appuis intermédiaires d'une poutre à plus de trois travées.

avec  $M_0$  la valeur maximale du moment fléchissant dans la *travée de référence* (travée isostatique indépendante de même portée et supportant le même chargement que la travée considérée) et  $\alpha = Q/(G + Q)$  le rapport des charges d'exploitation à la somme des charges non pondérée. La Figure 5 résume ces conditions.

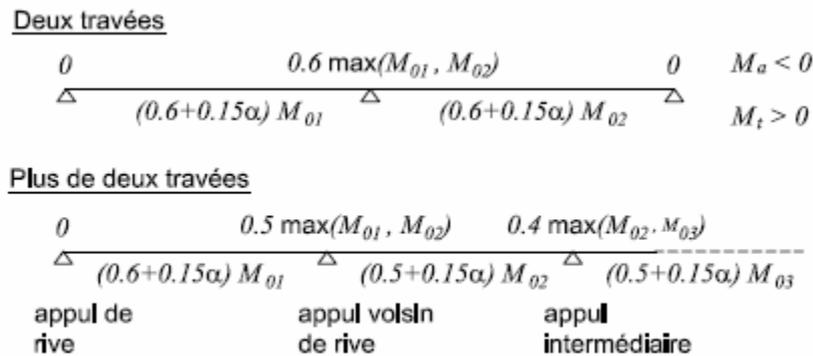


Figure 5 : Conditions données par la méthode forfaitaire à vérifier par les moments sur appui et en travée pour des poutres à deux travées et plus de deux travées.

**Remarque** : Sur l'appui de rive, il convient de disposer des aciers supérieurs pour équilibrer un moment  $M_a = -0.15M_0$ .

### ➤ Efforts tranchants

Pour déterminer la valeur de l'effort tranchant aux appuis, ce dernier est calculé en faisant abstraction de la continuité, *sauf* pour les appuis voisins des appuis de rive. En notant  $V_{0i}$  la valeur absolue de l'effort tranchant sur les appuis de la *travée isostatique de référence*  $i$ , les valeurs absolues de l'effort tranchant aux appuis sont déterminées de façon forfaitaire comme indique sur la Figure 6.

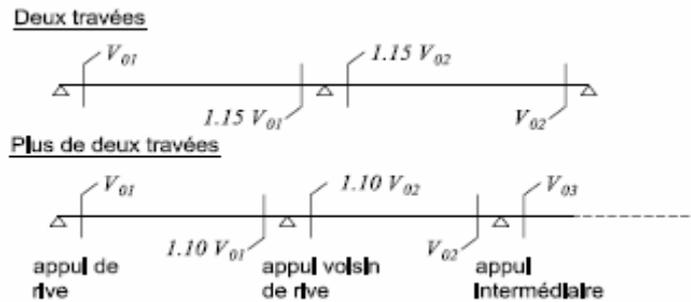


Figure 6. Valeurs forfaitaires de l'effort tranchant dans des poutres continues à deux travées et plus de deux travées.

### 1.1.4.2. Méthode de Caquot

#### ➤ Conditions d'application

La méthode s'applique essentiellement planchers des *constructions industrielles*, c'est-à-dire pour des charges d'exploitation élevées :  $Q > \min (2G, 5\text{Kn/m}^2)$  ;

#### ➤ Principe de la méthode

La méthode proposée par Albert Caquot tient compte :

- de la variation du moment d'inertie due aux variations de la largeur de la table de compression, en réduisant légèrement les moments sur appui et en augmentant proportionnellement ceux en travée.
- de l'amortissement de l'effet des chargements des poutres en BA, en ne considérant que les travées voisines de l'appui pour déterminer le moment sur appui.

#### ➤ Evaluation des moments sur appuis

Pour le calcul des moments sur appuis  $M_a$ , on suppose que seules les charges sur les travées voisines de l'appui sont prises en compte. On remplace alors les points de moments nuls par des appuis simples fictifs ce qui permet le calcul de décomposer la poutre continue en un certain nombre de poutres élémentaires à deux travées de longueurs  $l_0$  et dont les moments sur les appuis extrêmes sont nuls.

On adopte pour le calcul des longueurs de *portées fictives*  $l_0$ , les valeurs suivantes :

- $l_0 = l$  pour les deux travées de rive,
- $l_0 = 0.8l$  pour les travées intermédiaires.

L'application de la méthode des trois moments aux poutres élémentaires obtenues permet de déduire les expressions des moments au niveau des appuis intermédiaires.

Pour le cas de **charges réparties**, les moments sur appui intermédiaire sont donnés par:

$$Ma = -\frac{q_w l_w^3 + q_e l_e^3}{8.5(l_e' + l_w')}$$

Où les notations sont définies sur la Figure 7.

Pour **des charges ponctuelles**, les moments sur appui intermédiaire sont donnés par :

$$Ma = -\frac{k_w P_w l_w'^2 + k_e P_e l_e'^2}{l_e' + l_w'}$$

avec les notations définies sur la Figure 8 et l'évolution des coefficients **k** en fonction de **a** est définie dans l'annexe E.2 du BAEL.

$$k = \frac{1}{2.125} x(1-x)(2-x) \quad x = \frac{a}{l'}$$

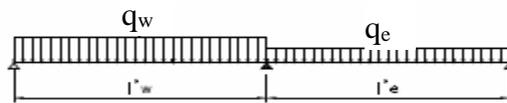


Figure 7. Notations pour le calcul des moments sur appuis dans le cas des charges réparties.

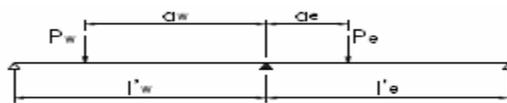


Figure 8. Notations pour le calcul des moments sur appuis dans le cas des charges concentrées.

Le moment total est obtenu par superposition des moments sur appui des différents chargements.

### 1.1.4.3. Méthode de Caquot minorée

#### ➤ Conditions d'application

Si le plancher est à surcharge modérée mais une ou plus des trois conditions b, c et d ne le sont pas, on appliquera la *méthode de Caquot minorée* (Annexe E2 du BAEL).

#### ➤ Evaluation des moments sur appuis

le calcul des moments sur appui se fait avec  $g' = 2g/3$  (et uniquement le calcul des moments sur appuis). On reprend la totalité de  $g$  ensuite pour le calcul des moments en travée).

#### ➤ Evaluation des moments en travées

Dans le cas de la méthode de Caquot (ou Caquot minorée), le calcul des moments en travée  $M_t$  se fait par la méthode des sections en isolant chaque travée. L'expression du moment en chaque point  $x$  de la travée sera:

$$M(x) = \mu(x) + M_w(1 - \frac{x}{l}) + M_e \frac{x}{l},$$

Le point de moment maximal est donné par (pour un chargement réparti) :

$$x_{M_{\max}} = \frac{l}{2} - \frac{M_w - M_e}{pl}$$

### ➤ Efforts tranchants

L'effort tranchant, pour un cas de charge donné, est calculé classiquement comme l'opposé de la dérivée du moment fléchissant, soit au niveau des appuis (gauche w et droite e) d'une travée :

$$V_{w_i} = V_{0w} - \frac{M_{a_i} - M_{a_{i-1}}}{l_{i-1}},$$

$$V_{e_i} = V_{0e} - \frac{M_{a_{i+1}} - M_{a_i}}{l_i},$$

$V_{0w}$  et  $V_{0e}$  sont les efforts tranchants à gauche et à droite de l'appui  $i$  des travées isostatiques de référence  $i+1$  et  $i$ , respectivement.  $M$  est pris en valeur absolue.

#### 1.1.4.4. Application de la méthode de Caquot aux poutres à moments d'inertie variable

Si l'inertie n'est pas constante dans toutes les travées, on applique la méthode de Caquot.

$I_g$  – moment d'inertie de la travée de gauche ;

$I_d$  – moment d'inertie de la travée de droite.

Les expressions précédentes deviennent :

$$Ma = -\frac{q_w l_w'^2 + \beta q_e l_e'^2}{8.5(1 + \beta)} \quad \text{pour des charges réparties}$$

$$Ma = -\frac{k_w p_w l_w' + \beta k_e p_e l_e'}{1 + \beta} \quad \text{pour des charges concentrées}$$

$$\beta = \frac{l_e' I_w}{l_w' I_e}$$

#### 1.1.5. Ferrailage du plancher

##### Dalle de compression

La dalle de compression est armée d'un quadrillage de barres (généralement TS) dont la section est déterminée comme suit :

##### ➤ Armatures perpendiculaires aux nervures :

Si  $l_0 = 50 : 80\text{cm}$

Si  $l_0 < 50\text{cm}$

$$A_{\perp} = 4 b/fe$$

$$A_{\perp} = 200/fe$$

➤ **Armatures parallèles aux nervures :**

$$A_{//} = A_{\perp}/2$$

Les espacements des barres de la DDC ne doivent pas dépasser les valeurs suivantes :

- 20cm pour les armatures perpendiculaires aux poutrelles ;
- 33cm pour les armatures parallèles aux poutrelles.

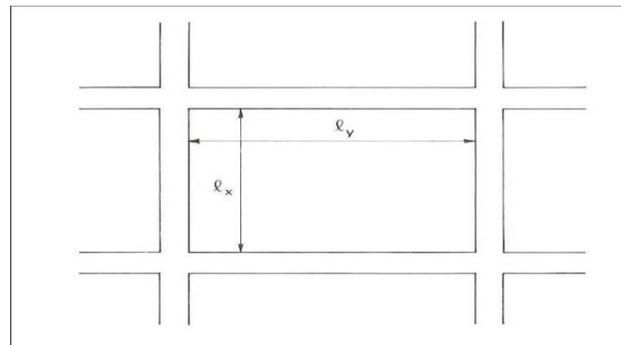
**Poutrelles**

La poutrelle est calculée comme une poutre continue sous l'effet de la charge  $q$ . les sollicitations sont déterminées par les méthodes appropriés (méthode forfaitaire et méthode de Caquot) exposées ci -après et applicables à tous les éléments de bâtiments calculés en poutres continues.

**1.2. Planchers a dalle pleine**

Une dalle est un élément horizontal, généralement de forme rectangulaire, dont une des dimensions (l'épaisseur  $h$ ) est petite par rapport aux deux autres (les portées  $l_x$  et  $l_y$ ).

Les appuis des dalles peuvent être continus (poutres, voiles ou murs maçonnés) ou ponctuels (poteaux). On désigne par  $l_x$  la plus petite des portées. Les portées sont définies entre nus intérieurs des poutres ou des voiles porteurs.



Les dalles pleines sur appuis continus peuvent porter dans deux directions ou bien dans une seule.

- les **dalles** proprement dites portent normalement dans deux directions ( $0.4 \leq \rho = l_x/l_y \leq 1$ ).
- les **poutres-dalles** sont des dalles particulières qui ne portent que dans une seule direction  $l_x/l_y < 0.4$ . Ce type de dalles se calcule comme une poutre simplement

appuyée selon la petite portée.

### 1.2.1. Dimensionnement des dalles

Le dimensionnement des dalles dépend souvent des conditions d'utilisation et celles de résistance, il est ainsi prudent de prendre les valeurs suivantes pour l'épaisseur  $e$  de la dalle :

$$e \geq \frac{l_x}{20} \quad \text{pour les dalles sur 1 appui ( dalles isostatiques )}$$

$$\frac{l}{30} \leq e \leq \frac{l}{20} \quad \text{pour les dalles sur 2 appuis parallèles ( l portée entre appuis )}$$

$$\frac{l_x}{35} \leq e \leq \frac{l_x}{30} \quad \text{pour les dalles sur 4 appuis avec ( } \rho < 0.4 \text{ )}$$

$$\frac{l_x}{45} \leq e \leq \frac{l_x}{40} \quad \text{pour les dalles sur 4 appuis avec ( } \rho \geq 0.4 \text{ )}$$

Il y a lieu de tenir compte du critère de coupe-feu dans le dimensionnement :

$$e \geq 7 \text{ cm} \quad \text{pour 1 heure de coupe - feu}$$

$$e \geq 11 \text{ cm} \quad \text{pour 2 heures de coupe - feu}$$

### 1.2.2. Calcul des moments dans les dalles

Pour les dalles travaillant suivant une direction, on applique **la théorie des poutres**. Pour les dalles travaillant suivant deux directions, on calcule les moments en deux étapes : on étudie la dalle en la supposant simplement articulée sur son contour puis on corrige ces moments pour tenir compte de l'encastrement.

#### 1.2.2.1. Dalle articulée sur ses contours

##### ❖ Cas des charges réparties

La théorie des plaques minces fournit les équations (différentielles) qui permettent de déterminer les moments fléchissant dans une plaque mince. La flèche  $u(x; y)$  d'une plaque supportant une charge répartie  $p$  est solution de l'équation :

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} = p/D,$$

Où  $D$  est la rigidité de la plaque

$$D = Eh^3 / (12(1 - \nu^2))$$

Les moments sont alors donnés par :

$$M_{0x} = -D \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad \text{et} \quad M_{0y} = -D \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)$$

La résolution de ces équations nécessite une intégration numérique et c'est pour cette raison que le BAEL propose des méthodes approchées sous formes d'abaques. Le BAEL donne les expressions suivantes :

$$M_{0x} = \mu_x p l_x^2 \quad \text{et} \quad M_{0y} = \mu_y M_{0x}.$$

où les coefficients  $\mu_x$  et  $\mu_y$  sont des fonctions du rapport des portées  $l_x/l_y$  et du type d'état limite considéré (puisque la valeur du coefficient de Poisson n'est pas identique à l'ELU et à l'ELS). La valeur de la charge surfacique dépend aussi de l'état limite considéré ( $p = p_u$  à l'ELU et  $p = p_s$  à l'ELS).

$\mu_y \leq 1$ , ce qui signifie que le moment le plus important est dans le sens de la petite portée et par conséquent, la direction parallèle aux petits côtés sera la plus armée. Ce résultat qui peut paraître surprenant (on a tendance à vouloir mettre plus d'acier si la portée est plus grande) vient du fait que la part des charges transmise dans la direction de la petite portée est plus importante que celle transmise dans la direction de la grande portée.

❖ **Cas des charges concentrées centrées**

On calcule les moments en travée  $M_{0x}$  et  $M_{0y}$  de la dalle articulée sur son contour par la théorie des plaques minces. Ceci nécessite souvent un calcul numérique, de type éléments finis ou l'aide d'Abaques.

Pour une dalle chargée par une charge répartie  $q$  sur une surface rectangulaire d'impact centrée de côté  $u$  selon  $l_x$  et  $v$  selon  $l_y$ , on pourra utiliser un abaque de Mougins.

$h_0$ - hauteur de la dalle en béton  
 $h_1$ - hauteur du revêtement

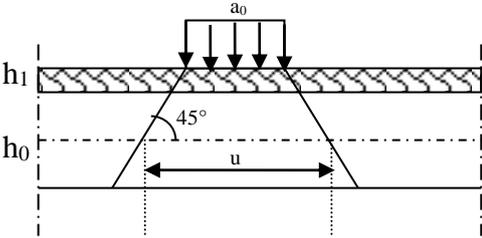


Figure 9. Rectangle d'impact d'une charge concentrée sur une dalle

$$u = a_0 + h_0 + 2\zeta h_1$$

$$v = b_0 + h_0 + 2\zeta h_1$$

$\zeta = 1$  si le revêtement est en béton

$\zeta = 0.75$  si le revêtement est moins résistant

En entrée, il faut donner  $\alpha = u / l_x$  et  $\beta = v / l_y$  et le rapport  $l_x/l_y$  ce qui permet de déterminer  $M_1$  et  $M_2$ , puis les moments en travée par:

$$M_{0_x} = (M_1 + \nu M_2) q w \quad \text{et} \quad M_{0_y} = (\nu M_1 + M_2) q w,$$

où le coefficient de poisson  $\nu$  vaut 0 à l'ELU et 0.2 à l'ELS. Un abaque est valable pour un rapport  $l_x/l_y$ . L'abaque donnée en exemple sur la Figure 10 est valable dans le cas articulé où  $l_x/l_y = 0,5$ .

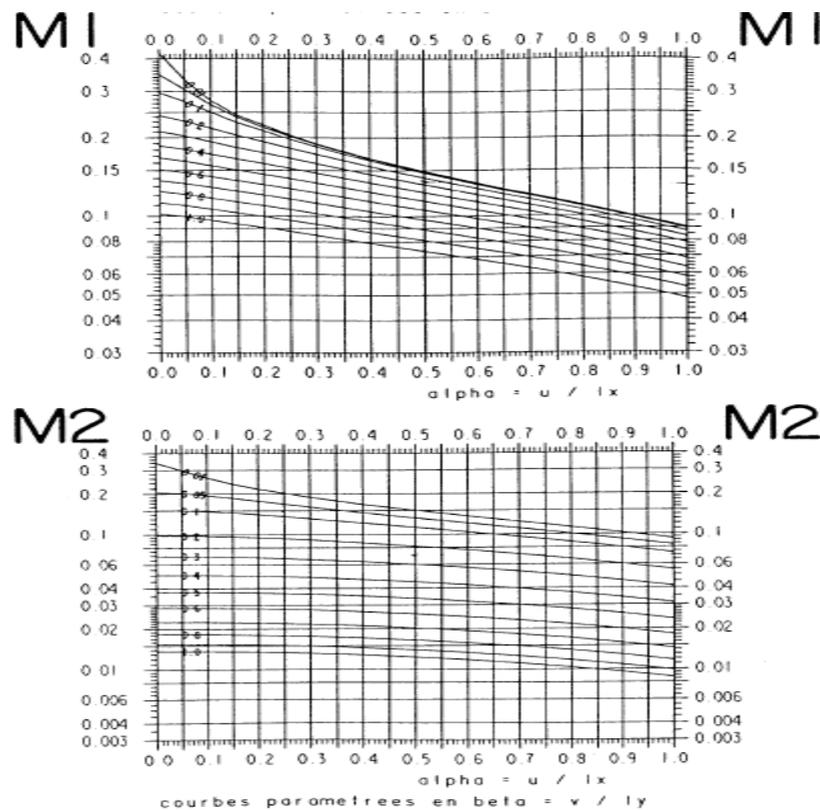
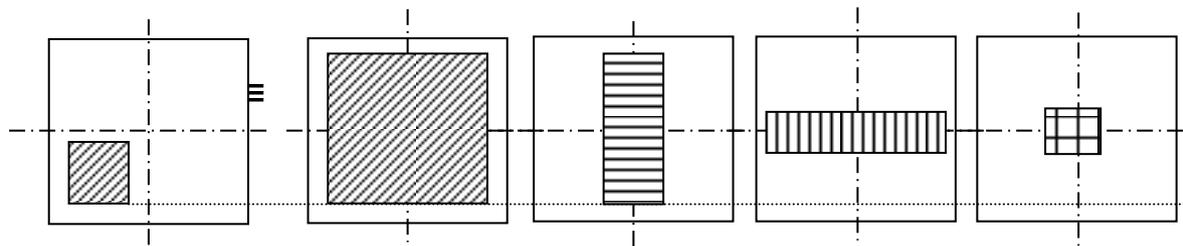


Figure 10. Abaques de Mougins pour le calcul des moments dans une dalle de  $l_x/l_y = 0,5$  supportant une charge concentrée sur un rectangle de dimensions  $a*b$ .

Dans le cas d'une charge non centrée, on procède à la combinaison pour pouvoir utiliser les abaqués de Mougins.

Prenons l'exemple d'une charge non centrée schématisée comme suit :



$$M = (M1 - M2 - M3 + M4)/4$$

### Vérification du poinçonnement

Sous une charge ponctuelle, il faut toujours vérifier le poinçonnement de la dalle avec la condition :

$$P_u \leq \frac{0.045}{\gamma_b} U_c f_{c28} h$$

$U_c$ - périmètre d'impact défini au niveau du feuillet moyen de la dalle.

$P_u$ - charge concentrée à l'ELU.

#### **1.2.2.2. Dalles encastrées partiellement : Prise en compte de la continuité**

Dans la réalité, les dalles en BA **ne sont pas articulées** sur leurs contours. On prend en compte un moment d'encastrement, qui permet de diminuer dans une certaine mesure la valeur des moments en travée déterminés pour la dalle articulée. Selon le BAEL, il faut que:

- les moments en travée peuvent être réduits de 25% au maximum par rapport aux moments de la dalle articulée, selon les conditions de continuité aux appuis,
- les moments d'encastrement sur les grands côtés sont évalués à au moins 40 ou 50% du moment de la dalle articulée  $M_{0x}$ ,
- les moments d'encastrement sur les petits côtés prennent des valeurs du même ordre que sur les grands côtés,
- dans la portée principale  $l_x$ , on doit respecter :

$$M_{t_x} + \frac{M_{0_x} + M_{0_y}}{2} > 1.25M_{0_x} \quad \text{et} \quad M_{t_x} \leq M_{0_x}$$

Ce qui conduit à adopter les valeurs suivantes pour le moment en travée en fonction des valeurs des moments sur appuis :

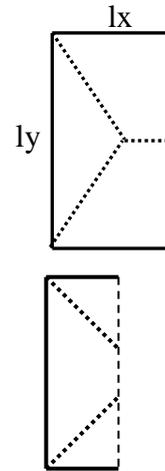
$$\left. \begin{array}{l} M_t = 0.85 M_0 \quad \text{pour une travée de rive} \\ M_t = 0.75 M_0 \quad \text{pour une travée intermédiaire} \\ Ma = -0.3 M_0 \quad \text{pour un appui de rive} \\ Ma = -0.5 M_0 \quad \text{pour un appui intermédiaire} \end{array} \right\} \text{Max} = \text{May}$$

**Remarque** : Lorsque deux dalles ont un **appui commun**, on garde la **plus grande** des deux valeurs des moments calculés sur l'appui, sans changer la valeur des moments en travée.

**Cas des dalles sur trois appuis**

$$\begin{aligned} \text{si } l_x \geq l_y / 2 \quad M_{0x} &= \frac{p l_y^3}{24} \\ M_{0y} &= \frac{p l_y^2}{8} \left( l_x - \frac{l_y}{2} \right) + \frac{p l_y^3}{48} \\ \text{si } l_x < l_y / 2 \quad M_{0x} &= \frac{p l_x^2 l_y}{2} - \frac{2 p l_x^3}{3} \\ M_{0y} &= \frac{p l_x^3}{6} \end{aligned}$$

$l_x$  et la dimension en console et  $l_y$  la dimension sur 2 appuis



**1.2.3. Sollicitations d'effort tranchant**

➤ **Sous charges réparties** : Les valeurs maximales (sur appui) de l'effort tranchant sont données par :

$$V_x = \frac{p l_x}{2} \frac{l_y^4}{l_x^4 + l_y^4} \quad \text{et} \quad V_y = \frac{p l_y}{2} \frac{l_x^4}{l_x^4 + l_y^4}$$

➤ **Sous charges concentrées** : les valeurs sont maximales sous la charge :

Au milieu de  $a_0$

$$V = \frac{P}{2a_0 + b_0} \quad \text{si } a > b$$

$$V = \frac{P}{3b_0} \quad \text{si } a < b$$

Au milieu de  $b_0$

$$V = \frac{P}{3a_0} \quad \text{si } a > b$$

$$V = \frac{P}{2b_0 + a_0} \quad \text{si } a < b$$

**1.2.4. Ferrailage des dalles**

Connaissant les moments maximaux, le ferrailage est calculé comme pour une poutre, en considérant une largeur de dalle de **1 m**, dans les directions  $x$  et  $y$ . On doit avoir :

- **$A_y \geq A_x/3$**  si les charges appliquées comprennent des efforts concentrés,
- **$A_y \geq A_x/4$**  si les charges sont uniquement réparties.

- ❖ **Condition de non fragilité** : La condition de non fragilité et de ferrailage minimal conduit à :

Nuance d'armatures	$A_x/h$	$A_y/h$
HA $f_{e400}$ ou TS $\geq 6mm$	$\geq 0.0004(3 - l_x/l_y)$	$\geq 0.0008$
HA $f_{e500}$ ou TS $< 6mm$	$\geq 0.0003(3 - l_x/l_y)$	$\geq 0.0006$

- ❖ **Espacement** : Lorsque la fissuration est considérée peu préjudiciable, l'écartement armatures d'une même nappe est donnée ci-dessous:

Direction	Charges réparties	Charges concentrées
<b>la plus sollicitée (sens x)</b>	Min(3h, 33cm)	Min(2h, 25cm)
<b>la moins sollicitée (sens y)</b>	Min(4h, 45cm)	Min(3h, 33cm)

Pour la fissuration préjudiciable ou très préjudiciable, on adopte les valeurs suivantes:

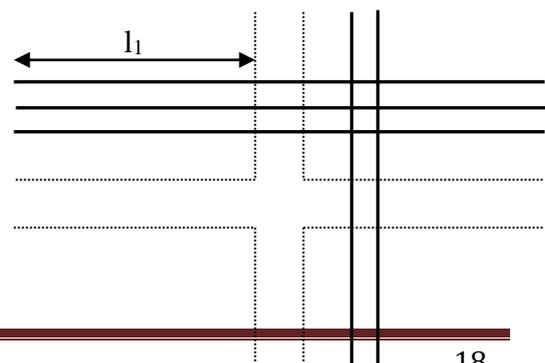
FP	Min(2h ; 25cm)
FTP	Min(1,5h; 20cm)

- ❖ Le diamètre des barres utilisées doit être :  $\Phi \leq e/10$
- ❖ Les dalles sont toujours armées à leur partie inférieure par deux nappes d'armatures perpendiculaires entre elles. Les armatures les plus **proches de la face tendue** sont celles **parallèles à  $l_x$** .
- ❖ Les armatures armant la région centrale d'une dalle sont prolongées jusqu'aux appuis :
  - en leur **totalité** si la dalle est soumise à des charges concentrées mobiles.
  - A raison d'**une sur deux** dans le cas contraire. Les barres arrêtées sont à  **$l_x/10$**  du nu d'appui.
- ❖ Les armatures armant la région d'appui d'une dalle (partie supérieure) sont constituées de chapeaux de longueur  $l_1$  tel indiqué sur le schéma ci-dessous.

$l_1 = \max (l_a, l/4)$  si c'est une travée de rive

$l_1 = \max (l_a, l/5)$  si c'est une travée intermédiaire

$l$  étant la distance max entre les deux panneaux.



### Ouvertures et trémies dans les dalles

On dispose de part et d'autre des ouvertures, dans les deux directions, une section d'acier équivalente à celle coupée. La transmission des efforts des barres coupées à celles de renfort se faisant par des bielles à 45°, la longueur des barres de renfort est  $a + b + 2ls$ , où  $a$  et  $b$  sont les dimensions de la trémie.

#### 1.2.5. Justification des armatures d'effort tranchant

Aucune armature transversale n'est requise si:

- la dalle est coulée sans reprise de bétonnage,
- la contrainte de cisaillement conventionnelle par mètre de dalle  $\tau_u = Vu/d \leq 0.07 f_{cj}/\gamma_b$ .

Dans le cas contraire, on augmentera l'épaisseur de la dalle. Si cette solution n'est pas envisageable, on placera des aciers transversaux comme dans une poutre et dans ce cas, la contrainte de cisaillement conventionnelle est limitée à :

- $\text{Min}(0.2f_{cj}/\gamma_b, 5MPa)k$  pour la FPP,
  - $\text{Min}(0.15f_{cj}/\gamma_b, 4MPa)k$  pour la FP ou la FTP ,
- où  $k = \text{Min}(10h/3, 1)$  ( $h$  en m).

#### 1.2.6. Etat limite de déformation des dalles

L'article B.7.5 précise les conditions à vérifier pour ne pas avoir à faire une vérification sur les flèches limites. Les deux conditions à vérifier sont :

$$h \geq \text{Max}[3/80; \frac{M_{tx}}{20M_{0x}}]l_x \quad \text{soit } h \geq \left\{ \frac{1}{20} \text{ à } \frac{1}{0.75 * 20} = \frac{1}{15} \right\} \times l_x,$$

$$A_{sx} \leq \frac{2bd_x}{f_e},$$

avec  $b = 1m$  et  $f_e$  en MPa.

Dans ces formules,  $M_{tx}$  est le moment en travée dans la direction  $x$  (petite direction),  $M_{0x}$  le moment en travée de la dalle articulée de référence et  $l_x$  la petite portée.

Si ces conditions n'étaient pas vérifiées, le calcul de flèche est nécessaire. La méthode de calcul des déformations dans les dalles est analogue à celle des poutres rectangulaires de largeur  $b = 1 m$  et  $h$  l'épaisseur de la dalle (§ .....).

## 1.2.7. Poutres de planchers

### 1.2.7.1. Transmission de charges des dalles aux poutres

- Quand  $\rho < 0.4$ , la dalle travaille comme une poutre selon la petite portée. Alors les poutres parallèles à  $ly$  reprennent la moitié des charges de la dalle de chaque côté (figure 11.a).
- Si  $\rho \geq 0.4$ , la dalle porte dans les deux sens. Les poutres sont chargées selon la théorie des lignes de rupture.

#### Théorie des lignes de rupture :

L'expérience a montré que la déformation d'une dalle chargée se fait par des fissures issues des angles de la dalle et se propageant à  $45^\circ$ , puis l'apparition d'une nouvelle fissure joignant les lignes propagées à partir des angles. On aura donc des charges trapézoïdales et des charges triangulaires (figure 11.b).

- ◆ Les charges s'appliquant sur les poutres secondaires et les poutrelles résultent à la fois :
  - des charges trapézoïdales déduites de la théorie des lignes de rupture,
  - des charges surfaciques s'appliquant directement sur elles, à savoir : le poids propre et la charge d'exploitation ( $Q \cdot b$ ).
- ◆ les charges s'appliquant sur les poutres principales résultent à la fois :
  - des charges triangulaires transmises par la dalle et déduites des lignes de rupture,
  - des charges surfaciques s'appliquant directement sur elles, à savoir : le poids propre et la charge d'exploitation ( $Q \cdot b$ ) ;
  - des charges ponctuelles ramenées par les poutrelles.

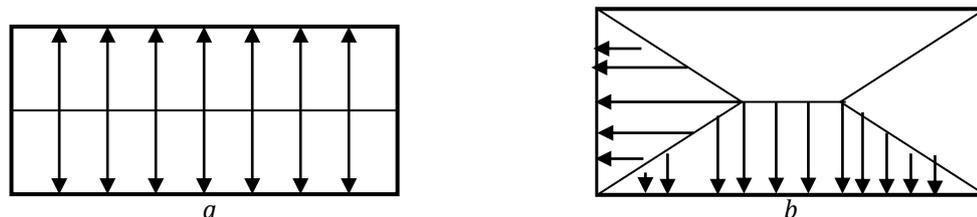


Figure 11. Charges transmises d'une dalle aux poutres.

Pour simplifier les calculs, les charges trapézoïdales et triangulaires sont remplacées par des charges équivalentes uniformément réparties qui produiraient les mêmes effets défavorables ( $M$  et  $V$ ) que les charges réelles.

On appelle :

$P_M$  : la charge équivalente produisant le même  $M$  que la charge réelle

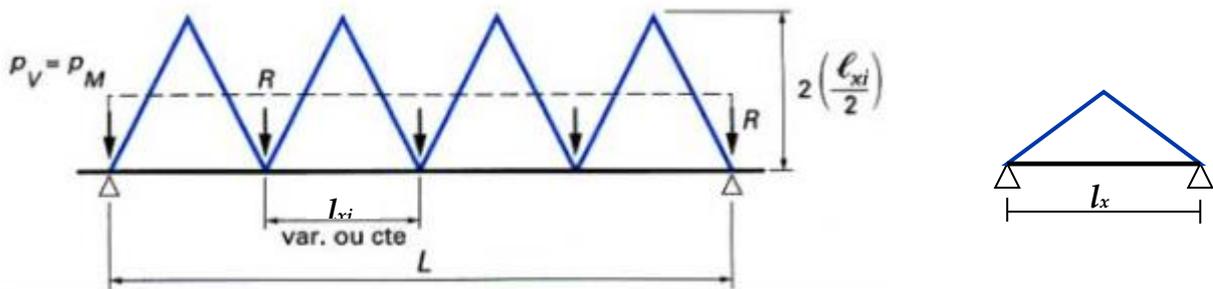
$P_V$  : la charge équivalente produisant le même  $V$  que la charge réelle.

**Charge trapézoïdale :**

$$\begin{cases} P_M = \frac{P}{2} \left[ \left( 1 - \frac{\rho_g^2}{3} \right) l_{xg} + \left( 1 - \frac{\rho_d^2}{3} \right) l_{xd} \right] \\ P_V = \frac{P}{2} \left[ \left( 1 - \frac{\rho_g}{2} \right) l_{xg} + \left( 1 - \frac{\rho_d}{2} \right) l_{xd} \right] \end{cases}$$

**Charge triangulaire :**

$$\begin{cases} P_M = P_V = \frac{P}{2} \frac{\sum l_{xi}^2}{\sum l_{xi}} & \text{pour une poutre de longueur } L \\ P_M = \frac{2P}{3} l_x, \quad P_V = \frac{1}{2} p l_x & \text{pour une poutre de portée } l_x \end{cases}$$



Pour une poutre de rive : toutes les valeurs précédentes doivent être **divisées par 2** (coefficient 2 au dénominateur à remplacer par 4).

### 1.2.7.2. Longueurs et arrêts des barres longitudinales dans les poutres

Lorsque la charge d'exploitation est au plus égale à la charge permanente ( $Q \leq G$ ) et lorsque ces charges peuvent être considérées comme uniformément réparties, on peut adopter les longueurs de barres suivantes :

- ✓ la longueur des chapeaux, à partir du nu des appuis, est au moins égale à :
  - 1/5 de la plus grande portée des deux travées encadrant l'appui considéré, s'il s'agit d'un appui n'appartenant pas une travée de rive ;
  - 1/4 de la plus grande portée des deux travées encadrant l'appui considéré, s'il s'agit d'un appui appartenant une travée de rive;
- ✓ pour les armatures inférieures, la moitié au moins de la section de celles nécessaires en travée est prolongée jusqu'aux appuis et les armatures de second lit sont arrêtées à une distance au plus égale à 1 / 10 de la portée (figure 12).

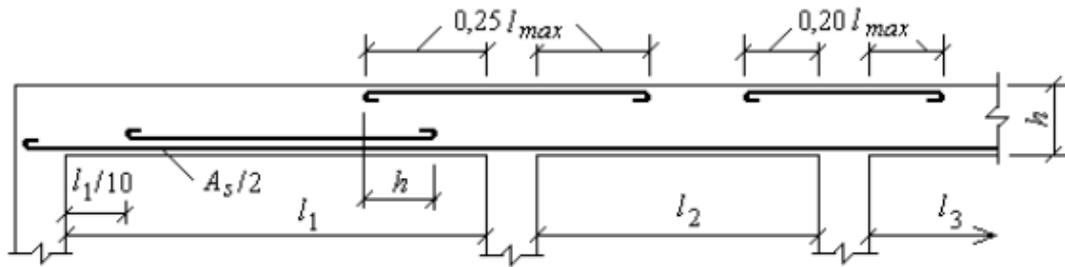


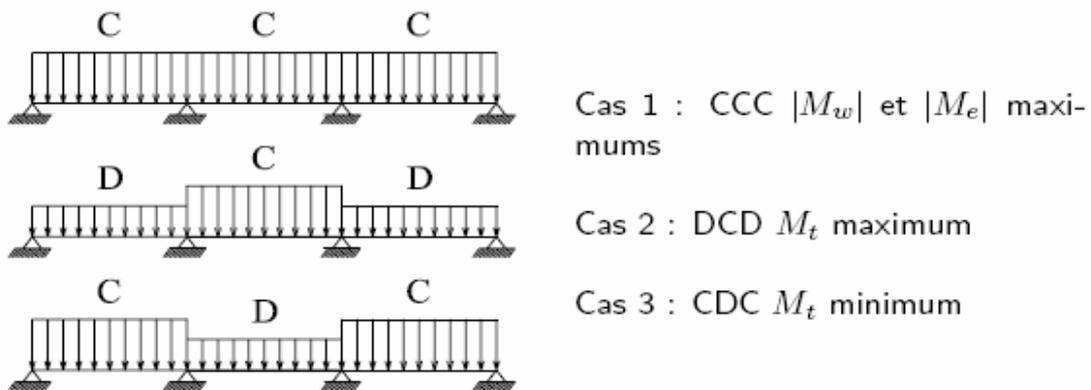
Figure 12. Arrêt forfaitaire des barres.

Lorsqu'il n'est pas possible de réaliser l'arrêt forfaitaire des barres, il faut tracer la courbe enveloppe des moments fléchissants (voir la méthode de Caquot).

Les longueurs des barres dans ce cas sont déterminées graphiquement en suivant les étapes ci-après :

1. déterminer les cas de chargement qui donnent les différents effets les plus défavorables recherchés, à savoir :

- moment max en travées (longueur des armatures de travées)
- moment min en travées (longueur des armatures en appuis)
- moment max en appuis



2. tracer chaque courbe correspondant à chaque cas
3. tracer la courbe enveloppe qui enveloppe les trois courbes précédentes.
4. décaler la courbe enveloppe de  $0.8 h$  (dans le sens défavorable) avec  $h$  la hauteur de la poutre.
5. tracer les horizontales correspondantes aux moments résistants ultimes repris par chaque groupe de barres. L'intersection de ces droites de moment résistant avec la courbe enveloppe détermine les arrêts de barres.

6. entre deux horizontales, tracer le segment de projection la
7. le faire glisser jusqu'au contact avec la courbe enveloppe. Si la courbe des moments est incluse dans l'enveloppe des moments résistants, le problème est résolu, sinon augmenter A.

La figure 13 montre un exemple de tracé de courbes enveloppes d'une poutre avec deux lits d'armatures en travées et en appuis.

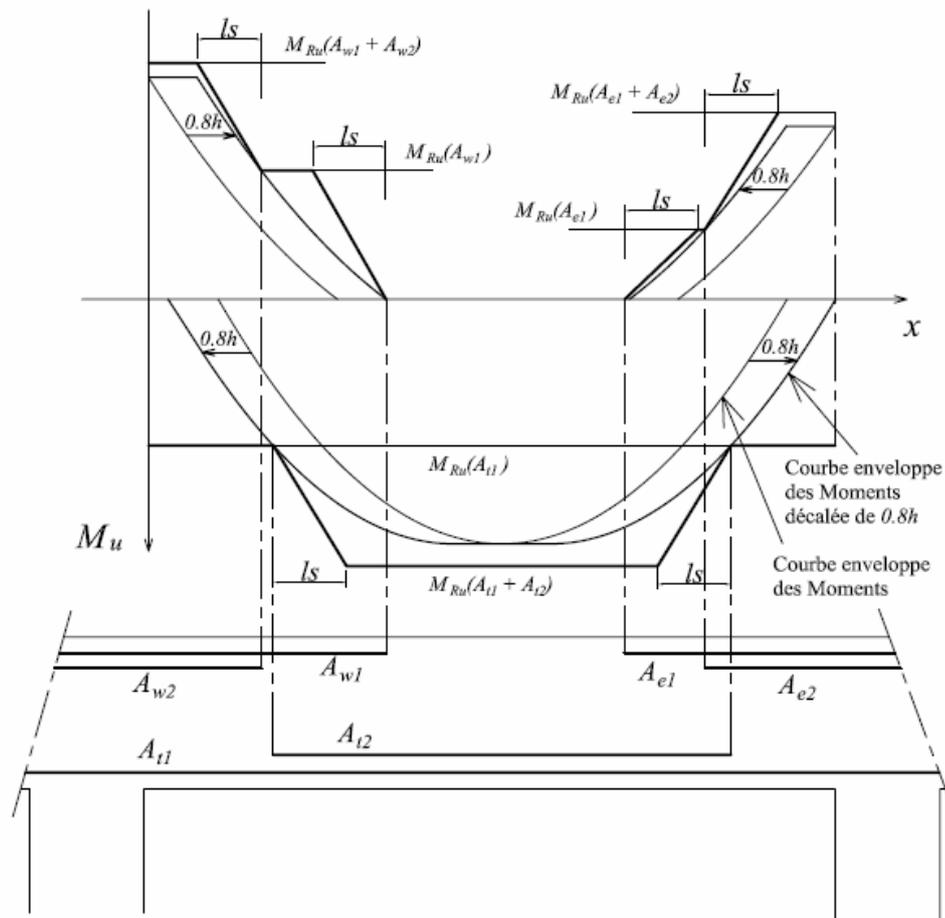


Figure 13. Exemple de courbes enveloppes pour une poutre et arrêts des barres

### 1.2.7.3. Déformations des poutres (BAEL B.6.5,1)

L'article B.6.5,1 précise les conditions à vérifier pour ne pas avoir à faire une vérification sur les flèches limites pour les poutres. Les trois conditions à vérifier sont :

$$h \geq \text{Max}[1/16; \frac{M_t}{10M_0}]l,$$

$$A_{sz} \leq \frac{4.2b_0d}{fe},$$

$$l \leq 8.00 \text{ m},$$

avec  $f_e$  en MPa.

Dans ces formules,  $M_t$  est le moment en travée,  $M_0$  le moment en travée de la travée isostatique de référence et  $l$  la portée. Si ces conditions n'étaient pas vérifiées, le calcul des flèches est indispensable.

### **Déformation des éléments fléchis**

On s'intéresse dans cette partie à l'Etat Limite de Service vis-à-vis des déformations des éléments fléchis. On cherche à vérifier que les flèches de service restent Inférieures aux flèches admissibles déterminées pour que l'usage de la structure se fasse dans de bonnes conditions (non fissuration des revêtements de sol et des cloisons, bonne fermeture des portes et des fenêtres, ...).

### **Valeurs limites des flèches** (B.6.5,3)

- pour les éléments reposant sur deux appuis :

$$f \leq \begin{cases} \frac{l}{500} & \text{si } l \leq 5m \\ \frac{l}{1000} + 0,5 \text{ cm} & \text{si } l > 5m \end{cases}$$

- pour les éléments en console :

$$f \leq \frac{l}{250} \quad \text{si la portée est au plus égale à } 2 \text{ m.}$$

### **Evaluations des flèches**

#### **Influence de la fissuration**

L'évaluation des flèches des éléments en BA est complexe à cause de la fissuration :

- avant la fissuration, l'élément se comporte comme si son inertie était constante sur toute sa longueur et valait celle de sa section totale (acier + béton) rendue homogène par rapport au béton en adoptant un coefficient d'équivalence  $n = 15$ .
- après la fissuration son inertie est variable et elle se situe certainement entre l'inertie initiale non-fissurée et l'inertie de la section dont le béton tendu est négligée.

La flèche *réelle*  $f$  est donc comprise entre :

- la flèche  $f_i$  de la section homogène non fissurée,
- la flèche  $f_v$  de la section complètement fissurée.

On admet que la section commencera à fissurer dès lors que la fibre de béton la plus tendue supportera une contrainte de traction  $f_t$  correspondant à l'application du moment de fissuration  $M_f$ .

### Influence de la durée d'application des charges

Les déformations dues au fluage du béton sous chargement de longue durée étant trois fois plus importantes que les déformations instantanées, il convient d'évaluer la durée d'application des charges. En résumé, on peut dire que la flèche *réelle* se situe entre les deux courbes de la Figure 14 en fonction du chargement appliqué.

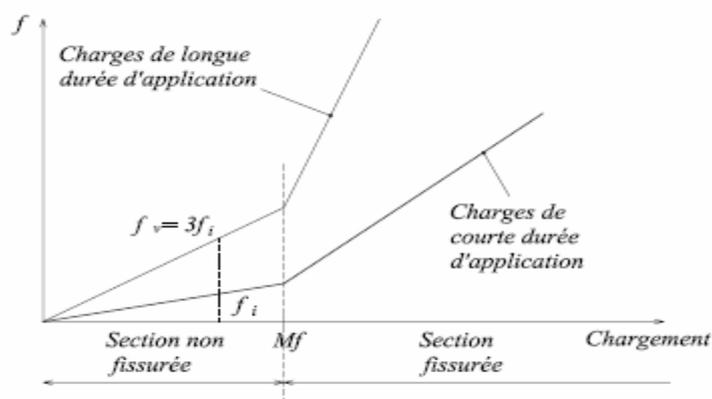


Figure 14. Courbes des flèches en fonction de la durée d'application des charges.

### Flèches pour la section fissurée

Le BAEL (B.6.5,2) définit un moment d'inertie de la section fissurée :

$$I_f = 1.1 \frac{I_0}{1 + \lambda\mu},$$

où  $I_0$  est le moment d'inertie de la section non fissurée homogénéisée par rapport au béton,

$\lambda = \lambda_i = 0.05b f_{t28} / [(2b + 3b_0)\rho]$  pour les déformations instantanées,

$\lambda = \lambda_v = 2/5\lambda_i$  pour les déformations de longue durée,

$\mu = \text{Max}[0; 1 - (1.75 f_{t28}) / (4\rho\sigma_{st} + f_{t28})]$ .

Dans ces expressions :

- $I_0$  est le moment quadratique de la section totale homogénéisée par rapport au béton calculé avec un coefficient d'équivalence  $n = 15$ ,
- les résistances caractéristiques  $f_{t28}$  et  $\sigma_{st}$  sont exprimées en  $MPa$ ,
- $\rho = A_s / (b_0 d)$  le pourcentage d'armatures tendues.

ost est la contrainte de traction effective de l'armature pour le cas de charge considérée :

$$\sigma_s = \frac{M}{A_s \left( d - \frac{y}{2} \right)}$$

$$I_o = \left[ \frac{b_o h^3}{12} + b_o h \left( v_1 - \frac{h}{2} \right)^2 \right] + \left[ (b - b_o) \frac{h_o^3}{12} + (b - b_o) h_o \left( v_1 - \frac{h_o}{2} \right)^2 \right] + 15 A (d - v_1)^2$$

pour une section en T

### **Flèche nuisible**

L'expression de la flèche est donnée par :

$$f = \frac{M_t l^2}{10 E_b I} \quad \text{pour les poutres et dalles,}$$

$$f = \frac{M_t l^2}{4 E_b I} \quad \text{pour les consoles,}$$

Les flèches se cumulent et pour évaluer la valeur de la flèche à chaque étape de la construction, il faut tenir compte des différentes phases (par exemple pour une dalle) :

- 1/ Coulage de la dalle,
- 2/ Pose des cloisons,
- 3/ Pose du revêtement de sol,
- 4/ Exploitation du bâtiment.

On calcule, selon la phase :

**M dû à G seulement, G+cloisons, G+cloisons+revêtements et G+cloisons+revêtements+Q**

On définit la flèche nuisible comme la flèche due aux charges appliquées à partir de la pose des cloisons. On calcule :

- les flèches instantanée et différée  $f_{gi}$  et  $f_{gv}$  dues à l'ensemble des charges permanentes,
- la flèche instantanée  $f_{ji}$  due aux charges permanentes appliquées au moment de la mise en oeuvre des cloisons,
- la flèche instantanée  $f_{pi}$  due à l'ensemble des charges permanentes et d'exploitation supportées par l'élément considéré.

La flèche nuisible aux cloisons à comparer aux valeurs admissible vaut :

$$\Delta f_t = f_{gv} - f_{ji} + f_{pi} - f_{gi}.$$

### 1.3. Planchers - champignons et planchers - dalles

On désigne sous ces dénominations des planchers constitués par des dalles continues, sans nervures, supportées directement par des piliers, sauf éventuellement sur leurs rives le long desquelles peuvent exister des murs porteurs ou des poutres en saillie au-dessous des dalles.

Deux cas peuvent se présenter (figure 15) :

- les piliers sont pourvus en partie supérieure, à chaque étage, de chapiteaux en forme de troncs de cône ou de pyramide renversés : dans ce cas, il s'agit de planchers-champignons ;
- les piliers ne comportent pas de chapiteaux en tête : dans ce cas, il s'agit de planchers-dalles.

Dans les deux cas, les dalles sont pleines, en général d'épaisseur constante et pourvues d'armatures inférieures et supérieures disposées suivant deux directions orthogonales. Les dalles peuvent être prolongées en porte à faux au-delà des appuis de rive.

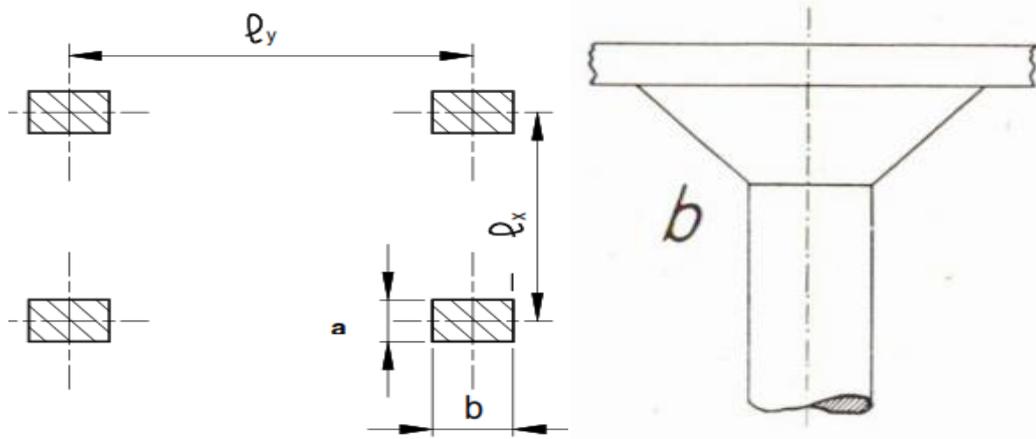


Figure 15. Plancher-dalle et plancher-champignon

#### 1.3.1. Dimensionnement

L'épaisseur de la dalle sur poteaux est déterminée par la condition empirique:

$$e \geq \frac{L}{30}$$

$L$  est la distance maximale entre deux poteaux (dans les deux sens).

L'épaisseur adoptée fera l'objet de vérification au poinçonnement et au cisaillement par la suite.

#### 1.3.2. Calcul des sollicitations

Dans le cas le plus général, la détermination des sollicitations dans les planchers-champignons et les planchers-dalles est très complexe. Pendant longtemps, le problème a été abordé en imaginant des schémas de calcul dans lesquels on considérait des panneaux de dalle reposant sur des poutres noyées fictives, dont on se fixait assez arbitrairement les dimensions.

Actuellement, deux méthodes de calcul sont données en annexe E4 du BAEL. Elles consistent à considérer un fonctionnement en portique, dans les deux directions indépendamment l'une de l'autre et pour chaque file de poteaux. Les dalles de chaque niveau, comprises entre deux plans parallèles verticaux à la direction étudiée et situés à mi-distance des axes de poteaux représentent les traverses du portique. Nous présentons ici la méthode simplifiée du BAEL.

### **Méthode de calcul approché des sollicitations**

L'Annexe E4 des Règles BAEL donne de plus une méthode de calcul approché des sollicitations dont la validité est limitée aux cas suivants :

- les rapports  $l_x/l_y$  et  $a/b$  des dimensions des panneaux et des poteaux sont compris entre **2/3 et 3/2** ;
- les portées  $l_x$  (ou  $l_y$ ) de deux panneaux successifs ne diffèrent pas de plus de **30 %** (rapport de travées successives entre 0.77 et 1.3) ;
- la résistance aux forces horizontales est assurée par une structure rigide (murs-pignons, façades, refends, palées) distincte de celle du plancher.

La méthode consiste à découper le plancher en portiques (poteaux solidaires à des bandes de dalles assimilées à des traverses). Les largeurs de dalles utilisées comme poutres sont définies comme suit (figure 16):

- pour un portique intermédiaire, les traverses sont limitées par les lignes des centres des panneaux situées de part et d'autre des poteaux :  $b = \frac{l_{y1}}{2} + \frac{l_{y2}}{2}$
- pour un portique de rive  $b = \frac{l_{y1}}{2} + l_{y0}$   $l_{y0}$  est la dimension du porte à faux s'il existe

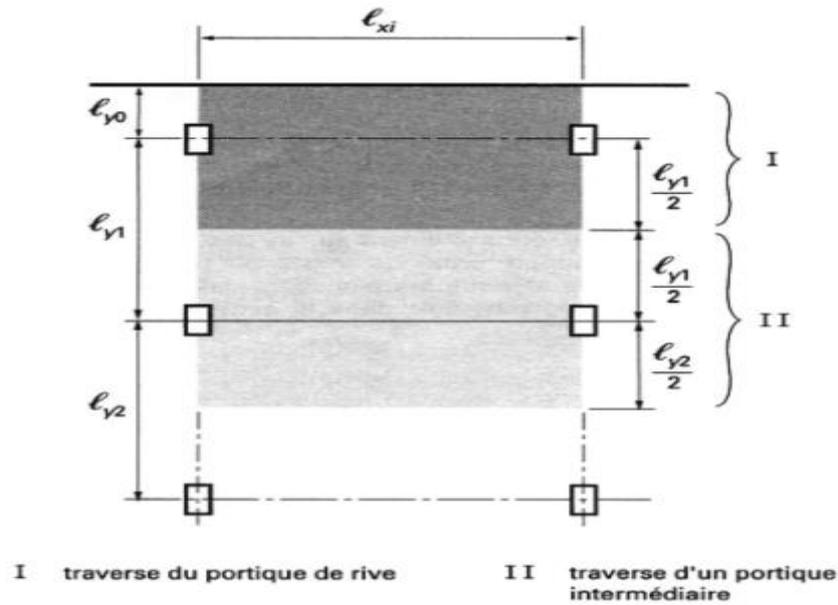


Figure 16. Décomposition du plancher en portiques pour le calcul des sollicitations

### Notations

On désigne par :

$l_t$  - la portée (avec indice x ou y) du panneau entre axes des piliers dans le sens X ou Y ;

$c'$  - la dimension du chapiteau ( $a'$  ou  $b'$ ) mesurée suivant la même direction que  $l_t$  (selon le portique calculé) ;

$h_2$  - la hauteur du chapiteau (entre petite et grande base);

$h$  - l'épaisseur de la dalle ;

$h_s$  ,  $h_n$  - les hauteurs des piliers inférieurs et supérieurs mesurées entre faces supérieures des planchers;

$p$  - la charge évaluée par mètre linéaire de bande de dalle constituant la traverse horizontale du portique;

$I$  - le moment d'inertie de la traverse du portique (de largeur  $b$ );

$I_s$  ,  $I_n$  - les moments d'inertie des piliers inférieurs et supérieurs (au niveau de la zone courante);

$\lambda_h$  ,  $\lambda_l$  - paramètres géométriques définis par les relations :  $\lambda_h = \frac{h_2}{h_s}$  ;  $\lambda_l = \frac{l_t - c'}{l_t}$

$l_t$  et  $c'$  dans le sens de calcul (exemple  $\lambda_l = \frac{l_{tx} - a'}{l_{tx}}$ ).

## 1. Calcul des moments aux nœuds des portiques

Les moments aux nœuds (à gauche  $M_w$  et à droite  $M_e$  dans les traverses et en haut  $M_n$  et en bas  $M_s$  dans les poteaux) sont calculés par la méthode de Caquot applicable aux portiques.

$$M_w = M'_w \left(1 - \frac{K_w}{D}\right) + M'_e \frac{K_w}{D}$$

$$M_e = M'_e \left(1 - \frac{K_e}{D}\right) + M'_w \frac{K_e}{D}$$

$$M_s = |M'_w - M'_e| \frac{K_s}{D}$$

$$M_n = |M'_w - M'_e| \frac{K_n}{D}$$

$K$  raideur de l'élément autour du nœud (travée de gauche, de droite, poteau inférieur et poteau supérieur). Les raideurs sont données par les expressions suivantes:

$$K_w = \frac{I}{\lambda_{\ell w} \ell'_w}$$

$$K_e = \frac{I}{\lambda_{\ell e} \ell'_e}$$

$$K_s = \frac{2}{3} \frac{I_s (1 + 4\lambda_h)}{h'_s}$$

$$K_n = \frac{2}{3} \frac{I_n}{h'_n} \left(1 + \frac{\lambda_h}{2}\right)$$

$l'$  et  $h'$  sont les longueurs fictives des travées et des poteaux (telles que définies dans le chapitre des portiques).

$M'_w$  et  $M'_e$  sont les moments isostatiques maximaux dans les travées à gauche et à droite du nœud considéré :

$$M'_w = \frac{P_w \ell'^2_w}{8,5} \left(1,5 - \frac{\lambda_{\ell w}^2}{2}\right)$$

$$M'_e = \frac{P_e \ell'^2_e}{8,5} \left(1,5 - \frac{\lambda_{\ell e}^2}{2}\right)$$

$P_w$  et  $P_e$  sont les charges réparties sur les traverses (dalles).

## 2. Calcul des moments en travées

Les moments en travées sont calculés par les méthodes classiques de RDM (méthode des sections puisque les moments aux appuis étant connus).

Le moment en travée calculé doit être au moins égal au moment d'une poutre bi-encastree de portée  $l_x - a$  parallèlement à  $l_x$  et  $l_y - b$  parallèlement à  $l_y$  :

$$M_{tx} \geq \frac{P (l_x - a)^2}{24}$$

$$M_{ty} \geq \frac{P (l_y - b)^2}{24}$$

## 3. Vérification de la résistance de la dalle aux moments fléchissants

Pour l'étude de la flexion, chaque panneau est décomposé, dans chaque sens, en une bande centrale et deux demi-bandes sur appuis (figure 17). Les moments ainsi calculés aux noeuds sont répartis sur les différentes zones défavorables de la dalle mises en évidence par les différentes études théoriques et expérimentales.

La largeur de ces dernières est définie par deux valeurs :

- l'une pour la vérification aux moments sur appuis ( $I'_{xa}$  ou  $I'_{ya}$ ) ;
- l'autre pour la vérification aux moments en travée ( $I'_{xt}$  ou  $I'_{yt}$ )

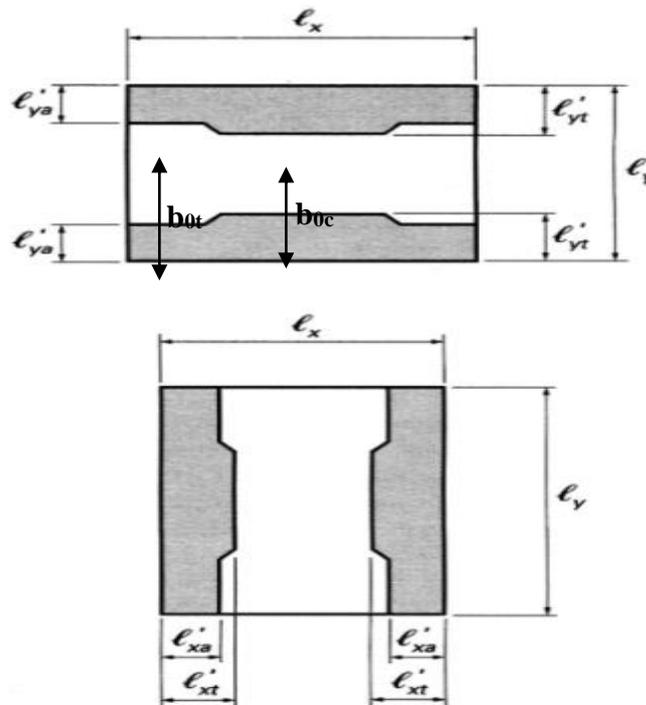


Figure 17. Largeurs des demi-bandes sur appuis à prendre en compte dans les justifications de résistance.

On admet que :

$$l'_{ya} = \text{Max} \left[ \left( \frac{b'}{2} + h \right) ; 1.5 \left( \frac{b}{2} + h \right) \right]$$

$$l'_{yt} = \text{Max} \left[ \left( \frac{b'}{2} + h \right) ; 1.5 \left( \frac{b}{2} + h \right) + \frac{l_x}{10} \right]$$

avec

$$l'_{ya} \text{ et } l'_{yt} \leq \frac{l_y}{4}$$

De même dans le sens x en remplaçant  $b'$  par  $a'$ ,  $b$  par  $a$  et  $l_x$  par  $l_y$

#### 4. Répartition des moments fléchissants entre les différentes bandes

Les moments fléchissants positifs et négatifs sollicitant les traverses des portiques ( $M_w$ ,  $M_e$ ,  $M_t$ ) sont répartis entre les bandes centrales et les bandes sur appuis (figure 18) par application de coefficients forfaitaires conformément aux indications du tableau ci-dessous, dans lequel :

- $M_u$  et  $M_u'$  représentent respectivement les valeurs absolues maximales des moments positifs ( $M_t$ ) et négatifs ( $M_w$ ,  $M_e$ ) sollicitant une travée quelconque d'un portique **intermédiaire** ;
- $M_{1u}$  et  $M_{1u}'$  représentent respectivement les valeurs absolues maximales des moments positifs et négatifs sollicitant un portique **de rive**.
- L'indication rive "**non supportée**" correspond au cas où le long de la rive considérée il n'existe ni poutre ni mur porteur.
- L'indication rive "**supportée**" correspond au cas où le long de la rive considérée existe soit une poutre ayant une hauteur totale de section **au moins égale à trois fois** l'épaisseur  $h$  de la dalle, soit un mur porteur. Si cette condition n'est pas remplie, on prend les coefficients de répartition intermédiaires obtenus par interpolation linéaire entre ceux donnés pour la rive non supportée et pour la rive supportée.

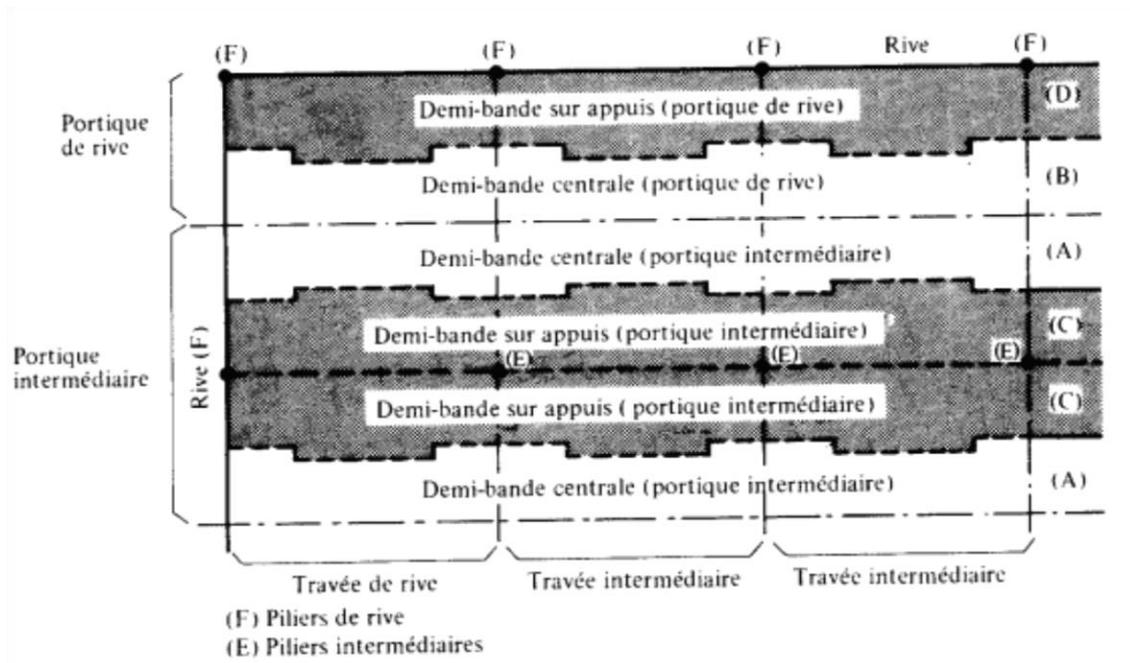


Figure 18. Définition des demi-bandes centrales et sur appuis.

Demi-bande considérée	Moments positifs	Moments négatifs au voisinage d'un pilier intérieur (E)	Moments négatifs au voisinage d'un pilier de rive (F)	
			Rive non supportée	Rive supportée
Demi-bande centrale d'un portique intermédiaire (A)	0,20 ( $M_{1u}$ )	0,12 ( $M'_{1u}$ )	0,10 ( $M'_{1u}$ )	0,20 ( $M'_{1u}$ )
Demi-bande centrale d'un portique de rive (B)	0,40 ( $M_{1u}$ )	0,24 ( $M'_{1u}$ )	0,20 ( $M'_{1u}$ )	0,40 ( $M'_{1u}$ )
Demi-bande sur appuis d'un portique intermédiaire (C)	0,30 ( $M_{1u}$ )	0,38 ( $M'_{1u}$ )	0,40 ( $M'_{1u}$ )	0,30 ( $M'_{1u}$ )
Demi-bande sur appuis d'un portique de rive (D)	Rive non supportée	0,60 ( $M_{1u}$ )	0,80 ( $M'_{1u}$ )	0,60 ( $M'_{1u}$ )
	Rive supportée *	0,30 ( $M_{1u}$ )	0,38 ( $M'_{1u}$ )	0,30 ( $M'_{1u}$ )

\* Dans ce cas, ( $M_{1u}$ ) et ( $M'_{1u}$ ) sont calculés comme si la rive n'était pas supportée.

Tableau 1 : Définition des coefficients de répartition des moments sur les différentes demi-bandes de la dalle.

### 1.3.3. Ferrailage de la dalle

Les moments de flexion affectés à chaque bande sont supposés uniformément répartis sur la largeur de celle-ci ; en conséquence, la répartition des armatures correspondantes est uniforme. La détermination de la section de ces armatures et la vérification de la résistance du béton sont faites à la flexion simple pour une section rectangulaire  $b_0 \cdot h$  ( $b_0$  étant la largeur au niveau de la demi-bande considérée  $b_{0c}$  ou  $b_{0t}$ ).

En définitive, dans les planchers-champignons et les planchers-dalles (figure 19):

- les armatures **inférieures** sont constituées :
  - au centre des panneaux, par un quadrillage d'armatures orthogonales ( $A_{xc}$  et  $A_{yc}$ ) ;
  - dans les bandes sur appuis dans les deux sens, par des armatures dont une partie peut ne pas être prolongée jusqu'aux appuis ( $A_{xa}$  et  $A_{ya}$ ).
- les armatures **supérieures** sont constituées :
  - au voisinage des appuis, par des armatures formant chapeaux des bandes sur appuis dans les deux sens ( $A'_{xa}$  et  $A'_{ya}$ );
  - dans la zone centrale des bandes sur appuis, par des armatures formant chapeaux disposées perpendiculairement aux axes de ces bandes ( $A'_{xc}$  et  $A'_{yc}$ ).

#### 1.3.4. Résistance de la dalle aux efforts tranchants

L'effort tranchant dans chaque sens est donné par l'expression:

$$V_x = V_0 \frac{l_y + b'}{2 l_y}$$

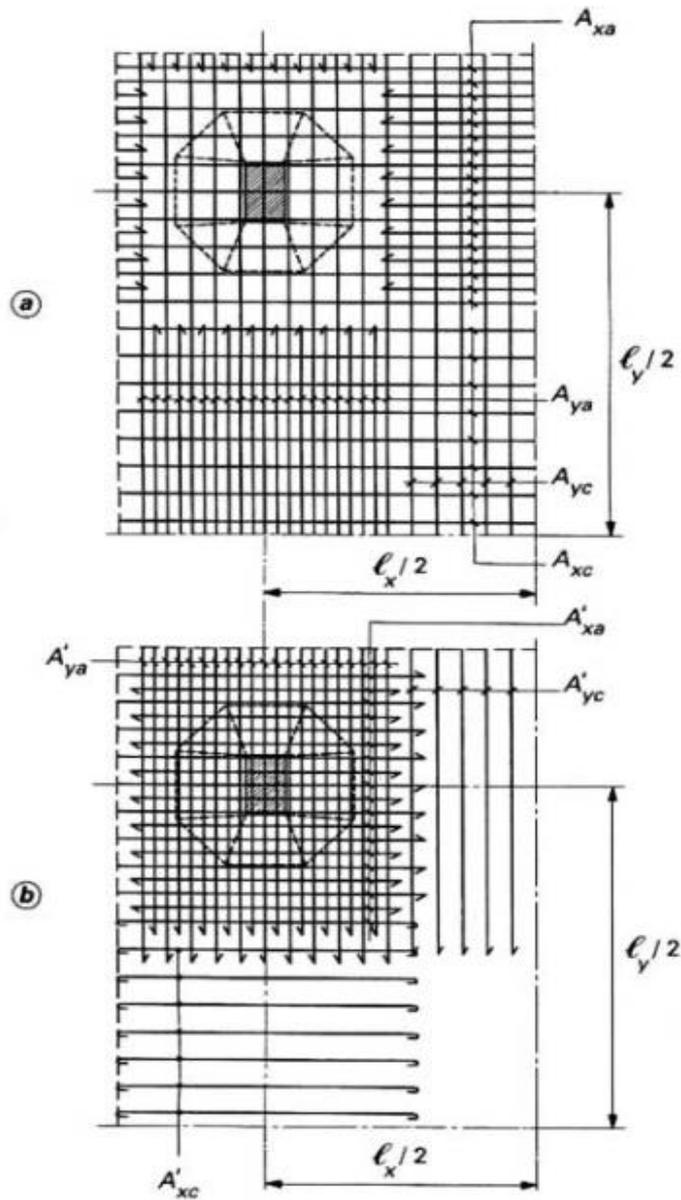
$$V_y = V_0 \frac{l_x + a'}{2 l_{yx}}$$

où  $V_0$  est l'effort tranchant évalué dans les portiques par la méthode classique (RDM).

On peut se dispenser de prévoir des armatures transversales si les contraintes de cisaillement résultantes sont inférieures à:

$$\tau_x = \frac{V_x}{(b' + h) d} \leq \frac{0.05 f_{c28}}{\gamma_b}$$

$$\tau_y = \frac{V_y}{(a' + h) d} \leq \frac{0.05 f_{c28}}{\gamma_b}$$



- $A_{yc}$  armatures demi-bande centrale suivant  $l_y$  (1<sup>er</sup> lit)
  - $A_{xc}$  armatures demi-bande centrale suivant  $l_x$  (2<sup>e</sup> lit)
  - $A_{ya}$  armatures bande sur appuis suivant  $l_y$  (1<sup>er</sup> lit)
  - $A_{xa}$  armatures bande sur appuis suivant  $l_x$  (2<sup>e</sup> lit)
  - $A'_{ya}$  chapeaux sur appuis de la bande sur appuis suivant  $l_y$  (lit supérieur)
  - $A'_{xa}$  chapeaux sur appuis de la bande sur appuis suivant  $l_x$
  - $A'_{xc}$  chapeaux sur bande centrale de la bande sur appuis suivant  $l_x$  (lit supérieur)
  - $A'_{yc}$  chapeaux sur bande centrale de la bande sur appuis suivant  $l_y$
- (a) armatures inférieures
(b) armatures supérieures

Figure 19. Dispositions schématiques de ferrailage d'un quart de panneau de plancher-champignon

## 2. Les escaliers

Un escalier a pour but le déplacement à pied d'un niveau à un autre. Il permet de monter ou descendre. La montée et la descente doivent être aisées et sans danger.

Un grand nombre d'escaliers en béton se caractérisent par une structure continue et massive appelée paillasse. Les marches peuvent être revêtues de différentes manières (bois, béton poli, pierre,...). La rampe des escaliers en béton peut être à structure métallique ou en béton. Le premier cas est le plus général, les percements et la fixation sont alors réalisés sur chantier. Dans le deuxième cas, elle est réalisée en même temps que la paillasse.

### 2.1. Définitions

On appelle (figure 20) :

Contremarche (h) : hauteur de la marche

Giron (g): largeur de la marche (distance entre deux nez de marches)

Pente :  $h/g$

Emmarchement : longueur de la marche

Paillasse : dalle inclinée servant de support aux marches

Volée : succession de marches entre deux parties horizontales

Palier : dalle horizontale d'accès ou d'arrivée d'une volée

Ligne de foulée : trajet emprunté lors de la montée

Limon : poutre inclinée servant d'appui aux extrémités (latéral) ou au milieu (central ou crémaillère) des marches.

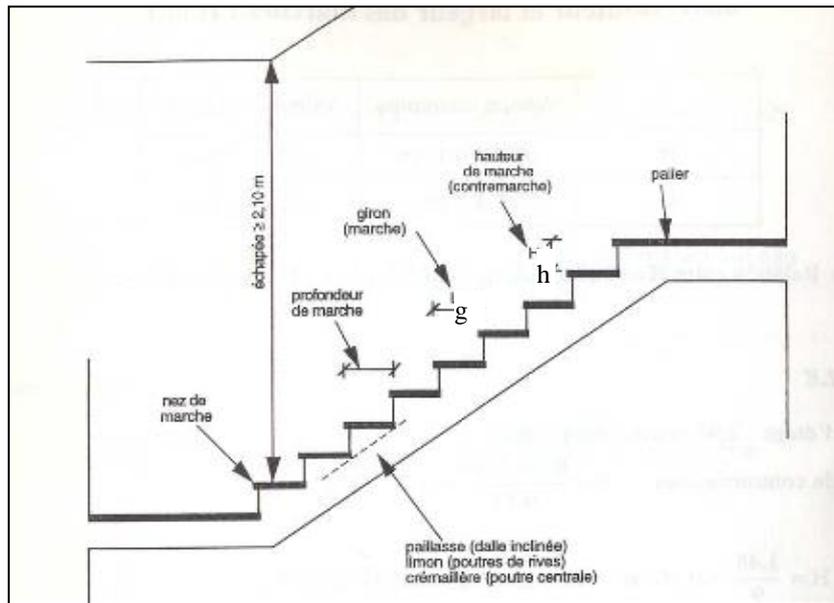


Figure 20. Coupe d'une volée d'escalier

## 2.2. Dimensionnement

### 2.2.1. Hauteur et largeur des marches

Les dimensions  $g$  et  $h$  doivent satisfaire la relation de Blondel suivante :

$$60 \text{ cm} \leq 2h + g \leq 64 \text{ cm} \quad (1)$$

Si  $H$  est la hauteur séparant deux paliers successifs et  $n$  le nombre de marches, alors :

$$h = \frac{H}{n} \quad \text{et} \quad g = \frac{L}{n-1}$$

Remplacés dans la condition (1),  $n$  est la solution positive de l'équation résultante (on prendra le nombre entier  $n'$  immédiatement supérieur ou inférieur).

Les valeurs courantes et extrêmes de  $h$  et  $g$  sont présentées dans le tableau suivant:

	Valeurs courantes	Valeurs extrêmes
$h$	0,16 à 0,17 m	0,13 à 0,18 m
$g$	0,26 à 0,29 m	0,26 à 0,36 m

Tableau 2 : Valeurs de  $h$  et  $g$

### 2.2.2. Largeur des escaliers (longueur des marches)

Pour des raisons de circulation confortable de personnes, la largeur minimale est de 60 cm. Pour les bâtiments recevant du public, le tableau 3 résume les dimensions minimales.

Nombre d'unités de passage	Nombre de personnes à évacuer	Largeur minimale
1	≤ 100	0,80 m
2	≤ 200	1,40 m
3	≤ 300	1,60 m
4	≤ 400	2,40 m

Tableau 3 : Dimensions minimales (H. THONIER Tome 4)

### 2.3. Charges sur les escaliers

Les escaliers sont soumis à leur poids propre et à la charge d'exploitation qui dépend de la conception des marches.

#### 2.3.1. Marches solidaires les unes des autres (par une pailasse ou des contremarches)

La charge  $Q$  dans ce cas est celle donnée par le DTR BC 2.2. Elle doit être au moins égale à la charge d'exploitation du local desservi.

#### 2.3.2. Marches indépendantes

Pour les marches indépendantes d'escaliers en béton armé (figures 21), appuyées à leur deux extrémités ou en porte-à-faux, la charge à prendre est :

- pour les escaliers ayant une largeur au plus égale à 1,10 m :

$Q = 5,5 \text{ kN}$  concentrée par marche dans la position la plus défavorable (à l'extrémité pour une console).

- pour les escaliers de plus de 1,10 m de largeur :

$$Q = \begin{cases} 10 \text{ kN/m} & \text{pour les escaliers non accessibles au public} \\ 15 \text{ kN/m} & \text{pour les escaliers accessibles au public} \end{cases}$$

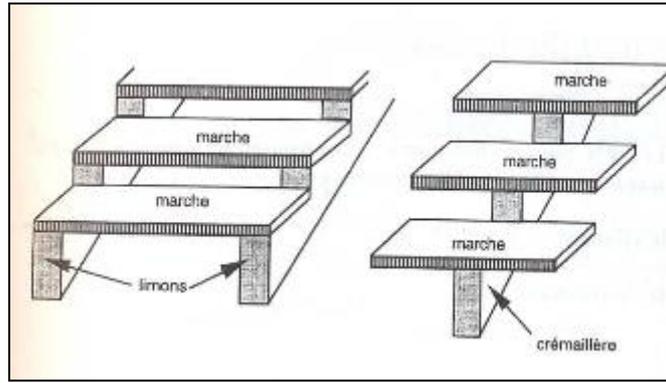


Figure 21. Marches indépendantes sur limons

## 2.4. Calcul et ferrailage

### 2.4.1. Escaliers à paillasse

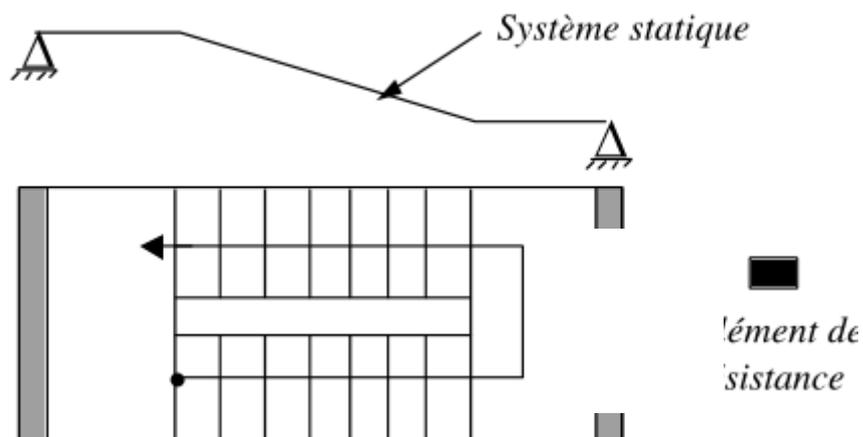
La paillasse constitue la partie basse de la volée sur laquelle sont réalisées les marches. La paillasse fonctionne comme une poutre et les marches ne participent pas à la résistance, elles sont considérées comme un poids mort.

L'épaisseur de la paillasse est déterminée par la condition :

$$\frac{L}{30} \leq e \leq \frac{L}{20}$$

$L$  est la portée de l'escalier entre appuis.

Ces escaliers sont assimilés à des solides de ligne moyenne inclinée. Le schéma de calcul dépend du mode d'appuis de l'escalier. Quelques exemples sont montrés ci-dessous (figure 22).



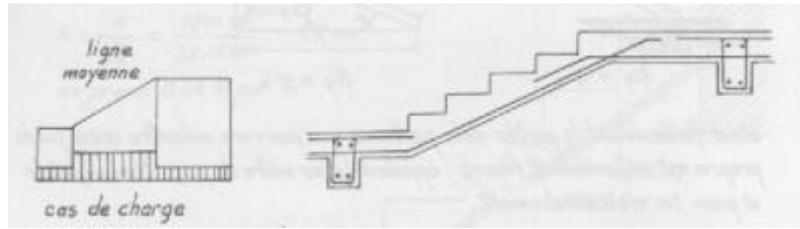


Figure 22. Exemples d'escalier droit.

Le calcul de ce type d'escalier est équivalent au calcul d'une dalle horizontale d'épaisseur  $e'$  (pour la paillasse inclinée) où:

$$e' = \frac{e}{\cos \alpha}$$

d'où le poids propre de la paillasse  $G_0 = 25 \frac{e}{\cos \alpha}$

Le poids propre des marches, de poids volumique  $\rho_m$ , est évalué à  $G_1 = \rho_m \frac{h}{2}$

Le poids du palier ne subit aucune modification.

Le calcul est conduit par la méthode générale de RDM pour le calcul des sollicitations maximales  $M_0$ . Celles-ci sont corrigées pour tenir compte du semi-encastrement de la dalle sur ses appuis en utilisant les coefficients suivants:

$$M_t = (0.75 \text{ à } 0.85) M_0$$

$$M_a = - (0.4 \text{ à } 0.5) M_0$$

**Remarque** : L'effort normal engendré dans la section est très faible, on ne considère que la flexion simple (pas de flexion composée).

Un schéma de ferrailage de ce type d'escalier est présenté en figure 23. Les armatures de répartition sont calculées comme pour les dalles pleines.

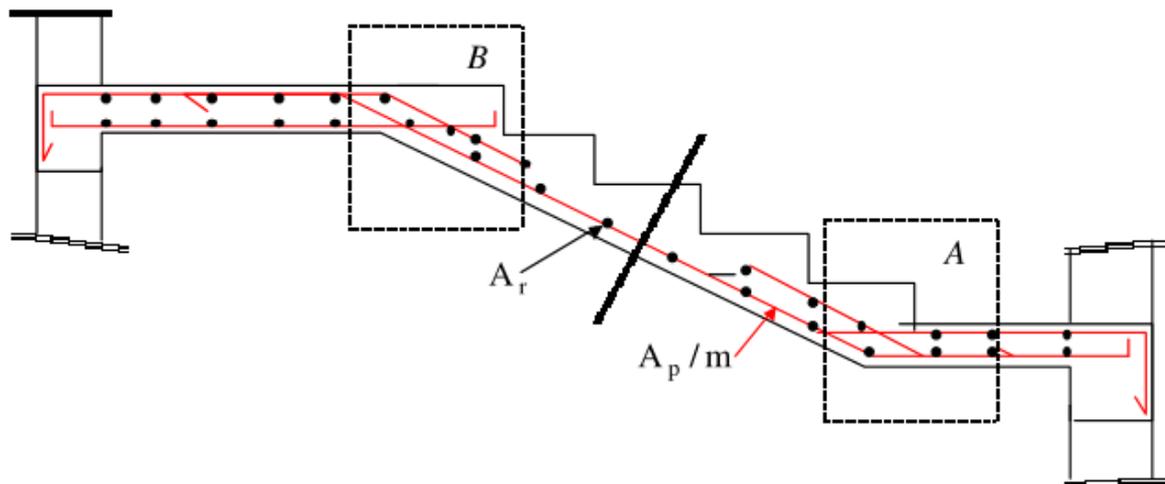
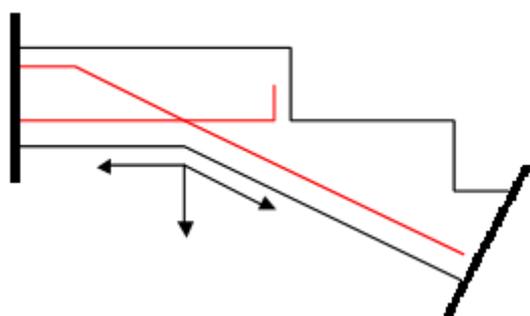


Figure 23. Exemple de ferrailage d'un escalier droit.



#### Détail B

On ne peut pas faire le prolongement des  $A_p$  sur le palier car il y a risque d'éclatement du béton à cause de la poussée au vide.

### 2.4.2. Escaliers à limons

Les limons sont des poutres inclinées servant d'appuis aux escaliers. Ils peuvent être latéraux (aux extrémités) ou centraux (un seul au milieu de l'escalier). Ce type d'escaliers permet de franchir de grandes portées. Dans ce cas, la paillasse est mince et les marches supportent les charges apportées par l'utilisation des escaliers (poids des personnes, notamment), et les reportent sur les limons ou crémaillères. C'est le cas le plus fréquemment rencontré pour les escaliers en bois ou en métal. Par analogie aux planchers, les schémas statiques correspondants font que les marches se comportent comme des solives et les limons ou crémaillère comme des poutres porteuses principales.

La marche sera calculée comme une poutre de longueur = l'emmarchement et de section transversale rectangulaire dont les dimensions sont : la hauteur moyenne  $h_{moy} = \frac{x_1 + x_2}{2}$  et la largeur = giron  $g$  (figure 24).

S'il existe deux limons latéraux, la marche sera calculée comme une poutre sur deux appuis. Si l'escalier s'appuie sur un limon central seulement, alors elle sera calculée double consoles encastrées dans ce limon. Pour ce type de configuration, il faut garder à l'esprit que les marches créent des torsions sur le support central, torsions dont il faut nécessairement tenir compte dans l'analyse structurale (figure 25).

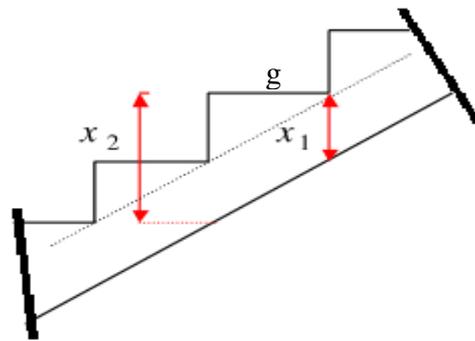


Figure 24. Section de béton à calculer pour la marche porteuse

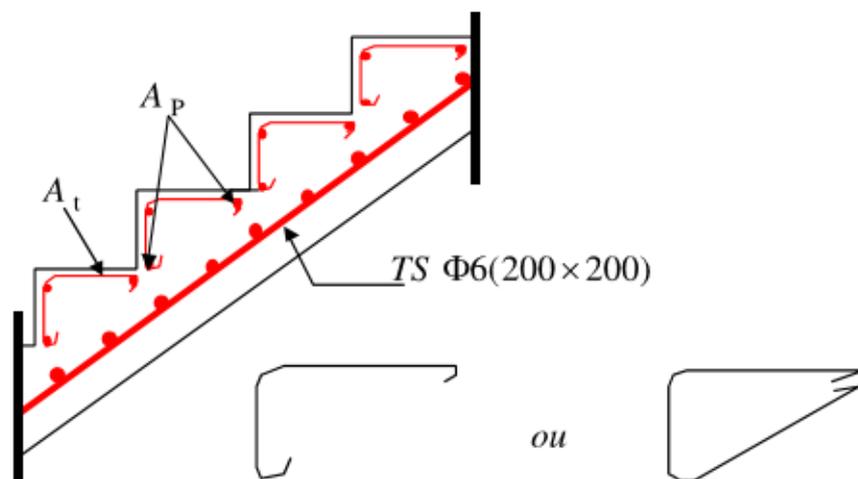


Figure 25. Exemple de ferrailage d'escaliers à limons latéraux.

Les limons sont calculés comme des poutres en section en T, sous l'effet du chargement transmis par les marches.

### 2.4.3. Escaliers hélicoïdaux ou en colimaçon à marches indépendantes

Ce type d'escalier (figure 26) convient pour des cages circulaires ou carrées. Les rayons courants varient de 1 à 2 m. Les marches prennent appui sur le noyau central.

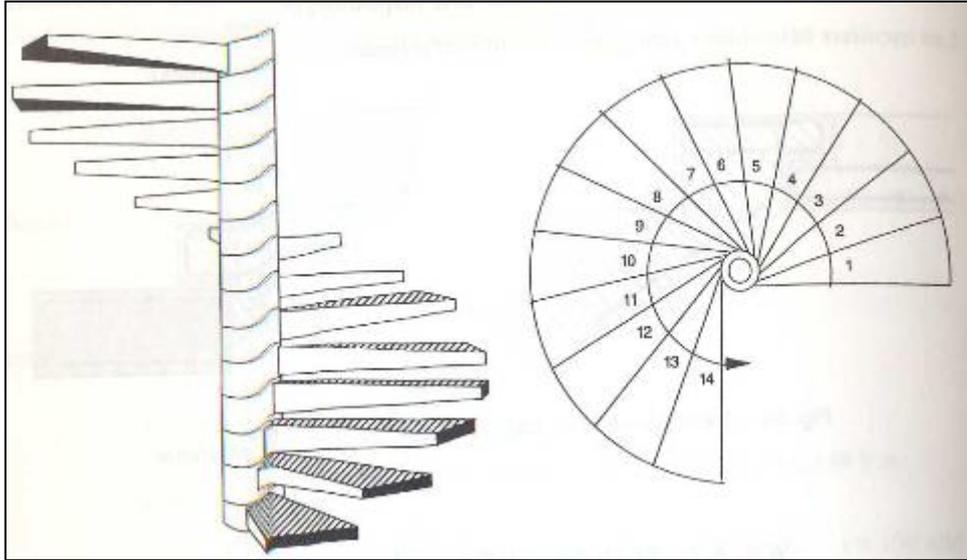


Figure 26. Escalier hélicoïdal circulaire.

Les marches sont calculées comme des dalles en console à la flexion simple. Les aciers principaux seront donc à la partie supérieure (en chapeaux)

Un exemple des schémas de calcul et de ferrailage est donné par la figure 27.

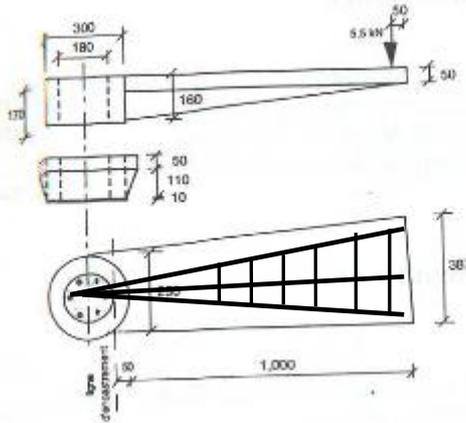


Figure 27. Exemple de schéma de calcul et ferrailage (face supérieure) d'une marche isolée.

Le noyau est soumis (au niveau de chaque marche) à l'effet de :

- charge de la marche (poids de la marche et charge d'exploitation): c'est la réaction d'appui,
- poids propre du noyau (sur la hauteur de la marche) :  $25 * \frac{\pi D^2}{4} * h$  de la marche

L'expression du moment de flexion le long de la hauteur du noyau a été donnée par NICOLSKY:

$$M(x) = \frac{q a^3}{3} \left(1 - \cos \pi \frac{x}{h}\right)$$

$$M^{max} = \frac{2 q a^3}{3}$$

q est la charge répartie sur 1 m<sup>2</sup> de projection horizontale autour du noyau.

Le noyau est alors calculé en flexion composée sous l'effet du moment et de l'effort normal.

## II. CALCUL DES PORTIQUES SOUS CHARGES VERTICALES

### 1. Définitions

Un portique est une structure située dans un même plan vertical et constituée d'éléments appelés barres. Ces barres sont appelées traverses lorsqu'elles sont horizontales (ou inclinées), montants ou poteaux lorsqu'elles sont verticales.

### 2. Prédimensionnement des éléments du portique

#### 2.1. Poutres

La hauteur  $h$  des poutres est déterminée par la condition:  $\frac{L_{max}}{15} \leq h \leq \frac{L_{max}}{10}$

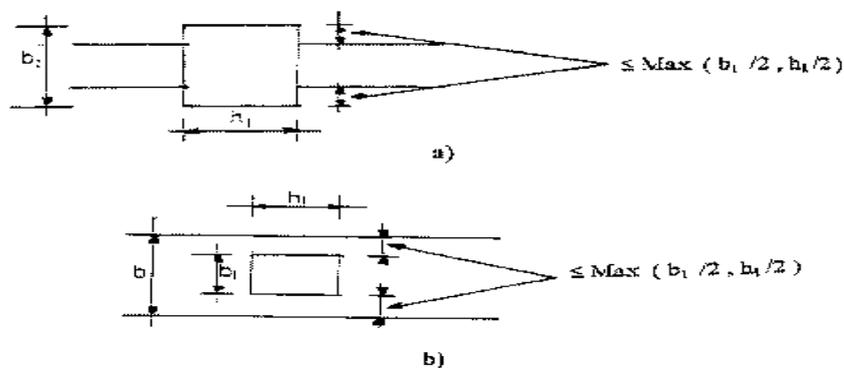
$L_{max}$  est la longueur de la travée maximale dans le sens considéré (principal ou secondaire).

La largeur  $b$  de la poutre est choisie forfaitairement sur la base des conditions du Règlement Parasismique (RPA).

#### Conditions du RPA

Les poutres doivent respecter les dimensions ci-après (figure 1)

- $b \geq 20cm$
- $h \geq 30cm$
- $h/b \leq 4.0$
- $b_{max} \leq 1,5h + b_1$



## 2.2. Poteaux

Pour le prédimensionnement des poteaux, on suppose qu'ils sont soumis à la compression simple sous l'effet des charges verticales transmises par le plancher en admettant la **discontinuité** des différents éléments.

La section **B** doit alors satisfaire la condition de résistance :  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$

$$\text{avec } \sigma_{bc} = \frac{N_u}{B} \Rightarrow B \geq \frac{N_u}{\bar{\sigma}_{bc}}$$

$\sigma_{bc}$  est la contrainte limite en compression du béton (à l'ELU)

$N_u$  est l'effort ultime à la base du poteau déterminé par la descente de charges (poids du plancher, les poutres solidaires au poteau et le poids propre estimé du poteau).

$$N_u = P_u S_{aff} + 1.35 G_0 \text{ poutres} + 1.35 G_0 \text{ poteau} + 1.5 Q b l$$

$P_u = (1.35G + 1.5Q)$  est la charge du plancher

$Q.b.l$  est la charge d'exploitation sur les poutres (sur la longueur revenant au poteau),

$S_{aff}$  est la surface afférente revenant au poteau calculé (figure 2).

**Remarque:** les charges évaluées dans l'hypothèse de la discontinuité doivent être majorées forfaitairement de :

- **15 %** pour des poteaux centraux dans les bâtiments à deux travées ;
- **10 %** pour les poteaux intermédiaires voisins des poteaux de rive dans le cas des bâtiments comportant au moins trois travées.

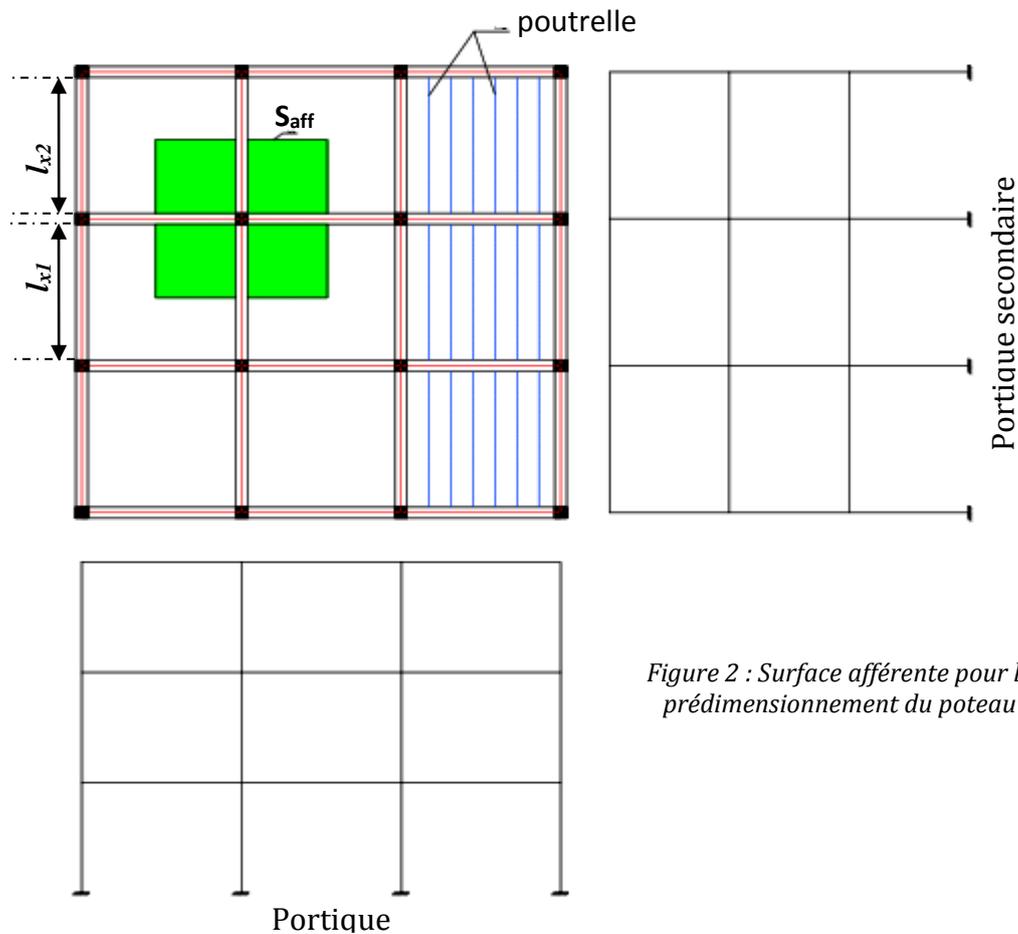


Figure 2 : Surface afférente pour le prédimensionnement du poteau

La section **B** déterminée doit être vérifiée à la stabilité de forme (flambement) et aux conditions du RPA.

### Conditions du RPA

Les dimensions de la section transversale des poteaux doivent satisfaire les conditions suivantes (figure 3).

- $\text{Min}(b_1, h_1) \geq 25 \text{ cm}$  en zones I et II<sub>a</sub>
- $\text{Min}(b_1, h_1) \geq 30 \text{ cm}$  en zone II<sub>b</sub> et III
- $\text{Min}(b_1, h_1) \geq h_e/20$
- $1/4 < b_1/h_1 < 4$

Pour les poteaux circulaires, le diamètre **D** devra satisfaire les conditions ci-dessous:

- $D \geq 25 \text{ cm}$  en zone I

- $D \geq 30\text{cm}$  en zone II<sub>a</sub>
- $D \geq 35\text{cm}$  en zone II<sub>b</sub> et III
- $D \geq h_e/15$

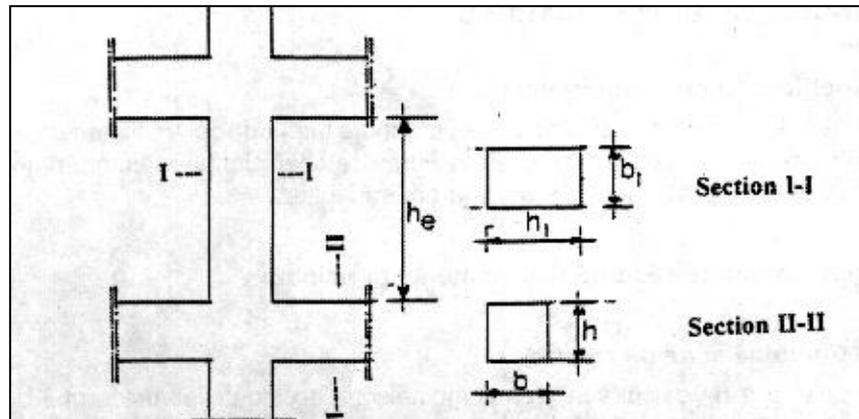


Figure 3: Coffrage des poteaux

### 3. Définition des charges verticales sur les portiques

Les charges verticales sur les portiques sont déduites du plancher.

#### 3.1. Cas d'un plancher à corps creux

Il y a lieu de distinguer entre les portiques principaux et les portiques secondaires. Les portiques principaux sont les portiques qui forment les appuis des poutrelles (sont perpendiculaires aux poutrelles) et les portiques secondaires sont les poutres parallèles aux poutrelles.

Les **portiques principaux** reprennent la charge du plancher  $P_u$  (en plus du poids propre des poutres) sur une distance égale à la moitié de la distance de part et d'autre du portique (figure 2).

$$q_u = P_u \left( \frac{l_{x1}}{2} + \frac{l_{x2}}{2} \right)$$

Les portiques **secondaires** ne reprennent aucune charge du plancher, cependant on les calcule forfaitairement (comme les poutrelles) sous une charge du plancher sur une distance égale à l'entre-axes des poutrelles.

#### 3.2. Cas d'un plancher à dalle pleine

Pour définir les charges sur les portiques on calcule  $\rho$  (rapport entre la petite dimensions et la grande dimension du panneau de dalle) de chaque panneau de dalle :

- si  $\rho < 0.4$ , le calcul est identique au plancher à corps creux.

- si  $\rho \geq 0.4$ , théorie des lignes de rupture où le mode de transmission habituellement admis est celui représenté sur la figure 4 : les poutres telles que CD portent la charge provenant des trapèzes CDMN, CDM'N' et celles telles que AD portent la charge provenant des triangles AMD, AM''D.

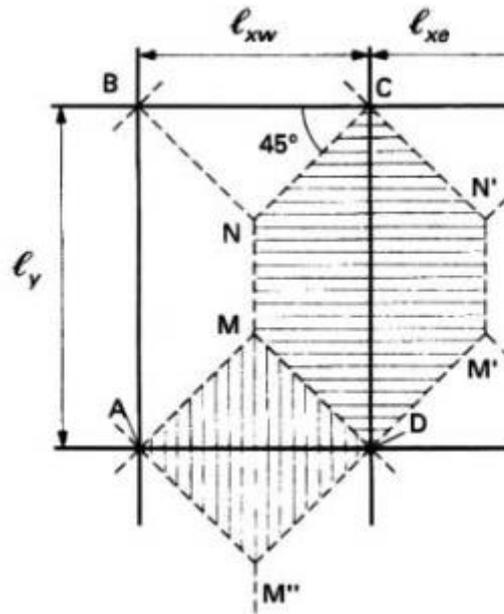


Figure 4: Transmission des charges d'une dalle pleine aux poutres

Pour simplifier les calculs, les charges trapézoïdales et triangulaires sont remplacées par des charges équivalentes uniformément réparties qui produiraient les mêmes effets défavorables que les charges réelles (voir plus haut les planchers à dalles pleines).

#### 4. Calcul des sollicitations dans les portiques : méthode de Caquot

La méthode d'Albert Caquot, initialement conçue pour les poutres continues, a été étendue aux calculs des portiques.

Les moments de continuité agissant dans les sections des nus d'un appui, considérées comme sections à vérifier, sur les éléments qui se rencontrent en formant un nœud, peuvent être évalués en ne tenant compte que des charges des travées encadrant l'appui considéré (travée de gauche, indice "w", et travée de droite, indice "e") et de la résistance offerte par les tronçons inférieur et supérieur des poteaux aboutissant au nœud considéré (tronçon inférieur, indice "s", et tronçon supérieur, indice "n") (figure 5).

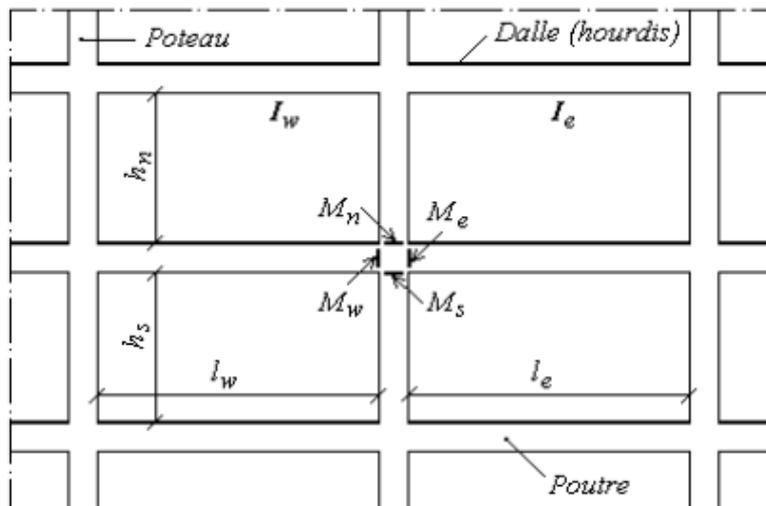


Figure 5: Définition des moments au nœud d'un portique.

#### 4.1. Moments aux Nœuds

On détache au-dessus et au-dessous de chaque nœud des tronçons fictifs de poteaux, de hauteurs :

$$h'_s = \begin{cases} 0.9 h_s & \text{si le nœud considéré appartient à l'avant dernier plancher} \\ 0.8 h_s & \text{si le nœud considéré appartient aux autres planchers} \end{cases}$$

$$h'_i = \begin{cases} 0.8 h_i & \text{si le poteau est considéré encastré à la base} \\ h_i & \text{si le poteau est considéré articulé à sa base} \end{cases}$$

De même, on détache à gauche et à droite de chaque nœud des tronçons fictifs de travées, de longueurs  $l'_w$  et  $l'_e$  calculées en fonction de la position de la travée dans le portique. Ces longueurs seront définies ultérieurement.

##### 4.1.1. Nœuds entre deux travées intermédiaires

$$l'_w = 0.8 l_w \quad \text{et} \quad l'_e = 0.8 l_e$$

On désigne par (figure 6) :

$q_w$  - la charge uniformément répartie par unité de longueur sur la travée de gauche ( $q_e$  sur celle de droite) ;

$P_w$  - la charge concentrée appliquée sur la travée de gauche à la distance  $a_w$  du nu de l'appui ( $P_e$ ,  $a_e$  pour la travée de droite).

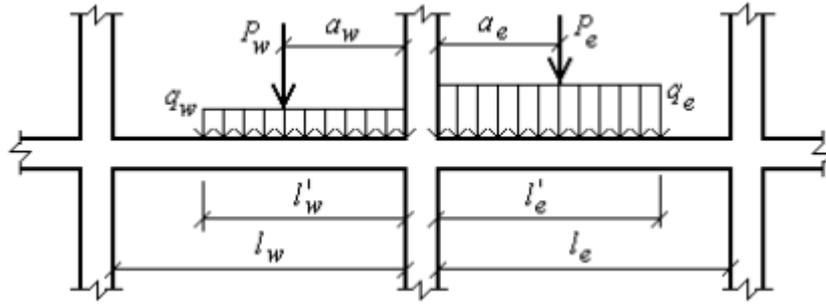


Figure 6: Définition des charges sur les travées des poutres autour du nœud.

On pose :

$$M'_w = q_w (l'_w)^2 / 8,5 + l'_w \sum k_w P_w$$

$$M'_e = q_e (l'_e)^2 / 8,5 + l'_e \sum k_e P_e$$

avec  $k = \frac{x(x-1)(x-2)}{2.125}$  et  $x = \frac{a}{l'}$

Les moments dans les sections dangereuses (nus des appuis) sont, en valeur absolue :

- au nu de l'appui dans la travée de gauche :

$$M_w = M'_e \frac{K_w}{D} + M'_w \left( 1 - \frac{K_w}{D} \right)$$

- au nu de l'appui dans la travée de droite :

$$M_e = M'_e \left( 1 - \frac{K_e}{D} \right) + M'_w \frac{K_e}{D}$$

- au nu inférieur des poutres dans le poteau inférieur :

$$M_s = \frac{K_s}{D} (M'_e - M'_w)$$

- au nu supérieur des poutres dans le poteau supérieur :

$$M_n = \frac{K_n}{D} (M'_e - M'_w)$$

où:

$$K_w = \frac{I_w}{l'_w} \quad K_e = \frac{I_e}{l'_e} \quad K_s = \frac{I_s}{h'_s} \quad K_n = \frac{I_n}{h'_n}$$

$$D = K_w + K_e + K_s + K_n$$

avec  $I_w$ ,  $I_e$ ,  $I_s$  et  $I_n$  désignant respectivement les moments d'inertie de la travée de gauche, de la travée de droite, du poteau inférieur et du poteau supérieur.

#### 4.1.2. Nœuds appartenant à des travées de rive

Pour simplifier l'exposé, on utilise conventionnellement les notations de la figure 7 :

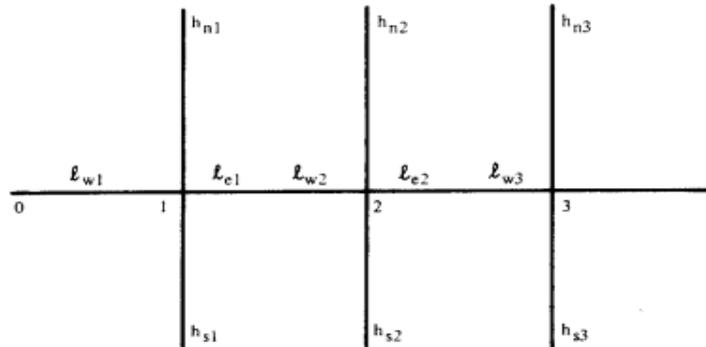


Figure 7: Nœuds 1 et 2 appartenant à une travée de rive

Nœud 1 - Nœud de rive

Nœud 2 - Nœud voisin de rive.

##### 1. Travée de rive avec console

###### - Nœud de rive (nœud 1):

Le nœud de rive est étudié en faisant  $k_w = 0$  dans les formules précédentes et en y substituant  $M_{w1}$  à  $M_w'$ ,  $M_{w1}$  désignant la valeur absolue du moment isostatique de la console au nu de l'appui 1 (facile à déterminer puisque la console est un élément isostatique).

On suppose que la valeur algébrique de  $M_{w1}$  est négative, c'est-à-dire, conventionnellement, que la face supérieure de la console est tendue au voisinage de l'appui. Dans le cas contraire, on change les signes devant la valeur absolue de  $M_{w1}$  introduite dans les formules.

Les expressions des moments au nœud 1:

$$M_{e1} = M'_{e1} \left( 1 - \frac{K_{e1}}{D_1} \right) + M_{w1} \frac{K_{e1}}{D_1}$$

$$M_{s1} = (M'_{e1} - M_{w1}) \frac{K_{s1}}{D_1}$$

$$M_{n1} = (M'_{e1} - M_{w1}) \frac{K_{n1}}{D_1}$$

avec:

$$M'_{e1} = \frac{q_e l'_e{}^2}{8.5} + l'_e \sum k_e p_e \quad (\text{noeud 1})$$

$$K_{e1} = \frac{I_{e1}}{l'_{e1}} \quad K_{s1} = \frac{I_{s1}}{h'_{s1}} \quad K_{n1} = \frac{I_{n1}}{h'_{n1}} \quad (\mathbf{K}_{w1} = \mathbf{0} \text{ car la console n'offre aucune résistance à la déformation du nœud 1})$$

$$D_1 = K_{e1} + K_{s1} + K_{n1}$$

- **Nœud de voisin de rive** (nœud 2):

Dans ce cas, la longueur fictive  $l'_{w2} = x_1 l_{w2}$  avec :

$$x_1 = \begin{cases} 0.8 & \text{pour } K_{s1} + K_{n1} \geq 1.5 K_{e1} \\ 1 - \frac{K_{s1} + K_{n1}}{7.5 K_{e1}} & \text{pour } K_{s1} + K_{n1} < 1.5 K_{e1} \end{cases}$$

La longueur fictive  $l'_{e2} = \mathbf{0.8} l_{e2}$  si la travée à droite de 2 est une travée intermédiaire, sinon :

$l'_{e2} = x_3 l_{e2}$  avec :

$$x_3 = \begin{cases} 0.8 & \text{pour } K_{s3} + K_{n3} \geq 1.5 K_{w3} \\ 1 - \frac{K_{s3} + K_{n3}}{7.5 K_{w3}} & \text{pour } K_{s3} + K_{n3} < 1.5 K_{w3} \end{cases}$$

Ensuite dans les formules données au paragraphe 4.1 , on remplace  $\mathbf{M}_w'$  par :

$$M'_{w2} - \frac{1}{2,125} \frac{K_{e1}}{D_1} M_{w1}$$

avec:  $M'_{w2} = \frac{q_w l'_w{}^2}{8.5} + l'_w \sum k_w p_w \quad (\text{noeud 2})$

## 2. Travée de rive avec console

Les expressions précédentes restent valables en y faisant  $\mathbf{M}_{w1} = \mathbf{0}$

### 4.2. Les moments en travées

Les moments maximaux en travées et les efforts tranchants aux appuis des poutres sont calculés par la méthode générale applicable aux poutres continues:

$$M(x) = M_0(x) + M_g \left(1 - \frac{x}{l}\right) + M_d \frac{x}{l}$$

$\mathbf{M}_t^{max}$  est obtenu pour  $\frac{\partial M(x)}{\partial x} = 0$

$$V = V_0 + \frac{M_d - M_g}{l}$$

$M_g$  et  $M_d$  sont respectivement les moments sur l'appui de gauche et l'appui de droite de la travée considérée.

### III. CALCUL DES PORTIQUES SOUS CHARGES HORIZONTALES

#### 1. Généralités

Outre les charges verticales, les portiques de bâtiments sont souvent conçus pour assurer le contreventement. Un contreventement est un système statique destiné à assurer la stabilité globale d'un ouvrage vis-à-vis des effets horizontaux issus des éventuelles actions sur celui-ci (par exemple : vent, séisme, choc, freinage, etc.).

Les portiques peuvent être classées en deux catégories:

- les portiques à nœuds non déplaçables : le contreventement dans ce cas est assuré par des éléments raides tels que les voiles, murs en maçonnerie ou palées de contreventement avec diagonales (figure 1-a-);
- les portiques à nœuds déplaçables reprenant directement les efforts horizontaux de séisme ou vent (figure 2-b-).

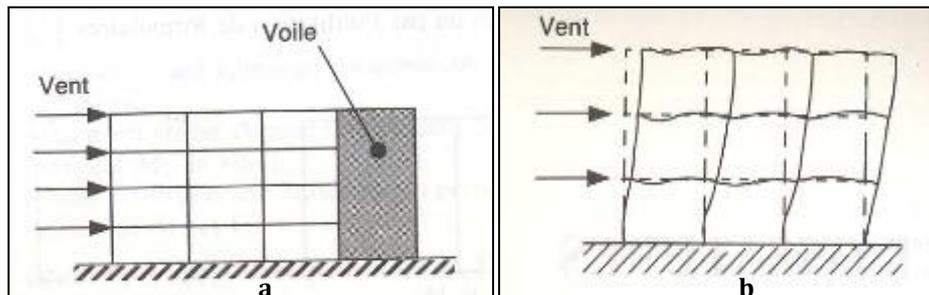


Figure 1: Portiques à nœuds non déplaçables et à nœuds déplaçables

Les portiques en béton armé sont souvent calculés à l'effet de la force horizontale due au séisme. Celle-ci peut être évaluée soit par les méthodes dynamiques (ne font pas l'objet de ce cours) soit par la méthode statique équivalente.

#### 2. Méthode statique équivalente

Dans cette méthode, les forces réelles dynamiques qui se développent dans la construction sont remplacées par un système de forces statiques fictives dont les effets sont considérés équivalents à ceux de l'action sismique. Le mouvement du sol peut se faire dans une direction quelconque dans le plan horizontal. Les forces sismiques horizontales équivalentes seront considérées appliquées successivement suivant deux directions orthogonales caractéristiques choisies par le projeteur. Dans le cas général,

ces deux directions sont les axes principaux du plan horizontal de la structure. Il faut souligner toutefois que les forces et les déformations obtenues pour l'élément à partir des méthodes d'analyse statiques pour les charges de conception recommandées sont inférieures aux forces et aux déformations qui seraient observées sur la structure sous les effets d'un séisme majeur pour lequel les charges ont été spécifiées. Ce dépassement des forces est équilibré par le comportement ductile qui est fourni par les détails de construction de l'élément.

## 2.1. Conditions d'application de la méthode statique équivalente

La méthode statique équivalente est applicable dans le cas :

- des bâtiment satisfaisant les conditions de ***régularité en plan et en élévation*** citées dans ce qui suit.
- des bâtiments présentant une configuration irrégulière tout en respectant, outres les conditions de hauteur fixées parmi les conditions de régularité, les conditions complémentaires suivantes:
  - **Zone I** : tous groupes d'usage.
  - **Zone II<sub>a</sub>** :
    - groupe d'usage 3,
    - groupe d'usage 2, si la hauteur est inférieure ou égale à 7 niveaux ou 23m.
    - groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.
    - groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.
  - **Zone II<sub>b</sub> ; III** :
    - groupes d'usage 3 et 2, si la hauteur est inférieure ou égale à 5 niveaux ou 17m.
    - groupe d'usage 1B, si la hauteur est inférieure ou égale à 3 niveaux ou 10m.
    - groupe d'usage 1A, si la hauteur est inférieure ou égale à 2 niveaux ou 08m.

**Remarque** : Le groupe d'usage du bâtiment définit le niveau minimal de protection sismique accordé à un ouvrage. Il dépend de sa destination et de son importance vis à vis des objectifs de protection fixés par la collectivité. Tout ouvrage qui relève du domaine d'application des présentes règles doit être classé dans l'un des quatre (04 ) groupes définis ci-après :

**Groupe 1A** : Ouvrages d'importance vitale (hôpitaux, casernes de protection civile...)

**Groupe 1B** : Ouvrages de grande importance (ouvrages abritant de grands rassemblement de personnes : salles de spectacles, bâtiments de plus de 48 m ou pouvant accueillir plus de 300 personnes..)

**Groupe 2** : Ouvrages courants ou d'importance moyenne (bâtiments de moins de 48 m...)

**Groupe 3** : Ouvrages de faible importance.

**Conditions de régularité en plan**

1. La hauteur totale du bâtiment :

$H \leq 65 \text{ m}$  en Zone I et II<sub>a</sub> et

$H \leq 30 \text{ m}$  en Zone II<sub>b</sub> et III

2. Le bâtiment doit présenter une forme simple sensiblement symétrique vis-à-vis des deux directions, proche du rectangle avec partie rentrante ou sortante  $\leq 25\%$  (figure 2).

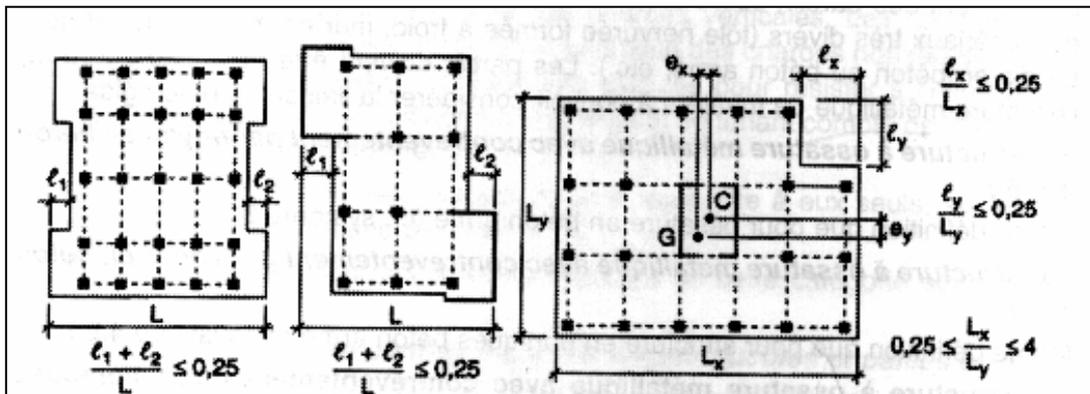


Figure 2 : Limites des décrochements en plan selon le RPA

3. A chaque niveau et pour chaque direction de calcul la distance entre le centre de gravité des masses et le centre de rigidité ne dépassent pas **15 %** de la dimension du bâtiment mesurée perpendiculairement à l'action sismique considérée (figure 3).

$$CG_x \leq 0.15 b_x$$

$$CG_y \leq 0.15 b_y$$

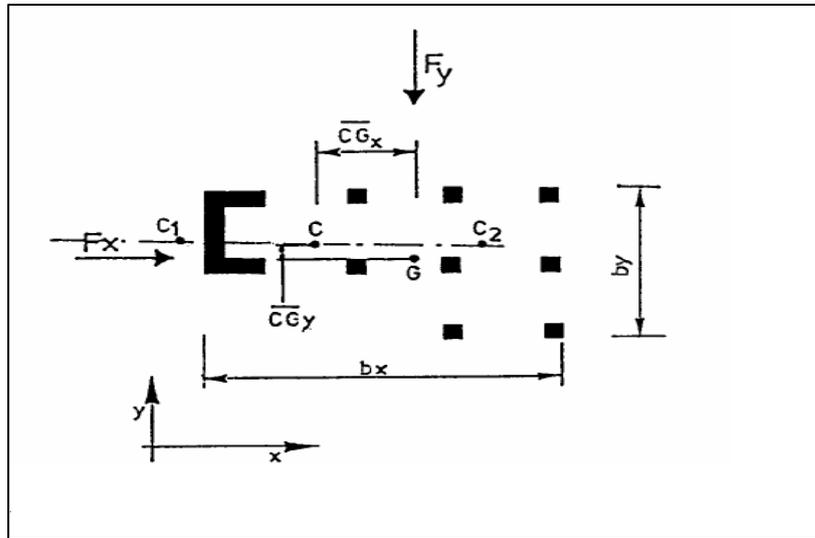


Figure 3: Distance entre le centre de gravité des masse et le centre de rigidité

4. La surface totale des ouvertures dans le plancher doit être  $\leq 15\%$  de celle du plancher.

### Conditions de régularité en élévation

1. Le système de contreventement ne doit pas comporter d'élément porteur vertical discontinu, dont la charge ne se transmette pas directement à la fondation.
2. Aussi bien la raideur que la masse des différents niveaux restent constants ou diminuent progressivement et sans chargement brusque de la base au sommet du bâtiment
3. Dans le cas de décrochements en élévation, la variation des dimensions en plan du bâtiment entre deux niveaux successifs ne dépasse pas 20% dans les deux directions de calcul et ne s'effectue que dans le sens d'une diminution avec la hauteur. La plus grande dimension latérale du bâtiment n'excède pas 1,5 fois sa plus petite dimension (figure 4).

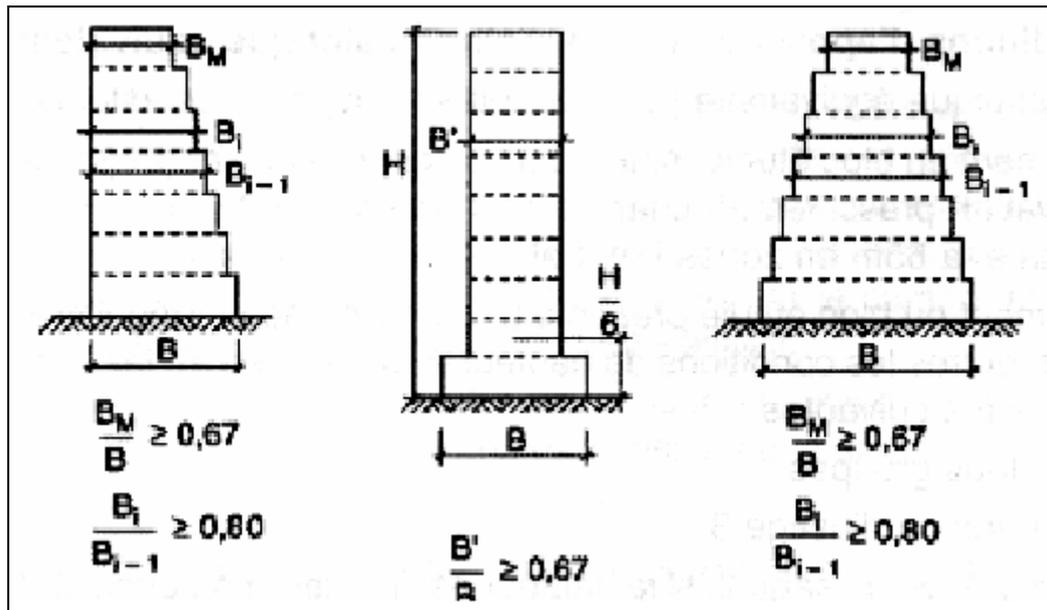


Figure 4: Limites des décrochements en élévation.

## 2.2. Modélisation

- Le modèle du bâtiment à utiliser dans chacune des deux directions de calcul est plan avec les masses concentrées au centre de gravité des planchers et un seul degré de liberté en translation horizontale par niveau sous réserve que les systèmes de contreventement dans les deux (2) directions puissent être découplés.
- La rigidité latérale des éléments porteurs du système de contreventement est calculé à partir de sections non fissurées pour les structures en béton armé ou en maçonnerie.
- Seul le mode fondamental de vibration de la structure est à considérer dans le calcul de la force sismique totale.

## 2.3. Calcul de l'effort global V à la base d'un bâtiment par la MSE

L'effort V doit être calculé dans les deux directions principales du bâtiment par l'expression suivante :

$$V = \frac{A D Q}{R} W$$

**A** : Coefficient d'accélération de zone, donné par le tableau 4.1 du RPA suivant la zone sismique et le groupe d'usage du bâtiment.

**D** : Facteur d'amplification dynamique moyen, fonction de la catégorie de site, du facteur de correction d'amortissement ( $\eta$ ) et de la période fondamentale de la structure (T).

$$D = \begin{cases} 2.5\eta & 0 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta(T_2/T)^{\frac{2}{3}} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta(T_2/3.0)^{\frac{2}{3}}(3.0/T)^{\frac{5}{3}} & T \geq 3.0s \end{cases}$$

**T<sub>2</sub>** : période caractéristique, associée à la catégorie du site et donnée par le tableau 4.7 du RPA.

**η** : **facteur de correction d'amortissement** donné par la formule :

$$\eta = \sqrt{7/(2+\xi)} \geq 0.7$$

où **ξ** (%) est le pourcentage d'amortissement critique fonction du matériau constitutif, du type de structure et de l'importance des remplissages (Quant **ξ = 5%**, on a **η = 1**).

La valeur de la période fondamentale (T) de la structure peut être estimée à partir de formules empiriques ou calculée par des méthodes analytiques ou numériques.

La formule empirique à utiliser selon les cas est la suivante :

$$T = C_T h_N^{3/4}$$

- **h<sub>N</sub>** : hauteur mesurée en mètres à partir de la base de la structure jusqu'au dernier niveau (N).
- **C<sub>T</sub>** : coefficient, fonction du système de contreventement, du type de remplissage et donné par le tableau 4.6 du RPA.

Dans les cas du contreventement assuré par des portiques autostables en béton armé ou en acier avec remplissage en maçonnerie et du contreventement assuré partiellement ou totalement par des voiles en béton armé, des palées triangulées et des murs en maçonnerie, on peut également utiliser aussi la formule :

$$T = 0.09 h_N / \sqrt{D}$$

où **D** est la dimension du bâtiment mesurée à sa base dans la direction de calcul considérée. Dans ce cas de figure il y a lieu de retenir dans chaque directions considérée la plus petite des deux valeurs obtenues des deux expressions précédentes.

**R** : **Coefficient de comportement global de la structure** , sa valeur unique est donnée par le tableau 4.3 du RPA en fonction du système de contreventement.

En cas d'utilisation de systèmes de contreventement différents dans les deux directions considérées il y a lieu d'adopter pour le coefficient **R** la valeur la plus petite.

**Q : Facteur de qualité de la structure,**

Il est fonction de :

- la redondance et de la géométrie des éléments qui constituent la structure
- la régularité en plan et en élévation
- la qualité du contrôle de la construction

La valeur de Q est déterminée par la formule :  $Q = 1 + \sum_1^5 P_q$

$P_q$  est la pénalité à retenir selon que le critère de qualité "q" est satisfait ou non. Sa valeur est donnée au tableau 4.4 du RPA. Les critères de qualité sont définis au paragraphe 4.2.3 du RPA..

**W : poids total de la structure,** il est égal à la somme des poids  $W_j$ , calculés à chaque niveau (j) :

$$W = \sum_{j=1}^n W_j \quad \text{avec} \quad W_j = W_{Gj} + \beta W_{Qj}$$

$W_{Gj}$  : poids dû aux charges permanentes et à celles des équipements fixes éventuels, solidaires de la structure;

$W_{Qj}$  : charges d'exploitation;

$\beta$  : coefficient de pondération, fonction de la nature et de la durée de la charge d'exploitation et donné par le tableau 4.5 du RPA.

**2.4. Calcul de l'effort sismique  $F_j$  à chaque niveau du bâtiment**

L'effort sismique  $F_j$  à chaque niveau du bâtiment est donné par l'expression :

$$F_j = \frac{(V - F_t) W_j h_j}{\sum_{i=1}^n W_i h_i}$$

La force  $F_t$  est une force concentrée au sommet de la structure et qui permet de tenir compte de l'influence des modes supérieurs de vibration. Elle doit être déterminée par la formule :

$$F_t = \begin{cases} 0 & \text{si } T \leq 0.7 \text{ s} \\ 0.07 T V & \text{si } T > 0.7 \text{ s} \end{cases}$$

où  $T$  est la période fondamentale de la structure (en secondes). La valeur de  $F_t$  ne dépassera en aucun cas  $0,25 V$ .

## 2.5. Calcul de l'effort tranchant sismique à chaque niveau du bâtiment

L'effort tranchant au niveau de l'étage  $j$  :  $V_j = F_j + \sum_{i=j}^n F_i$

## 2.6. Distribution de $V_j$ sur les différents portiques : Méthode de MUTO

L'effort  $V_j$  est distribué sur les différents portiques en fonction de leur rigidité.

### 2.6.1. Notion de rigidité relative

La notion de rigidité relative est utilisée pour corriger la rigidité théorique qui considère des encastremets parfaits aux extrémités des poteaux, or ces poteaux sont solidaires à des poutres qui sont flexibles donc ne constituent pas des encastremets parfaits. La rigidité relative  $R'$  est calculée par l'expression:

$$R' = a \cdot R$$

$a$  - Coefficient correcteur qui tient compte de la flexibilité des poutres aux extrémités du poteau.

$R$  - rigidité théorique du poteau

$$R = \begin{cases} \frac{12 EI}{h^3} & \text{Poteau bi - encastéré} \\ \frac{3 EI}{h^3} & \text{Poteau b - articulé} \end{cases}$$

#### Calcul du coefficient "a"

$$a. \text{ Etage courant } a = \frac{\bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

$$\text{avec } \bar{K} = \frac{\sum K'}{2K}$$

$K'$  - Raideurs des poutres aboutissant au poteau considéré  $K' = \frac{I'}{L}$  (figure 5)

$K$  - Raideur du poteau considéré  $K = \frac{I}{h_e}$

où  $I$  et  $I'$  sont les moments d'inertie du poteau et de chaque poutre respectivement,

$L$  - la portée de chaque poutre

$h_e$  - la hauteur du poteau considéré

#### **b. RDC:**

$$\Rightarrow \text{Poteau encastéré à la base : } a = \frac{0.5 + \bar{K}}{2 + \bar{K}}$$

$$\Rightarrow \text{Poteau articulé : } a = \frac{0.5 + \bar{K}}{1 + 2\bar{K}}$$

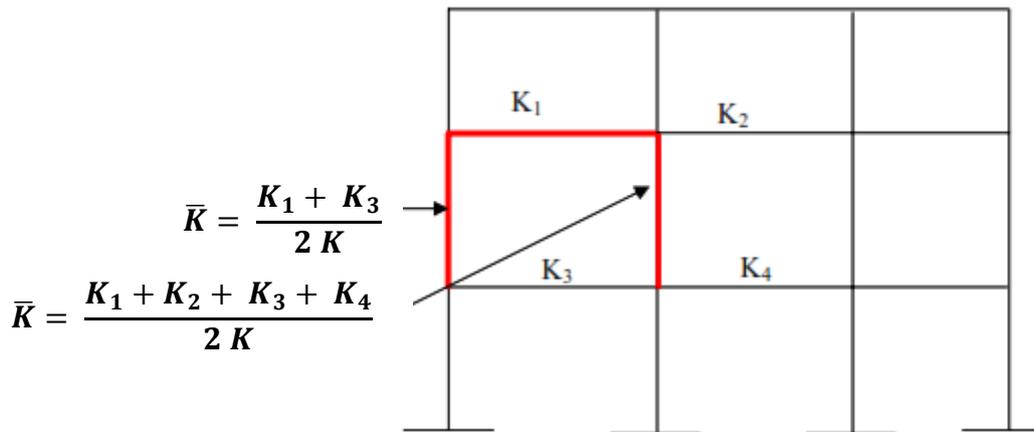


Figure 5. Le coefficient  $\bar{K}$  pour différents poteaux

### Rigidité relative d'un portique

La rigidité relative d'un portique est obtenue en sommant les rigidités relatives des poteaux "k" qui constituent ce portique (dans un sens).

$$R_{portique} = \sum_k R_k$$

### Rigidité relative du niveau

La rigidité relative d'un niveau dans un sens (longitudinal ou transversal) est la somme des rigidités relatives des portiques de ce niveau (dans le sens de calcul).

$$RRN = \sum_m R_{portiques}$$

### 2.6.2. Notion de centre de torsion

Le centre de torsion  $C$  (ou centre de rigidité) est un point tel que :

- toute force passant par ce point provoque une translation du plancher et donc de l'ensemble des éléments de contreventement parallèlement à la force et sans rotation,
- tout moment autour de ce point provoque une rotation du plancher dans le même sens que le moment et sans translation (figure 3).

Ses coordonnées sont:

$$x_c = \frac{\sum R_{portique i} x_i}{\sum R_{portique i}}$$

$$y_c = \frac{\sum R_{portique j} y_j}{\sum R_{portique j}}$$

où  $R_{portique i}$  et  $R_{portique j}$  sont respectivement les portiques parallèles à l'axe x et l'axe y.

L'excentricité entre le centre  $C$  et le centre de masses  $G$  engendre une torsion dont le moment est égal à :

$$M_t = V_j * e$$

- dans le sens x  $M_{tx} = V_{jx} * e_y$
- dans le sens y  $M_{ty} = V_{jy} * e_x$

D'après le RPA, l'augmentation de l'effort tranchant provoqué par la torsion d'axe vertical due à l'excentricité entre le centre de gravité et le centre de rigidité doit être prise en compte. Les efforts tranchants négatifs dus à la torsion devront être négligés.

Pour toutes les structures comportant des planchers ou diaphragmes horizontaux rigides dans leur plan, on supposera qu'à chaque niveau et dans chaque direction, la résultante des forces horizontales a une excentricité par rapport au centre de torsion égale à la plus grande des deux valeurs:

- 5% de la plus grande dimension du bâtiment à ce niveau (cette excentricité doit être prise en considération de part et d'autre du centre de torsion)
- excentricité théorique résultant des plans.

### 2.6.3. Effort repris par chaque portique

L'effort repris par chaque portique à chaque niveau j (dans un sens donné) est donc la somme :

- d'un effort dû à la translation
- d'un effort dû à la rotation

$$V_j^{portique} = V_j \frac{R_{portique}}{RRN} + V_j e \frac{R_{portique} X_{portique} (ou Y)}{R_\theta}$$

où  $R_\theta = \sum R_{portique i} X_i^2 + \sum R_{portique j} Y_j^2$  Rigidité globale à la torsion

$X_i$  et  $Y_i$  sont les coordonnées des portiques par rapport au repère qui passe par le centre de torsion CXY.

### 2.6.4. Effort tranchant dans chaque poteau

L'effort tranchant repris par un portique (au niveau j) est distribué sur ses poteaux en fonction de leurs rigidités conformément à l'expression :

$$V_k = V_j^{portique} \frac{R_k}{R_{portique}}$$

### 2.6.5. Moments de flexion dans les poteaux

Les moments en pied et en tête du poteau sont calculés par les expressions:

$$M_{inf} = V_k z$$

$$M_{sup} = V_k (h - z)$$

$z = y \cdot h$  - Position du point de moment nul dans le poteau (par rapport à la base du poteau)

$$y = y_0 + y_1 + y_2 + y_3$$

⇒  $y_0$  - Coefficient qui dépend de la nature de la charge horizontale (vent ou séisme). Il est donné par les tableaux 3.1 et 3.4 en page 53 du livre Amar CHANTI (annexes) en fonction:

- du nombre de niveaux dans le bâtiment,
- du rang du niveau occupé par le poteau considéré.

⇒  $y_1$  - Coefficient de correction dû à la variation de la raideur  $K$  des poutres supérieures par rapport aux poutres inférieures. Il est donné par le tableau 3.3 en fonction de :

- $\alpha_1 = \frac{\sum K_{sup}}{\sum K_{inf}}$  (Si  $K_s > K_i$  prendre  $\alpha_1 = \frac{\sum K_{inf}}{\sum K_{sup}}$ )
- $\bar{K}$

⇒  $y_2$  - Coefficient de correction dû à la variation de la hauteur d'étage supérieur par rapport au poteau considéré. Il est donné par le tableau 3.4 en fonction de :

- $\alpha_2 = \frac{h_{sup}}{h_{poteau}}$
- $\bar{K}$

⇒  $y_3$  - Coefficient de correction dû à la variation de la hauteur d'étage inférieur par rapport au poteau considéré. Il est donné par le tableau 3.5 en fonction de :

- $\alpha_3 = \frac{h_{inf}}{h_{poteau}}$
- $\bar{K}$

### 2.6.6. Moments de flexion dans les poutres

Au niveau d'un nœud, les moments dans les poteaux ( $M_n$  et  $M_s$ ) sont équilibrés par les poutres ( $M_w$  et  $M_e$ ).

$$M_w = \frac{K_w}{K_w + K_e} (M_n + M_s)$$

$$M_e = \frac{K_e}{K_w + K_e} (M_n + M_s)$$

où  $K_w$  et  $K_e$  sont les raideurs des travées de gauche et de droite du nœud considéré.

Pour une poutre de rive :  $M_w = M_n + M_s$

Les efforts tranchants dans les poutres et les efforts normaux dans les poteaux sont déterminés par la méthode générale de RDM (en fonction des moments aux extrémités des barres).

## IV. DISPOSITIONS REGLEMENTAIRES RELATIVES AUX POTEAUX ET POUTRES

### 1. Généralités

Les sollicitations dans les portiques résultent de la combinaison des sollicitations obtenues sous charges verticales et celles obtenues sous charges sismiques.

Outre les combinaisons d'actions prescrites par le BAEL, les combinaisons accidentelles à considérer pour la détermination des sollicitations et des déformations de calcul sont fixées par le RPA. Les calculs doivent être menés avec :

- $1.35 G + 1.5 Q$  (1)

- $G + Q \pm E$  (2)

- $0.8 G \pm E$  (3)

Pour Les poteaux dans les ossatures autostables, la combinaison (2) est remplacée par la combinaison suivante:

- $G + Q \pm 1.2 E$  (4)

où :

$G$  : charges permanentes

$Q$  : charges d'exploitation non pondérées

$E$  : action du séisme représentée par ses composantes horizontales.

Les sollicitations les **plus défavorables** résultantes des combinaisons précédentes sont alors utilisées pour le ferrailage.

### 2. Ferrailage des portiques

#### 2.1. Poteaux

Les poteaux sont ferrailés à la flexion composée avec cisaillement. Les vérifications à faire sont celles du C.B.A moyennant les adaptations des articles précédents et en tenant compte des vérifications complémentaires ou de remplacement prescrites par les articles suivants du RPA.

##### 2.1.1. Armatures longitudinales

Les armatures longitudinales doivent être à haute adhérence, droites et sans crochets :

➤ Le diamètre minimum est de **12mm**,

➤ Leur pourcentage **minimal** sera de :

- **0,7%** en zone I
- **0,8%** en zone II<sub>a</sub>
- **0,9%** en zone II<sub>b</sub> et zone III
- Leur pourcentage **maximal** sera de
  - **4%** en zone courante
  - **6%** en zone de recouvrement
- La longueur minimale des recouvrements est de:
  - **40 φ** en zone I et II<sub>a</sub>
  - **50 φ** en zone II<sub>b</sub> et zone III

Les jonctions par recouvrement doivent être faites si possible, à l'extérieur des zones nodales (zones critiques).

- La distance entre les barres verticales dans une face du poteau ne doit pas dépasser:
  - 25 cm en zone I et II<sub>a</sub>
  - 20 cm en zone II<sub>b</sub> et zone III

### 2.1.2. Armatures transversales

Les armatures transversales des poteaux sont calculées à l'aide de la formule :

$$\frac{A_t}{t} = \frac{\rho_a V_u}{h_1 \cdot f_e}$$

où:

**V<sub>u</sub>** : l'effort tranchant de calcul

**h<sub>1</sub>** : hauteur totale de la section brute

**f<sub>e</sub>** : contrainte limite élastique de l'acier d'armature transversale

**ρ<sub>a</sub>** : coefficient correcteur qui tient compte du mode fragile de la rupture par effort tranchant;

$$\rho_a = \begin{cases} 2.5 & \text{si } \lambda_g \geq 5 \\ 3.75 & \text{si } \lambda_g < 5 \end{cases}$$

**λ<sub>g</sub>** est l'élançement géométrique dans la **direction considérée** ( $\lambda_g = \frac{l_f}{b_1 \text{ (ou } h_1)}$ )

**t** : l'espacement des armatures transversales dont la valeur maximum est fixée comme suit:

- **dans la zone nodale :**

$t \leq \text{Min} (10\varnothing_1, 15\text{cm})$  en zone I et II<sub>a</sub>

$t \leq 10 \text{ cm.}$  en zone II<sub>b</sub> et zone II

- **dans la zone courante :**

$t' \leq 15 \varnothing_1$  en zone I et II<sub>a</sub>

$t' \leq \text{Min} (b_1/2, h_1/2, 10 \varnothing_1)$  en zone II<sub>b</sub> et zone III

où  $\varnothing_1$  est le diamètre **minimal** des armatures longitudinales du poteau.

La zone nodale est constituée par le nœud poutre-poteaux proprement dit et les extrémités des barres qui y concourent. Les longueurs à prendre en compte pour chaque barre sont données dans la figure 1.

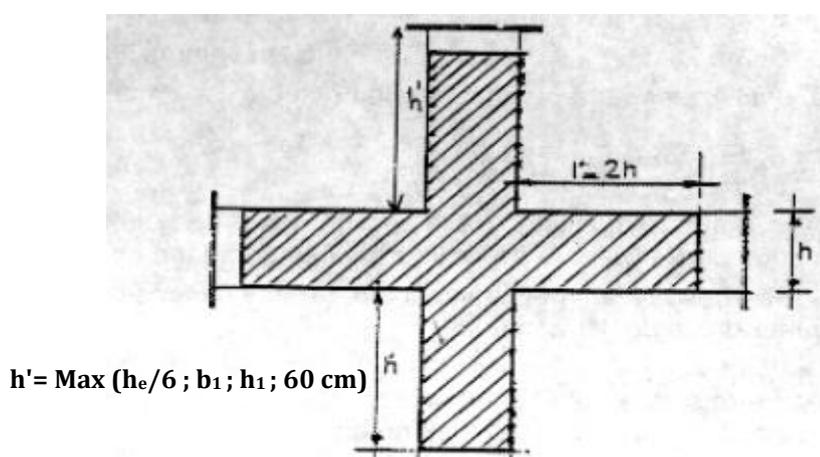


Figure 1. Définition de la zone nodale

La quantité **d'armatures transversales minimale**  $A_t/t.b_1$  en % est donnée comme suit:

$$\frac{A_t}{t \cdot b_1} = \begin{cases} 0.3 \% & \text{si } \lambda_g \geq 5 \\ 0.8 \% & \text{Si } \lambda_g \leq 3 \end{cases}$$

Si  $3 < \lambda_g < 5$ , interpoler entre les valeurs limites précédentes.

### 2.1.3. Vérifications spécifiques

#### 2.1.3.1. Sollicitations normales

Outre les vérifications prescrites par le C.B.A et dans le but d'éviter ou limiter le risque de rupture fragile sous sollicitations d'ensemble dues au séisme, l'effort normal de compression de calcul est limité par la condition suivante :

$$v = \frac{N_d}{B_c \cdot f_{c28}} \leq 0.30$$

### 2.1.3.2. Sollicitations tangentes

La contrainte de cisaillement conventionnelle de calcul dans le béton  $\tau_{bu}$  sous combinaison sismique doit être inférieure ou égale à la valeur limite suivante:

$$\bar{\tau}_{bu} = \rho_d f_{c28}$$

$$\text{où : } \rho_d = \begin{cases} 0.075 & \text{si } \lambda_g \geq 5 \\ 0.04 & \text{si } \lambda_g < 5 \end{cases}$$

## 2.2. Poutres

Les poutres sont ferrillées à la flexion simple en travées et en appuis avec les sollicitations maximales obtenues.

### 2.2.1. Armatures longitudinales

➤ le pourcentage total minimum des aciers longitudinaux sur toute la longueur de la poutre est de 0,5% en toute section:

$$A_{min} = 0.5\% (b \cdot h)$$

➤ Leur pourcentage **maximal** sera de :

- 4% en zone courante
- 6% en zone de recouvrement

**Remarque:** Les poutres supportant de faibles charges verticales et sollicitées principalement par les forces latérales sismiques doivent avoir des armatures symétriques avec une section en travée au moins égale à la moitié de la section sur appui.

➤ La longueur minimale des recouvrements est de:

- 40  $\phi$  en zone I et II<sub>a</sub>
- 50  $\phi$  en zone II<sub>b</sub> et zone III

### 2.2.2. Armatures transversales

La quantité d'armatures transversales minimale est donnée par :

$$A_t = 0.3\% (t \cdot b)$$

L'espacement maximum  $t$  entre les armatures transversales est déterminé comme suit :

- dans la zone nodale et en travée si les armatures comprimées sont nécessaires:  $t \leq \text{minimum} (h/4, 12\phi)$
- en dehors de la zone nodale:  $t \leq h/2$

La valeur du diamètre  $\phi$  des armatures longitudinales à prendre est le plus petit diamètre utilisé, et dans le cas d'une section en travée avec armatures comprimées, c'est le diamètre le plus petit des aciers comprimés.

Les premières armatures transversales doivent être disposées à 5 cm au plus du nu de l'appui ou de l'encastrement.

### 2.3. Dimensionnement des nœuds vis à vis des moments résistants

Il convient de vérifier pour les portiques participant au système de contreventement et pour chacune des orientations possibles de l'action sismique que la somme des moments résistants ultimes des extrémités de poteaux ou montants aboutissant au nœud est au moins égale en valeur absolue à la somme des valeurs absolues des moments résistants ultimes des extrémités des poutres ou traverses affectés d'un coefficient majorateur de 1.25 (Figure 2).

$$|M_n| + |M_s| \geq 1.25 (|M_w| + |M_e|)$$

$$|M'_n| + |M'_s| \geq 1.25 (|M'_w| + |M'_e|)$$

Cette disposition tend à faire en sorte que les rotules plastiques se forment dans les poutres plutôt que dans les poteaux. Néanmoins, cette vérification est facultative pour les maisons individuelles et les deux (2) derniers niveaux des bâtiments supérieurs à R+2.

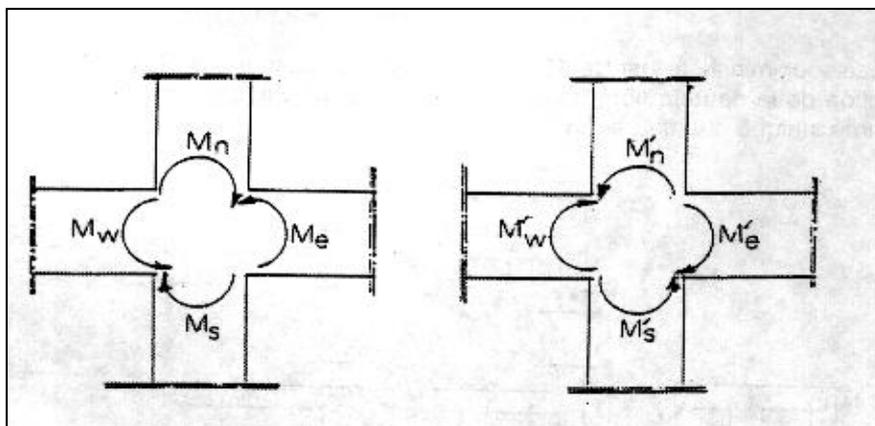


Figure 2. Dimensionnement d'un nœud poutre-poteau

### 3. Dispositions constructives

Les dispositions constructives données sur la figure 3 doivent être respectées pour leurs parties communes que sont les nœuds et ce, afin d'assurer un minimum de confinement préservant au maximum l'intégrité de ces derniers et permettre au reste de la structure de déployer ses capacités de dissipation d'énergie.

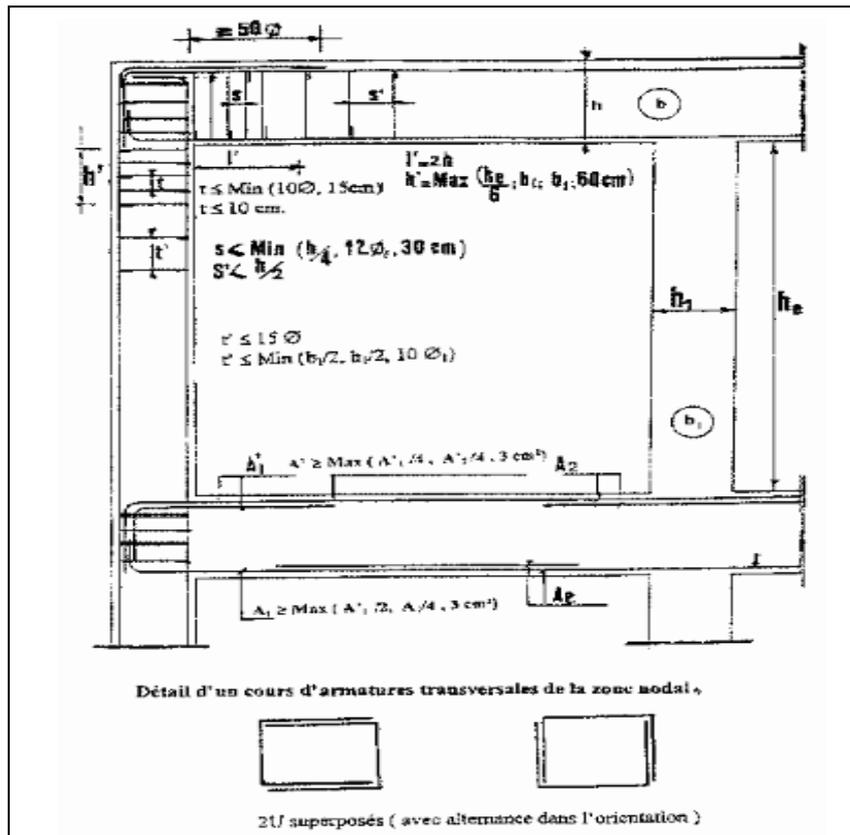


Figure 3. Dispositions constructives du ferrailage dans les portiques.

## V. SYSTEMES DE CONTREVENTEMENT

### 1. Généralités

Le premier souci que doit avoir l'ingénieur d'études est de prévoir des dispositions assurant la stabilité générale et spécialement le contreventement d'ensemble des bâtiments. Ces dispositions doivent avoir pour objet non seulement d'assurer la résistance aux forces horizontales prises en compte dans les calculs, mais aussi de permettre éventuellement aux bâtiments de subir sans dommages excessifs les effets de certaines sollicitations exceptionnelles.

### 2. Systèmes de contreventement

Le contreventement permet d'assurer une stabilité horizontale et verticale d'une structure lors des séismes qui, rappelons-le, ont des composantes dans les trois directions.

Le contreventement vertical est assuré par des palées de stabilité alors que le contreventement horizontal est assuré par les planchers agissant en diaphragme rigide.

**Il y a lieu de rappeler que la transmission courte et directe tant des charges verticales (charges permanentes et charges d'exploitation) que des forces horizontales (vent ou action sismique) est certainement la transmission la plus fiable et la plus économique.**

#### 2.1. Notion de diaphragme

Les diaphragmes d'un bâtiment sont les structures horizontales qui reportent l'action horizontale, résultant de la mise en mouvement des masses des planchers et de leurs charges, vers les structures

verticales de contreventement. Les diaphragmes doivent être peu déformables dans leur plan, de manière à assurer une distribution efficace de l'action horizontale entre les différentes structures verticales. Idéalement, ils assurent à chaque niveau où ils sont présents une absence de déplacement horizontal relatif entre les structures verticales.

Dans ce cas, l'action horizontale résultante à un niveau se répartit sur les contreventements verticaux proportionnellement à la raideur relative de ces derniers.

Les éléments verticaux les plus rigides supportent ainsi les charges les plus importantes.

Lorsque la raideur d'un contreventement vertical diminue à cause de fissurations ou de sa ruine, les efforts qu'il ne peut plus reprendre sont automatiquement redistribués par

le diaphragme horizontal sur les autres contreventements verticaux. Il est donc souhaitable que le nombre de contreventements verticaux soit supérieur au minimum nécessaire à la stabilité de la structure. Le rôle de diaphragme est joué par la toiture et par les planchers, qui peuvent être constitués de différentes façons : plancher en béton armé, mixte, grillage de poutres contreventées, treillis spatial, portiques horizontaux. La rigidité des diaphragmes dépend :

- de leur forme: les diaphragmes longs et étroits sont flexibles. Les diaphragmes présentant des angles rentrants peuvent subir des concentrations de contraintes entraînant des dommages.
- des rigidités respectives du diaphragme et du contreventement vertical. Si la rigidité du contreventement vertical est importante (murs en maçonnerie ou voiles de béton), les portées modérées du diaphragme sont préférables afin de limiter leur flexibilité.
- de leur matériau: les planchers en contreplaqué sur solives en bois se comportent comme des diaphragmes relativement rigides dans une structure en bois, mais sont flexibles dans une structure en maçonnerie.
- de l'efficacité de la solidarisation de leurs éléments constituants (exemple : diaphragme en treillis de bois)
- de l'importance des ouvertures (trémies) qui devrait être minimisée. La présence de trémies est à l'origine de concentrations de contraintes, les plus importantes dans les angles rentrants. Les ouvertures doivent être les plus petites possibles et leur contour renforcé.

## **2.2. Contreventement vertical**

Les panneaux de contreventement vertical résistent aux efforts horizontaux dans leur plan et assurent la descente des charges dynamiques vers les fondations. Ils peuvent être classés en trois catégories:

- portiques;
- panneaux rigides
- palées triangulées

Le choix devrait tenir compte principalement des critères suivants :

- nature et importance de l'ouvrage ;
- hauteur des bâtiments ;

- non-résonance avec le sol ;
- dissipativité ;
- résistance à l'effondrement après d'importants dommages structuraux ;
- poids de la structure ;
- résistance aux efforts alternés ;
- adaptation aux conditions d'appui.

### **2.2.1. Contreventement par portiques**

Les portiques (figure 1) doivent être conçus pour résister non seulement aux forces de pesanteur, mais également aux forces horizontales grâce à la rigidité des nœuds. Ils peuvent être autostables (bâtiment contreventé uniquement par des portiques capables de reprendre la totalité des sollicitations dues aux charges verticales et horizontales) ou en contreventement mixte (portiques associés à un autre système comme les voiles).

La solution des portiques autostables conduit généralement à des sections de poteaux et d'armatures importantes. À moins que l'on ne puisse prévoir, dans chaque plan de contreventement, des portiques comportant un nombre relativement important de travées, cette solution de contreventement est onéreuse, et on ne la retient que pour les bâtiments de faible hauteur. Deux catégories de contreventement par portiques sont définies par le RPA :

#### **2.2.1.1. Portiques autostables en béton armé sans remplissage en maçonnerie rigide (classés 1.a selon RPA)**

Pour cette catégorie, les éléments de remplissage ne doivent pas gêner les déformations des portiques (cloisons désolidarisées ou cloisons légères dont les liaisons ne gênent pas le déplacement des portiques). Par ailleurs les bâtiments concernés ne doivent pas dépasser :

- cinq (05) niveaux ou dix sept (17) mètres en zone I,
- quatre (04) niveaux ou quatorze (14) mètres en zone IIa,
- trois (03) niveaux ou onze (11) mètres en zone IIb et III .

#### **2.2.1.2. Portiques autostables en béton armé avec remplissage en maçonnerie rigide (classés 1.b selon RPA)**

Pour cette catégorie, les éléments de remplissage de la structure sont constitués par des murs en maçonnerie de petits éléments insérés dans le cadre poteaux-poutres dont l'épaisseur (hors crépissage) ne dépasse pas 10 cm (exception faite pour les remplissages périphériques ou les séparations entre deux (2) logements ou deux locaux d'un même niveau ou une deuxième paroi de 5 cm, du côté intérieur est tolérée. Cette dernière peut éventuellement avoir une épaisseur de 10 cm à condition qu'elle ne soit pas insérée dans les cadres poteaux-poutres pour ne pas aggraver les phénomènes d'interaction maçonnerie –structure).

Les bâtiments concernés ne doivent par ailleurs pas dépasser :

- cinq (05) niveaux ou dix sept (17) mètres en zone I,
- quatre (04) niveaux ou quatorze (14) mètres en zone IIa,
- trois (03) niveaux ou onze (11) mètres en zone IIb,
- deux (02) niveaux ou huit (8) mètres en zone III

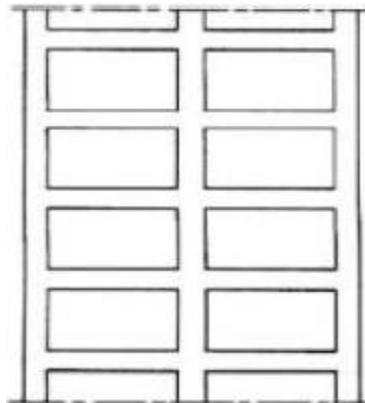


Figure 1. Ossature en portiques

### 2.2.2. Contreventement par pans rigides

La rigidité des pans de contreventement peut être assurée :

- soit par des voiles en béton armé ;
- soit par des triangulations en béton armé ;
- soit éventuellement par des remplissages en maçonnerie de résistance suffisante entre éléments (poteaux et poutres) de l'ossature en béton armé.

#### 2.2.2.1. Contreventement par voiles

La solution de contreventement avec voiles en béton armé est actuellement très répandue. Ils peuvent être utilisés sous différents systèmes dans le bâtiment (figure 2):

**a. Système de contreventement constitué par des voiles porteurs**

Le système est constitué de voiles uniquement ou de voiles et de portiques. Dans ce dernier cas, les voiles reprennent plus de **20%** des sollicitations dues aux charges verticales et la totalité de la sollicitation horizontale.

**b. Système de contreventement mixte assuré par des voiles et des portiques avec justification d'interaction portiques -voiles (4.a)**

Les **voiles** de contreventement doivent reprendre **au plus 20%** des sollicitations dues aux charges verticales. Les charges horizontales sont reprises conjointement par les voiles et les portiques proportionnellement à leurs rigidités relatives ainsi que les sollicitations résultant de leurs interactions à tous les niveaux. Cependant, les **portiques** doivent reprendre, outre les sollicitations dues aux charges verticales, **au moins 25%** de l'effort tranchant d'étage.

**c. Système de contreventement de structures en portiques par des voiles (4.b)**

Dans ce cas les voiles reprennent **au plus 20%** des sollicitations dues aux charges verticales et la **totalité** des sollicitations dues aux charges horizontales. Les portiques ne reprennent que les charges verticales. Toutefois, en zone sismique III, il y a lieu de vérifier les portiques sous un effort horizontal représentant 25% de l'effort horizontal global. Avec ce système de contreventement les bâtiments sont limités en hauteur à 10 niveaux ou **33m**.

**d. Structure à ossature en béton armé contreventée entièrement par noyau rigide**

Le bâtiment est dans ce cas-là contreventé entièrement par un noyau rigide en béton armé qui reprend la totalité de l'effort horizontal.

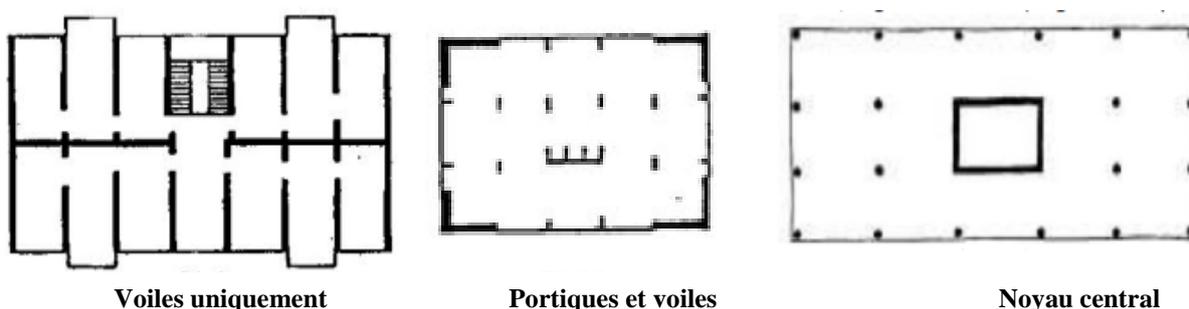


Figure 2. Systèmes de contreventement par voiles

### 2.2.3. Contreventement triangulé

Le contreventement triangulé, qui constitue également une solution "rigide" (convenant pour les bâtiments sur sol meuble) est fréquemment utilisé pour les structures en poteaux et poutres de hauteurs faible et moyenne, car il est plus économique que le contreventement par portiques. Les barres inclinées, formant des triangles avec l'ossature, peuvent être rigides (figure 3) ou constituées de tirants, croisés ou non. Vis-à-vis des séismes, les barres rigides sont plus efficaces, quoique plus coûteuses. Elles résistent à la traction et à la compression. Toutes les formes de triangulation sont acceptables sauf celles dans lesquelles des barres sont attachées entre les extrémités des poteaux et tendent donc à y provoquer une instabilité. Par ailleurs, il convient d'éviter une longueur excessive des barres afin de réduire le danger de flambement sous compression. La mise en œuvre des remplissages en maçonnerie est dans tous les cas rendue moins facile. Le calcul des poutres à treillis dont les membrures sont constituées par les poteaux et qui fonctionnent en console à partir du niveau des fondations ne soulève pas de difficultés particulières ; il est conduit suivant les comportements habituels, en admettant des articulations aux nœuds.

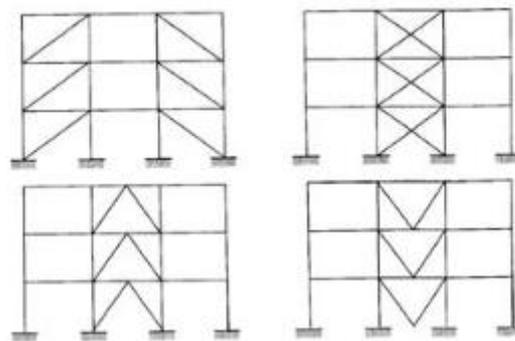


Figure 3. Exemples de triangulations dans le bâtiment

### 3. Phénomène de torsion

Lorsque, dans au moins une direction, la rigidité latérale d'un niveau n'est pas répartie symétriquement, les secousses horizontales soumettent ce niveau à une torsion : il vrille autour d'un axe vertical. D'une manière générale, les parties de bâtiment moins rigides vrillent autour des parties plus rigides. La torsion entraîne souvent des dommages importants, pouvant aller jusqu'à l'effondrement du bâtiment. La dissymétrie de la

rigidité peut être due à la forme du niveau ou à l'emplacement asymétrique des éléments assurant le contreventement, même lorsque le plan est symétrique dans les deux directions (figure 4).

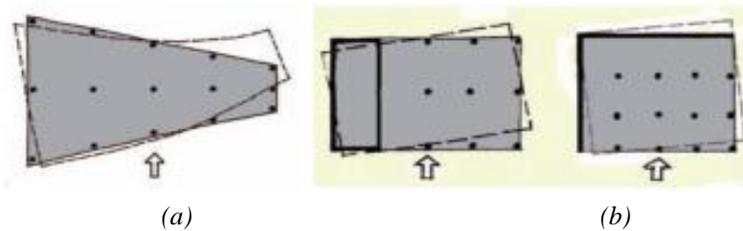


Figure 4. Torsion d'un niveau induite par l'asymétrie de la forme du plan (a) et par celle des voiles (b).

Afin d'éviter la torsion d'un bâtiment exposé à un séisme, à tous les niveaux, il est nécessaire d'assurer une répartition sensiblement symétrique de la rigidité horizontale par rapport aux axes passant par le centre de gravité des planchers hauts. Il convient de considérer la symétrie séparément dans chaque direction, car généralement, un élément qui contrevente dans une direction ne contrevente pas dans une autre. Le plan trapézoïdal de la figure 4 -a- peut être conservé sans exposer la structure à la torsion, en plaçant des murs qui augmentent sa rigidité à l'extrémité droite (figure 5 -a-). De même, la rigidité des niveaux de la figure 4 -b- peut être équilibrée en y ajoutant des murs ou palées de stabilité judicieusement placés (figure 5 -b-).

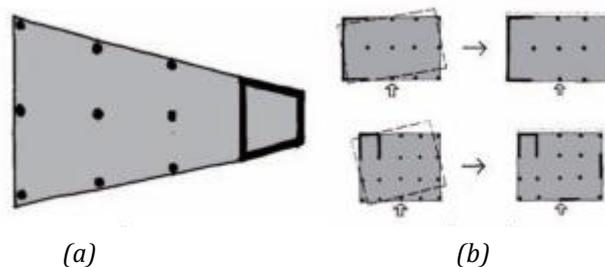


Figure 5. Correction de la torsion induite par l'asymétrie de la forme du plan (a) et par celle des voiles (b).

### 3.1. Emplacement des voiles et effet de la torsion

La distribution des contraintes dans un solide soumis à torsion est telle qu'il faut que les éléments susceptibles de donner la raideur/résistance torsionnelle à la structure soient portés le plus possible vers la périphérie du bâtiment pour atteindre leur effet maximal (figures 6 et 7). Une résistance et une rigidité appropriées à la torsion sont nécessaires

pour limiter les mouvements du bâtiment et les sollicitations des éléments structuraux dus à la torsion. La disposition constructive, classique en zone non sismique, où un seul noyau central (cage d'escalier et ascenseur) constitue le seul contreventement, offre peu de raideur torsionnelle et peut conduire à des sollicitations élevées des portiques périphériques.

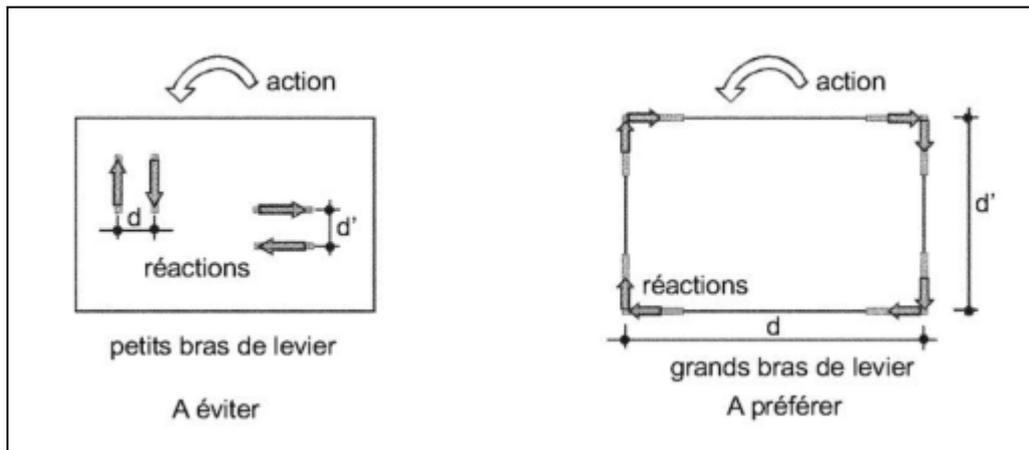


Figure 6. Une grande distance entre les éléments parallèles favorise la résistance de la structure à la torsion grâce à un bras de levier important dans le plan horizontal.

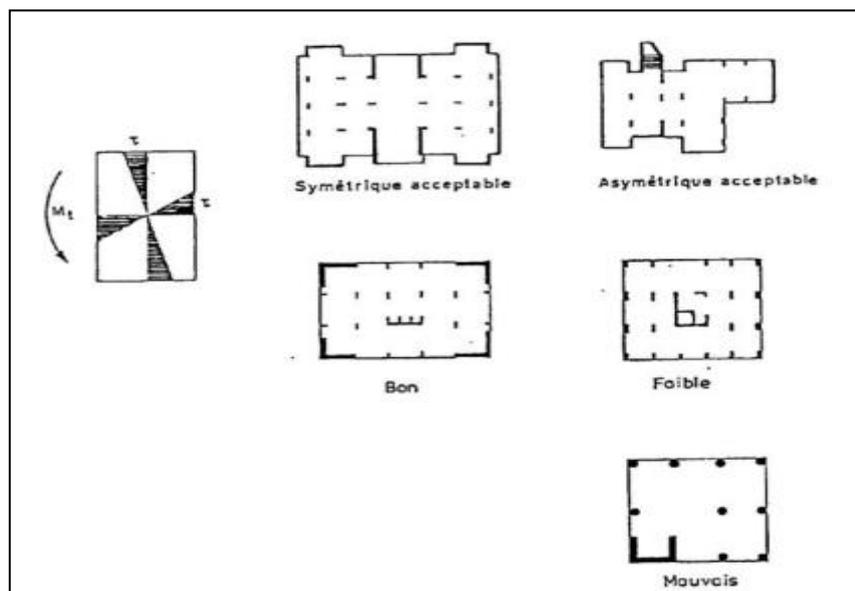


Figure 7. Dispositions des contreventements pour la reprise de la torsion.

### 3.2. Torsion des voiles et Centre de torsion

Le centre de torsion d'un ensemble de voiles assurant le contreventement d'une structure et liés par des planchers rigides, est un point défini par les propriétés suivantes :

- toute force passant par ce point provoque une translation du plancher et donc de l'ensemble des éléments de contreventement parallèlement à la force,
- tout moment autour de ce point provoque une rotation du plancher dans le même sens que le moment.
- Un voile (numéroté  $i$ ) est caractérisé par les propriétés géométriques suivantes :
  - son centre de gravité  $G_i$
  - son centre de torsion  $O_i$
  - ses axes principaux d'inertie par rapport à son centre de gravité  $G_i$  :  $O_i x'_i$  et  $O_i y'_i$
  - ses moments d'inertie principaux :

$$I'_{x_i} = \iint y'^2 \cdot dS \text{ et } I'_{y_i} = \iint x'^2 \cdot dS \text{ par rapport à } G_i$$

- l'orientation  $\theta_i$  avec le repère général :  $\theta_i$  = angle de l'axe principal de l'inertie la plus grande avec l'axe  $O_i y_i$

La figure 8 résume les éléments de définition d'un voile.

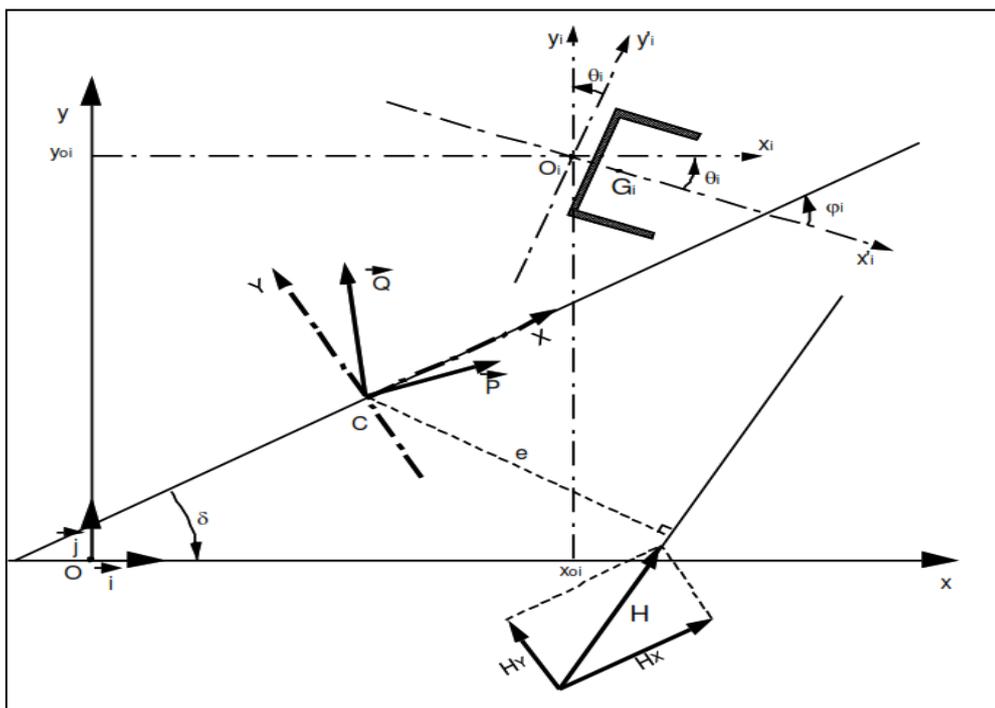


Figure 8. Eléments de définition d'un voile

Les inerties  $I_{x_i}$  et  $I_{y_i}$  sont obtenues à partir des inerties principales  $I'_{x_i}$  et  $I'_{y_i}$

$$I_{xi} = I'_{xi} \cdot \cos^2 \theta_i + I'_{yi} \cdot \sin^2 \theta_i$$

$$I_{yi} = I'_{xi} \cdot \sin^2 \theta_i + I'_{yi} \cdot \cos^2 \theta_i$$

$$I_{xyi} = (I'_{xi} - I'_{yi}) \cos \theta_i \cdot \sin \theta_i$$

Comme toutes les forces de rappel dans les voiles sont proportionnelles aux rigidités, donc aux inerties, avec le même facteur de proportionnalité, nous pouvons remplacer ces forces de rappel par les vecteurs-inerties.

Si  $\bar{i}$  et  $\bar{j}$  représentent les vecteurs unitaires du repère Oxy, on obtient les résultantes  $\bar{P}$  et  $\bar{Q}$  (figure 9) des forces (donc des inerties) :

$$\bar{P} = \sum I_{yi} \bar{j} + \sum I_{xyi} \bar{i} \quad \text{pour une translation imposée parallèle à Ox,}$$

$$\bar{Q} = \sum I_{xyi} \bar{j} + \sum I_{xi} \bar{i} \quad \text{pour une translation imposée parallèle à Oy}$$

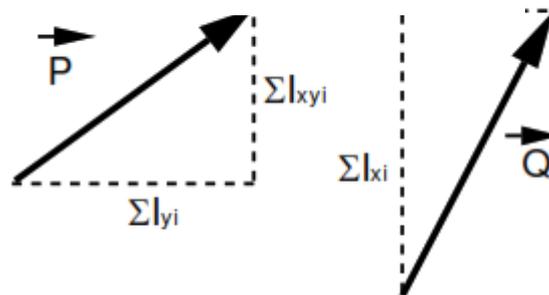


Figure 9. Résultantes P et Q

Le point d'intersection C de ces résultantes définit le centre de torsion, car tout effort extérieur H (décomposable en deux forces suivant Ox et Oy), passant par C, provoque une translation ayant deux composantes parallèles à Ox et à Oy et entraînant des réactions de la structure passant également par ce point, donc sans moment de rotation.

Soient CX et CY les axes principaux de l'ensemble des voiles,  $\delta$  l'angle  $(O_{ixi}, CX) = (O_{ixi}, O_iX_i)$  (figure 10). La somme des inerties composées des voiles est nulle (par définition des axes principaux).

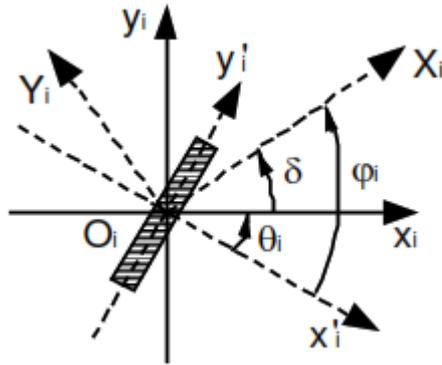


Figure 10. Définition de l'angle  $\delta$

On doit avoir :  $\sum I_{XYi} = 0$

où  $I_{XYi}$  est l'inertie composée du voile par rapport aux axes  $O_iX_iY_i$ , parallèles au nouveau repère :

Repère	Inerties
$O_iX'_iy'_i$	$I'_{xi} = \text{inertie principale} = \iint y'^2 \cdot dS$ par rapport à $G_iX'_i$ $I'_{yi} = \text{inertie principale} = \iint x'^2 \cdot dS$ par rapport à $G_iY'_i$ $I'_{xyi} = 0$
$O_ix_iy_i$ (rotation : $\theta = -\varphi$ )	$I_{xi} = I'_{xi} \cdot \cos^2 \theta_i + I'_{yi} \cdot \sin^2 \theta_i$ $I_{yi} = I'_{xi} \cdot \sin^2 \theta_i + I'_{yi} \cdot \cos^2 \theta_i$ $I_{xyi} = (I'_{xi} - I'_{yi}) \cos \theta_i \cdot \sin \theta_i$
$O_iX_iY_i$ (rotation : $-\delta$ )	$I_{X_i} = I_{x_i} \cdot \cos^2 \delta + I_{y_i} \cdot \sin^2 \delta - 2 \cdot I_{xyi} \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta$ $I_{Y_i} = I_{x_i} \cdot \sin^2 \delta + I_{y_i} \cdot \cos^2 \delta + 2 \cdot I_{xyi} \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta$ $I_{X_iY_i} = (I_{x_i} - I_{y_i}) \sin \delta \cdot \cos \delta + I_{xyi} \cdot (\cos^2 \delta - \sin^2 \delta)$

L'égalité  $\sum I_{XYi} = 0$  entraîne :

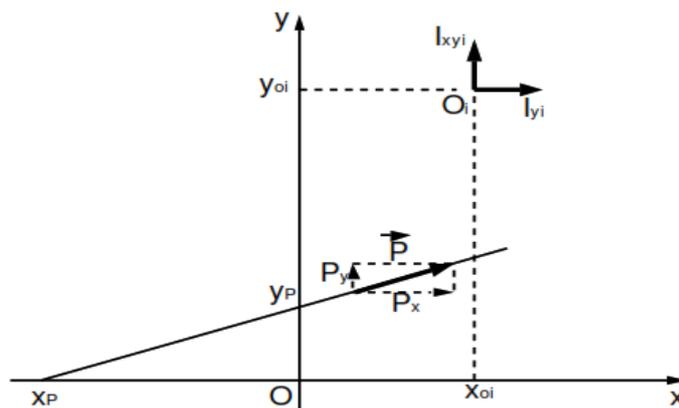
$$\sum (I_{x_i} - I_{y_i}) \frac{\sin 2\delta}{2} = -\sum I_{xyi} \cdot \cos 2\delta$$

$$\text{tg} 2\delta = -2 \cdot \frac{\sum I_{xyi}}{\sum (I_{x_i} - I_{y_i})} = -2 \cdot \frac{\sum (I'_{xi} - I'_{yi}) \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i}{\sum (I'_{xi} - I'_{yi}) (\cos^2 \theta_i - \sin^2 \theta_i)}$$

$$\text{tg} 2\delta = -\frac{\sum (I'_{xi} - I'_{yi}) \sin 2\theta_i}{\sum (I'_{xi} - I'_{yi}) \cos 2\theta_i}$$

La distance de la droite support de P au point O est déterminée en écrivant l'équilibre des moments des forces où  $x_{oi}$  et  $y_{oi}$  sont les coordonnées du centre de rotation  $O_i$  du voile  $i$  :

Vecteur :	P	Q
Composantes suivant :		
Ox	$P_x = \sum I_{yi}$	$Q_x = \sum I_{xyi}$
Oy	$P_y = \sum I_{xyi}$	$Q_y = \sum I_{xi}$
Moment par rapport à O (positif sens trigo)	$M_P = \sum (I_{xyi} \cdot x_{oi} - I_{yi} \cdot y_{oi})$	$M_Q = \sum (I_{xi} \cdot x_{oi} - I_{xyi} \cdot y_{oi})$
Abscisse à l'origine de la droite support	$x_P = \frac{M_P}{P_y}$ $y_P = -\frac{M_P}{P_x}$	$x_Q = \frac{M_Q}{Q_y}$ $y_Q = -\frac{M_Q}{Q_x}$



Résultante P

Les coordonnées du centre de torsion:

$$x_C = \frac{y_P - y_Q}{\frac{y_P}{x_P} - \frac{y_Q}{x_Q}}$$

$$y_C = \frac{x_P - x_Q}{\frac{x_P}{y_P} - \frac{x_Q}{y_Q}}$$

#### 4. Principes de conception parasismique

Il est nécessaire que la préoccupation parasismique soit intégrée dès les premières phases de la conception du projet et qu'elle devienne un réflexe, de façon à en réduire et en contrôler les surcoûts probables. Ce réflexe de "construire parasismique" ne peut résulter que d'une collaboration permanente entre utilisateurs, architectes, ingénieurs et entreprises.

Il convient de rappeler qu'une application stricte des règles générales de la construction lors de la conception du projet, ainsi qu'une bonne exécution des travaux, permettent aux bâtiments de résister de façon satisfaisante aux séismes de faible à moyenne intensité.

Les forces dans le bâtiment sont proportionnelles aux masses des éléments; il convient donc de répartir les masses de manière continue dans le sens vertical, mais aussi horizontal.

Les locaux/pièces comportant de lourdes charges devraient être placés le plus bas possible. Les principes suivants sont généralement adaptés pour un meilleur comportement sismique:

##### 4.1. La forme en plan des bâtiments : favoriser les formes simples

Les bâtiments n'ayant pas des formes simples doivent donner lieu à une réflexion plus approfondie, des calculs particuliers et des dispositions spécifiques. Il apparaît, lors de l'examen du comportement des structures ayant été soumises aux tremblements de terre, que **les formes les plus simples sont les plus fiables**. Dans ce sens, il convient de favoriser les **symétries** et d'éviter les angles rentrants. Lorsque les bâtiments ont des configurations irrégulières (formes en T, L, U, H, X, Y), il se développe des efforts particuliers de torsion qui peuvent même être à l'origine de leur endommagement. Si l'immeuble est constitué de blocs (différents par leur hauteur par exemple cf. figure 11) il convient de les séparer par des joints pour permettre à chacun de vibrer indépendamment.

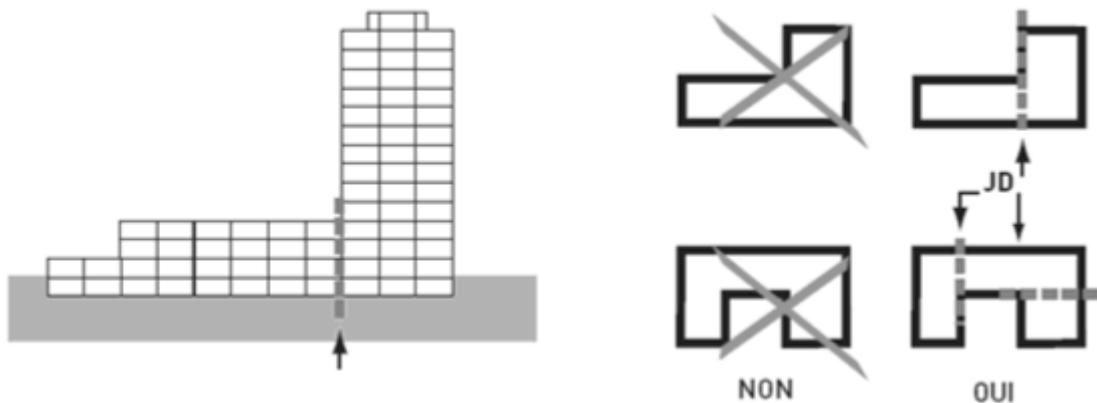


Figure 11. Séparation par joint d'un immeuble en blocs de différentes formes afin de permettre une vibration indépendante durant le séisme et éviter des ruptures à leur liaison

#### 4.2. Forme en élévation du bâtiment : respecter la régularité

En élévation, la régularité des formes, la répartition homogène **des masses et des rigidités** sont des critères importants qui conditionnent la stabilité et la résistance des structures sous séisme.

Les formes irrégulières en élévation donnent lieu à des oscillations différentielles. Les parties de bâtiment de volume et/ou de hauteur distinctes vont osciller différemment et les éléments porteurs peuvent être soumis à des efforts de sens contraire, situation très défavorable pour la solidité de l'ouvrage. Bien que tolérées, les irrégularités (étages en retrait) sont à éviter et surtout les transparences : structure réduite dans un étage pour dégager des espaces (c'est souvent pratiqué pour l'installation de commerce au rez-de-chaussée d'immeubles de ville).

#### 4.3. Eviter les étages supérieurs flexibles

Lorsqu'à un étage supérieur la stabilisation horizontale est affaiblie ou même totalement absente, cela entraîne un étage flexible et par conséquent un mécanisme de colonnes dangereux (mécanisme d'étage, figure 12).

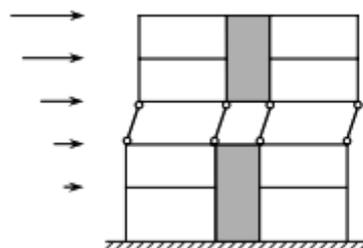


Figure 12. Etage flexible

#### 4.4. Eviter les colonnes courtes

Dans les cadres avec des poutres massives, les colonnes peuvent être sollicitées au plus jusqu'à leur moment plastique  $M_{pl}$ . Dans le cas de colonnes courtes et massives (figure 13), il se produit un énorme gradient de moment et ainsi un grand effort tranchant, qui entraîne, avant même d'atteindre  $M_{pl}$ , une rupture par cisaillement (une alternative pour éviter une telle rupture est de les dimensionner au cisaillement et de les construire selon les règles du dimensionnement en capacité).

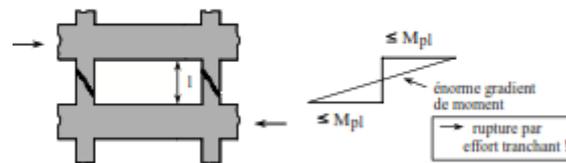


Figure 13. Effet des colonnes courtes

#### 4.5. Concevoir la structure afin qu'elle dissipe l'énergie de vibration

C'est certainement la prescription la plus importante que l'on retrouve dans les codes parasismiques EC8. La conception doit permettre à la structure de dissiper de l'énergie. Principe de base du dimensionnement en capacité, elle permet à une structure une déformation de plus en plus importante sans augmenter les efforts dans les éléments porteurs. Le respect d'une certaine quantité d'acier par surface de béton ou par longueur d'élément fait partie de ces principes.

#### 4.6. S'assurer que les éléments secondaires résistent

Les éléments non porteurs, tels que les remplissages en maçonnerie, les balcons, les parapets, les éléments de façade et les cheminées, doivent également respecter quelques principes élémentaires. Ils doivent être intégrés dans la conception et la dimension de la structure car leur chute peuvent être catastrophique.

#### 4.7. Concevoir en capacité

La structure porteuse d'un bâtiment doit toujours être conçue de façon ductile, c'est-à-dire fortement déformable dans les zones sollicitées plastiquement. Ceci est généralement également valable dans le cas extrême où la résistance ultime est tellement grande, que le séisme de dimensionnement peut être supporté de façon

élastique. En effet, les tremblements de terre peuvent être bien plus grands que le séisme de dimensionnement!

La méthode de dimensionnement en capacité offre un procédé simple et efficace, en contrôlant et en localisant les plus grandes déformations aux endroits qui seront les plus renforcés.

## VI. LES VOILES EN BETON ARME

### 1. Introduction

Les voiles sont des éléments ayant deux dimensions grandes par rapport à la troisième appelée épaisseur. Ils sont généralement verticaux et chargés dans leur plan. Dans leur plan, ils présentent généralement une grande résistance et une grande rigidité vis-à-vis des forces horizontales. Par contre, dans la direction perpendiculaire à leur plan, ils offrent très peu de résistance vis-à-vis des forces horizontales.

Ils sont utilisés en façade, en pignons ou à l'intérieur (murs de refends) des constructions. Le rôle principal des voiles est d'assurer le contreventement mais peuvent parfois être porteurs et supportent les charges provenant des planchers.

Les voiles peuvent s'utiliser (figure 1):

- avec une ossature en portiques : solution mixte,
- en noyau central,
- seuls (bâtiment entièrement en voiles),

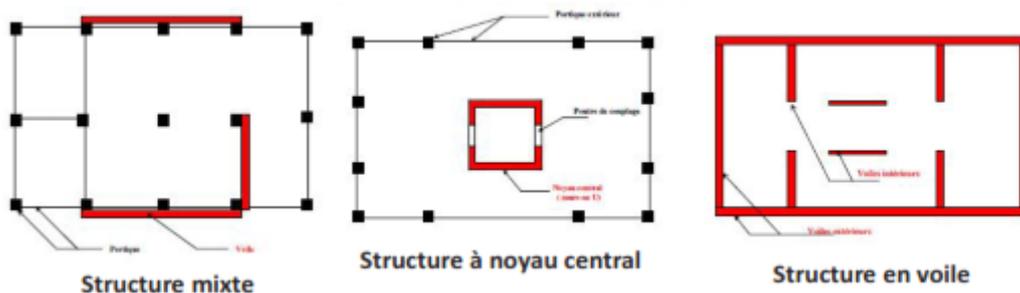


Figure 1. Les différentes utilisations des voiles dans les constructions.

### 2. Dimensionnement

Ne sont considérés comme voiles que les éléments satisfaisant à la condition :

$$l \geq 4 a$$

où :

$l$  - la longueur du voile

$a$  - l'épaisseur du voile

L'épaisseur " $a$ " des voiles est déterminée à partir des conditions du RPA en fonction de la hauteur d'étage (figure 2):

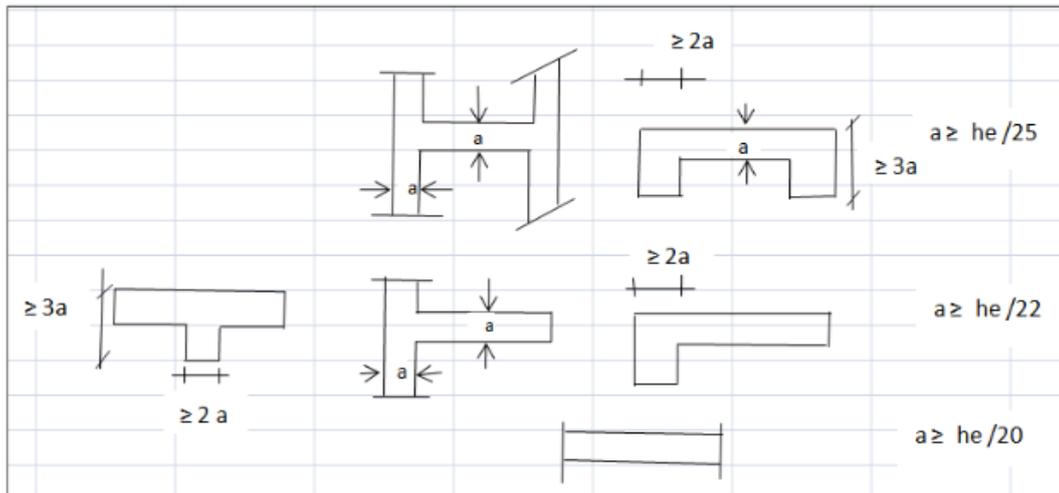


Figure 2. Coupes de voiles en plan : condition sur l'épaisseur

En outre:

$$a \geq 15 \text{ cm}$$

### 3. Caractéristiques des voiles

Les principaux paramètres influents sur le comportement des voiles en béton armé selon Davidovici sont :

- l'élancement qui est le rapport de la hauteur sur la largeur du voile :  $h/L$ ,
- les caractéristiques géométriques des éléments (rectangulaires, en U ou en I),
- la disposition et le pourcentage des armatures,
- l'intensité de l'effort normal,
- le type du chargement,

Le comportement mécanique des voiles en béton armé dépend principalement de l'élancement :

- voiles élancés :  $h/l > 1,5$
- voiles courts :  $h/l \leq 1,5$

#### 3.1. Modes de rupture

##### 3.1.1. Mode de rupture des voiles élancés

La rupture peut être obtenue par flexion, par effort tranchant ou par combinaison des deux. Les principaux modes de rupture sont représentés sur la figure 3.

❖ **Rupture en flexion**

- ✓ Mode **a1**: La rupture en flexion par plastification en traction des armatures verticales (a1) est le mode de rupture «normal» lorsque la flexion est prédominante et que l'effort normal est faible.
- ✓ Mode **a2** : La rupture en flexion par écrasement du béton (a2) apparaît pour des voiles assez fortement sollicités et armés en flexion.
- ✓ Mode **a3**: Le mode de ruine (a3) concerne des voiles faiblement armés en flexion, surtout si les armatures verticales sont essentiellement réparties et non pas concentrées aux bords.

❖ **Rupture en flexion - effort tranchant**

- ✓ Mode **b1**; La rupture en flexion/effort tranchant se fait par plastification des armatures verticales de flexion et des armatures transversales.
- ✓ Mode **b2**: La rupture se fait par écrasement dans le béton de l'âme - apparaissent quand le cisaillement devient prédominant.

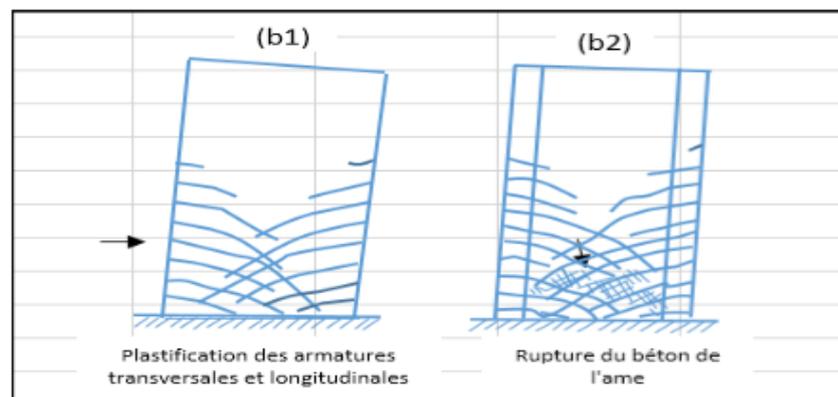
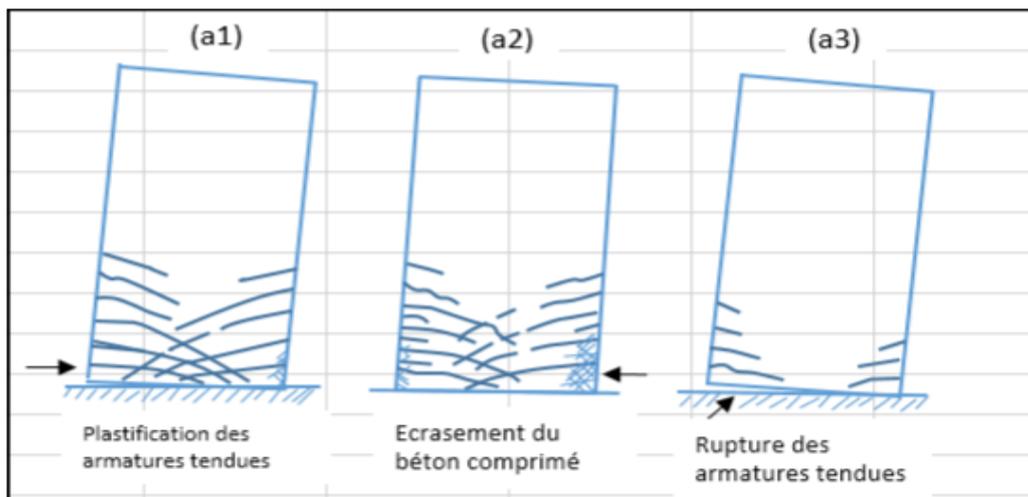


Figure 3. Modes de rupture des voiles élancés

### 3.1.2 Mode de rupture des voiles courts

Dans ce cas, la rupture est pratiquement toujours obtenue par effort tranchant et elle concerne généralement toute la hauteur de l'élément (figure 4). On distingue trois modes :

- ✓ Mode **c1** : La rupture par glissement à l'encastrement - «sliding shear» - (c1) est obtenue par plastification progressive des armatures verticales sous l'action de la flexion et du cisaillement ou par insuffisance d'armatures verticales réparties. Ce mode de cisaillement est caractérisé par une fissure horizontale située à la base de mur dont les lèvres glissent l'une par rapport à l'autre. Il apparaît souvent pour des chargements cycliques.
- ✓ Mode **c2** : La rupture par effort tranchant avec plastification (éventuellement rupture) des armatures le long de fissures diagonales - «tension failure» - (c2) est un cas aussi fréquemment rencontré.
- ✓ Mode **c3** : La rupture par effort tranchant dans le béton de l'âme (c3) est produite par une destruction du béton à la base des bielles qui transmettent les efforts de compression - «compression failure».

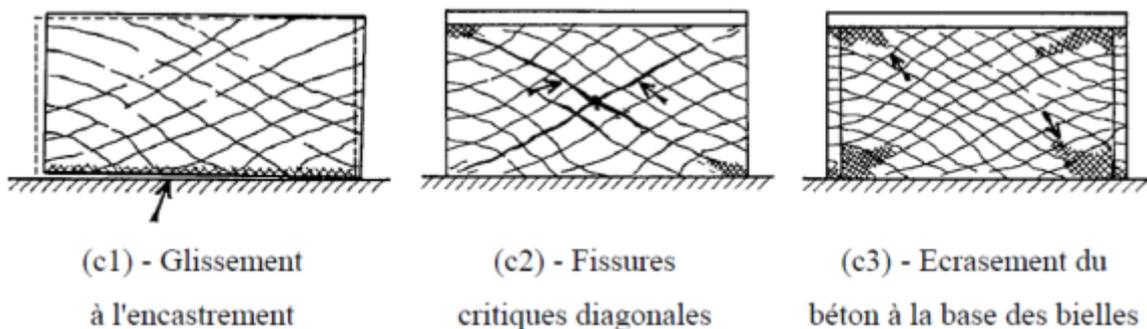


Figure 4. Modes de rupture des voiles courts

### 3.2. Sollicitations dans les voiles

Les sollicitations dans les voiles résultent de :

- l'action des planchers (s'ils sont porteurs): l'effort normal et le moment de flexion (qui est nul s'il n'existe pas d'excentricité entre l'effort normal et le centre de gravité du voile) qui résultent dépendent de la nature du plancher (à corps creux ou à dalle pleine);

- l'action de la charge horizontale sismique qui se distribue sur les voiles en fonction de leurs inerties. L'effort tranchant repris par chaque voile, à chaque étage  $j$ , est proportionnel à son inertie (forte inertie) conformément à l'expression (voir chapitre portiques):

$$V_{voile} = V_j \frac{I_{voile}}{\sum I_{voiles}} + (V_j \cdot e) \frac{I_{voile} \bar{X}_{voile}}{I_{\theta}}$$

Le premier terme est dû à la translation provoquée par  $V_j$  et le second à la rotation (torsion) provoquée par le moment  $V_j \cdot e$  (figure 5).

$V_j$  est l'effort tranchant d'étage ( $V_j$  se distribue sur les voiles qui lui sont parallèles seulement, les voiles dans le sens perpendiculaire ont une inertie faible :  $\frac{la^3}{12}$ );

$I_{voile}$  est l'inertie du voile  $I_{voile} = \frac{al^3}{12}$ ;

$\bar{X}_{voile}$  est la coordonnée du voile par rapport au repère qui passe par le centre de torsion.

$\sum I_{voiles}$  est la somme des inerties des voiles parallèles à  $V_j$  (inertie totale à la translation).

$I_{\theta}$  est l'inertie totale à la rotation :  $I_{\theta} = \sum_m I_i X_i^2 + \sum_n I'_i Y_i^2$

$I_i$  est l'inertie des voiles parallèles à l'axe Y;

$I'_i$  est l'inertie des voiles parallèles à l'axe X;

$V_j \cdot e$  est le moment de torsion  $Ts$  ( $e$  est l'excentricité entre le centre de masse  $M$  et le centre de rigidité  $S$  perpendiculairement au sens de calcul).

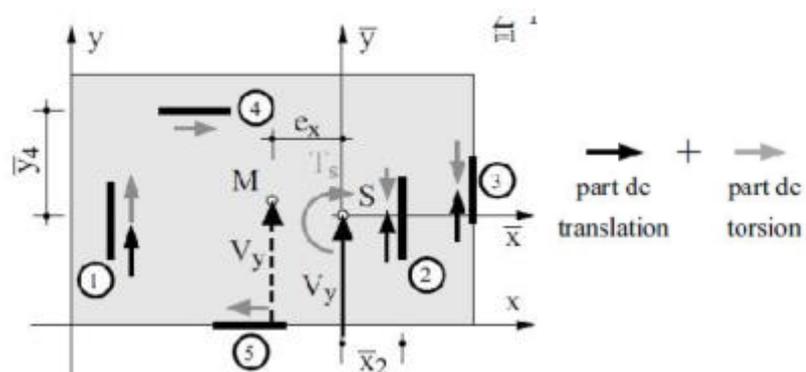


Figure 5. Représentation des efforts de translation et de torsion dans les voiles: cas de  $V_j$  dans le sens Y

### 3.2.1. Cas des voiles pleins

Ces voiles sont calculés comme des consoles verticales sous l'effet de l'effort normal dû aux charges verticales, de l'effort tranchant sismique  $V_j$  et le moment de flexion sismique calculé à partir de  $V_j$  :

$$M_j = \sum_{i=j+1}^n F_i \cdot Z_i \quad \text{et} \quad F_i = V_i - V_{i+1}$$

### 3.2.2. Cas des voiles avec ouvertures

Ces voiles sont constitués de trumeaux et de linteaux (figure 6).

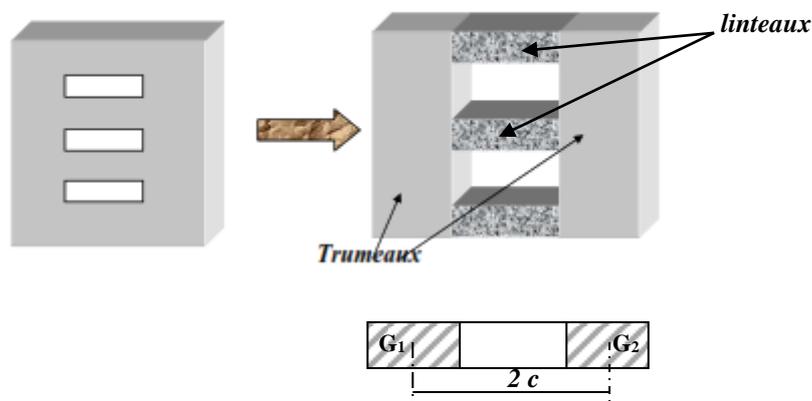


Figure 6. Voile à une file d'ouvertures

➤ Le linteau se comporte comme une poutre bi-encastée. Il est calculé sous l'effet de l'effort tranchant sismique ( $T_j$ ) provoqué par l'effort tranchant  $V_j$  du niveau  $j$  et un moment de flexion  $M_j$

Pour un voile à **une file** d'ouvertures :

$$T_j = v_0 \frac{m h}{I} \chi(\alpha, \xi)$$

$$M_j = T_j * \frac{l}{2} \quad \text{où } l \text{ est la longueur du linteau}$$

➤ Les trumeaux se calculent avec la méthode d'Albiges et Goulet sous l'effet de :

- l'effort normal produit par les efforts tranchants des linteaux :  $N_j =$

$$\frac{v_0 m H}{I} \Omega(\alpha, \xi)$$

- l'effort tranchant sismique :  $v_{trumeau i} = v_{voile} \cdot \frac{I_{trumeau i}}{\sum I_{trumeaux}}$

- moment de flexion sismique donné par l'expression suivante :

$$M_{trumeau i} = \frac{I_{trumeau i}}{\sum I_{trumeaux}} v_0 H \left[ \frac{2-3\xi+\xi^3}{3} - \frac{2 m c}{I} \Omega(\alpha, \xi) \right]$$

où :

$v_0$  : l'effort tranchant repris par le voile **à la base**;

$H$  : la hauteur totale du voile;

$\xi$  : variable adimensionnelle caractérisant la hauteur du niveau  $j$  (par rapport à la base):

$$\xi = \frac{h_j}{H}$$

$\chi$  et  $\Omega$  : coefficients tirés des abaques d'Albige en fonction de  $\alpha$  et  $\xi$

$\alpha$  : degrés de monolithisme du voile  $\alpha = w \cdot H$  avec  $w^2 = \frac{3 i}{(I_1 + I_2)} \frac{l}{m} \frac{c}{b^3 h}$  et  $b = \frac{l}{2}$

$m = \frac{2 c}{\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2}}$   $S_1$  et  $S_2$  sont les sections des trumeaux;  $h$  est la hauteur d'étage.

## 4. Ferrailage des voiles

### 4.1. Voiles pleins et trumeaux

Les voiles sont calculés avec les sollicitations maximales résultant des combinaisons suivantes:

- $1.35 G + 1.5 Q$
- $G + Q \pm E$
- $0.8 G \pm E$

Les trumeaux sont calculés en flexion composée avec effort tranchant.

Flexion composée  $\Rightarrow$  Aciers verticaux

Effort tranchant  $\Rightarrow$  Aciers horizontaux (figure 7)

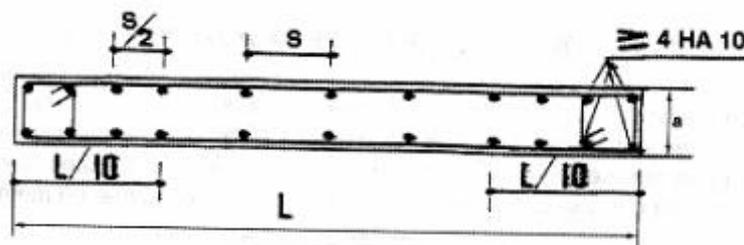


Figure 7. Disposition des aciers dans un voile

#### 4.1.1. Aciers verticaux

Calculés à la flexion composée, leur section **minimale** :

- En zone tendue  $A_{min}^{ZT} = 0.2\% (a \cdot l_t)$
- En zone comprimée (ou zone courante)  $A_{min}^{ZC} = 0.1\% (a \cdot l_c)$

- dans tout le voile  $A_{min}^{voile} = 0.15\% (a . L)$
- Les armatures de traction doivent être concentrées aux deux extrémités du voile ou du trumeau d'une manière symétrique (prendre en considération la réversibilité du séisme).
- Les barres verticales des zones extrêmes devraient être ligaturées avec des cadres horizontaux dont l'espacement ne doit pas être supérieur à l'épaisseur du voile.
- Les barres verticales du dernier niveau doivent être munies de crochets à la partie supérieure. Toutes les autres barres n'ont pas de crochets (jonction par recouvrement).
- A chaque extrémité du voile (trumeau) l'espacement des barres doit être réduit de moitié sur 1/10 de la largeur du voile (figure 2.7). Cet espacement d'extrémité doit être au plus égal à **15 cm**.

#### 4.1.2. Aciers horizontaux

- Les aciers horizontaux sont calculés à l'effort tranchant conformément aux règles BAEL. Selon le RPA, l'effort tranchant calculé doit être majoré de **40 %**.
  - La contrainte de cisaillement dans les voiles est limitée à  **$0.2 f_{c28}$** .
  - La section minimale à prévoir  $A_{t min} = 0.15 \% (a . t)$
- t : espacement des armatures horizontales.

#### 4.1.3. Règles communes aux aciers verticaux et horizontaux

- L'espacement des barres horizontales et verticales doit vérifier la condition :
 
$$t \leq \text{Min} (1.5 a ; 30 \text{ cm})$$
- Dans chaque nappe, les barres horizontales doivent être disposées vers l'extérieur.
- Les deux nappes d'armatures doivent être reliées avec au moins 4 épingle au mètre carré.
- Le diamètre des barres verticales et horizontales des voiles (à l'exception des zones d'about) ne devrait pas dépasser 1/10 de l'épaisseur du voile.
- Les longueurs de recouvrement doivent être égales à :
  - $40\varnothing$  pour les barres situées dans les zones où le renversement du signe des efforts est possible ;

- 20∅ pour les barres situées dans les zones comprimées sous l'action de toutes les combinaisons possibles de charges.

## 4.2. Linteaux

Le linteau est calculé avec un effort tranchant majoré de **40 %**. Leur ferrailage dépend de l'importance de cet effort.

### 4.2.1. Linteaux sans armatures diagonales

Dans ce cas  $\tau \leq 0,06 f_{c28}$ . Les linteaux sont calculés comme des poutres en flexion simple. Ils doivent être munis des armatures:

- longitudinales de flexion
- transversales d'effort tranchant
- de peau (comme les poutres de grandes hauteur)

#### a. Aciers longitudinaux :

Les aciers longitudinaux inférieurs et supérieurs  $A_l$  sont calculés par la formule :

$$A_l \geq \frac{M}{z \cdot f_e}$$

avec  $z = h - 2d'$  où  $h$  est la hauteur totale du linteau  
 $d'$  est la distance d'enrobage

M: moment dû à l'effort tranchant majoré ( $M = \bar{V} \cdot \frac{l}{2}$  et  $\bar{V} = 1.4 V_{calcul}$ )

#### b. Aciers transversaux :

✓ *Linteaux longs* ( $\lambda_g = \frac{l}{h} > 1$ )

$$s \leq \frac{A_t \cdot f_e \cdot z}{V}$$

où  $s$  : espacement des cours d'armatures transversales.

$A_t$  = section d'un cours d'armatures transversales

$z = h - 2d'$

—  
 $V$  : effort tranchant majoré dans la section considérée

$l$  : portée du linteau

✓ *Linteaux courts* ( $\lambda_g \leq 1$ )

$$S \leq \frac{A_t f_e l}{V + A_t f_e}$$

$$V = \min (V_1, V_2)$$

$$V_2 = 2 V_{\text{Calcul}}$$

$$V_1 = \frac{M_{ci} + M_{cj}}{l}$$

avec  $M_{ci}$  et  $M_{cj}$  moments « résistants ultimes » des sections d'about à gauche et à droite du linteau de portée  $l$  (figure 8) et calculés par :  $M_c = A_l f_e z$

### c. Armatures de peau

Les armatures longitudinales intermédiaires ou de peau  $A_c$  (2 nappes) doivent être au total d'un minimum égal :  $A_c = 0.20 \% (b \cdot h)$ .

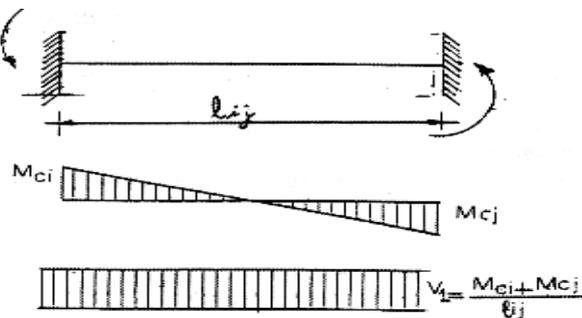


Figure 8 : Moments résistants ultimes aux extrémités du linteau

### 4.2.2. Linteaux avec armatures diagonales

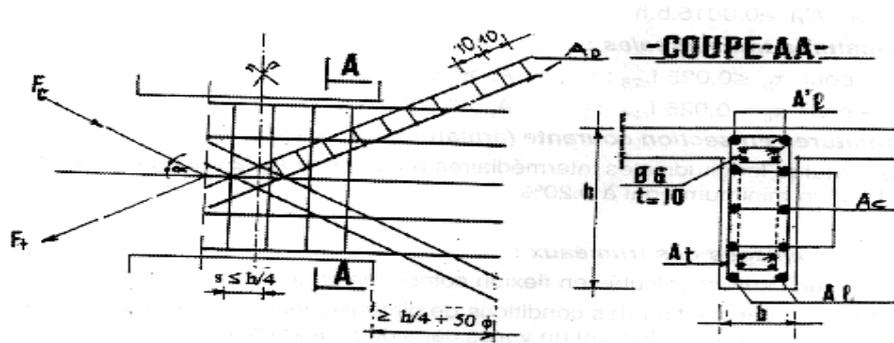
Dans ce cas  $\tau_b > 0,06 f_{c28}$ . Il y a lieu de disposer les ferrillages longitudinaux (supérieurs et inférieurs), transversaux et de peau suivant les minimum réglementaires donnés dans le figure 9 du RPA.

Les efforts (M,V) sont repris suivant des bielles diagonales (de compression et de traction) ce qui nécessite la disposition d'armatures  $A_D$  suivant l'axe moyen des diagonales (figure 9).

Le calcul de ces armatures se fait suivant la formule :

$$A_D = \frac{V}{2 f_e \sin \alpha} \quad \text{avec} \quad \text{tg} \alpha = \frac{h - 2d'}{l} \quad (\text{figure 10})$$

et  $V = V_{\text{calcul}}$  (sans majoration)



$$A_l, A'_l \geq 0.0015 bh$$

$$A_c \geq 0.0020 bh$$

$$A_D \geq 0.0015 bh \quad \text{si } \tau_b > 0.06 f_{c28}$$

$$A_D = 0 \quad \text{si } \tau_b \leq 0.06 f_{c28}$$

$$A_t \geq 0.0015 bs \quad \text{si } \tau_b \leq 0.025 f_{c28}$$

$$A_t \geq 0.0025 bs \quad \text{si } \tau_b > 0.025 f_{c28}$$

Figure 9. Armatures diagonales dans le linteau et armatures minimales exigées

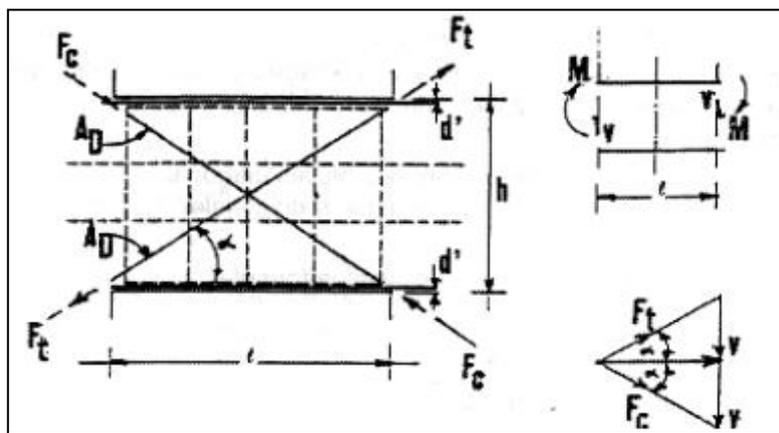


Figure 10. Efforts dans les bielles du linteau et l'angle  $\alpha$

## VII. FONDATIONS SUPERFICIELLES

### 1. Introduction

Il s'agit des ouvrages de transition entre les éléments porteurs de la structure et le sol. C'est la partie de l'ouvrage en contact avec le sol auquel il va transmettre toutes les charges permanentes et Variables supportées par cet ouvrage. La fondation est donc une partie importante de l'ouvrage car de sa bonne réalisation résulte de la tenue de l'ensemble.

Les fonctions des fondations sont essentiellement:

- reprendre les charges et surcharges supportées par la structure;
- transmettre ces charges et surcharges au sol dans de bonnes conditions, de façon à assurer la stabilité de l'ouvrage.

Il faut noter qu'au sens du DTU 13.12, une semelle est considérée comme fondation superficielle lorsque, si l'on désigne par  $D$  la profondeur d'assise (ou fiche) comptée depuis le niveau du sol fini au voisinage de la fondation, on a:

- soit  $D \leq 3 \text{ m}$ ,
- soit, si  $D > 3 \text{ m}$  :  $b' \geq D/6$  où  $b'$  représente la largeur de la fondation (figure 1).

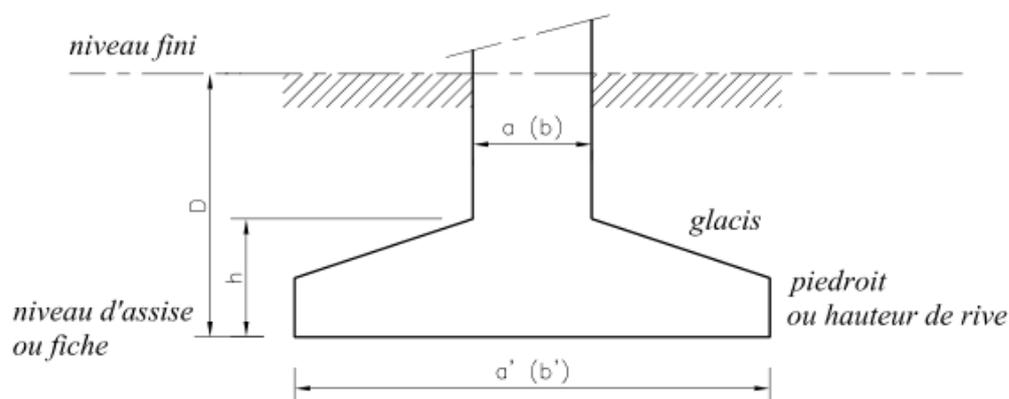


Figure 1. Profondeur et largeur d'une fondation.

### 2. Semelles soumises à l'effet d'une charge centrée seulement

La méthode des bielles, due à Pierre Lebel, constitue la méthode la plus simple et la plus rapide. Elle permet de calculer les semelles de fondation recevant une charge centrée, avec une réaction uniforme du sol.

D'un emploi facile, elle consiste à supposer que les charges appliquées sur la semelle par le poteau ou le voile qu'elle supporte sont transmises au sol par des bielles de béton

comprimées. Ces bielles qui travaillent en compression, sont inclinées (figure 2). Les efforts horizontaux de traction résultant de la décomposition des forces transmises par ces bielles sont équilibrées par des armatures placées à la partie inférieure des semelles. Dans le cas où les semelles sont soumises simultanément à une charge verticale et à un moment de flexion M, il convient d'utiliser la méthode générale décrite au paragraphe 3.

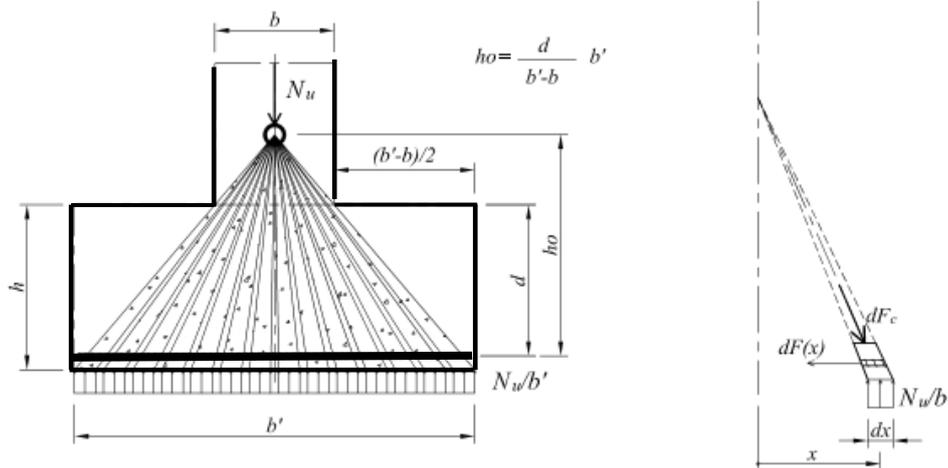


Figure 2. Transmission de l'effort normal selon des bielles de béton comprimées.  
Equilibre d'un tronçon élémentaire d'armature.

## 2.1. Semelle continue sous mur

### 2.1.1. Dimensionnement

La **largeur** de la semelle **b'** est obtenue par la condition de portance du sol:

$$b' \geq \frac{N_u}{\sigma_{sol}}$$

où:

**N<sub>u</sub>** est l'effort transmis à la semelle (à la base du mur)[MN/ml] ;

**σ<sub>sol</sub>** est la contrainte admissible du sol

**Remarque:** Il y'a lieu de vérifier la largeur **b' choisie** sous l'effet de la charge totale sur le sol (**N<sub>u</sub>** et le poids propre de la semelle).

La **hauteur** de la semelle est conditionnée par la condition des semelles rigides qui nous impose :

$$\frac{b' - b}{4} \leq d \leq b' - b$$

où  $b'$  est la largeur de la semelle,  $b$  celle de l'élément supporté et  $d$  la hauteur utile des armatures

parallèles à la direction  $b'$ .

$$h = d + 0.05m$$

Il faut respecter la disposition constructive : la hauteur du pied droit de la semelle,  $e \geq 6\phi + 6$  et  $\phi$  en cm

### 2.1.2. Ferrailage

#### ❖ Aciers principaux

Ce sont évidemment les aciers parallèles à la direction  $b'$ .

En adoptant les notations de la Figure 2, l'équilibre d'un tronçon élémentaire  $dx$  d'armature et de bielle conduit à l'égalité suivante :

$$dF(x) = \frac{x}{h_0} \frac{N_u}{b'} dx = \frac{x(b' - b)}{db'^2} N_u dx$$

D'où la valeur de l'effort de traction dans les armatures à l'abscisse  $x$  :

$$F(x) = \int_x^{b'/2} dF(x) = - \int_{-b'/2}^x dF(x) = \frac{(b' - b)}{2db'^2} \left( \frac{b'^2}{4} - x^2 \right) N_u$$

L'effort dans les aciers varie de façon parabolique et sa valeur est maximal au milieu de la fondation ( $x = 0$ ). L'effort de traction dans les aciers à l'ELU est limité à  $A_s f_{su}$ , par conséquent, la section maximale (en  $x = 0$ ) d'acier à l'ELU à mettre en place (par ml) est donnée par :

$$A_s = \frac{N_u(b' - b)}{8df_{su}}$$

Lorsque la fissuration est préjudiciable, et à défaut de calculer à l'ELS, la section d'acier calculée peut être majorée forfaitairement de **10 %**. Lorsque la fissuration est très préjudiciable, la section d'acier doit être majorée de **50 %**.

#### Arrêt et longueurs des barres

La variation de l'effort de traction dans les aciers étant parabolique, l'arrêt et l'ancrage des armatures dépend du rapport  $l_s / b'$  ( $l_s$  est la longueur de scellement droit). On distingue alors 3 cas :

- $l_s \geq b'/4$  : il faut prévoir des crochets d'ancrage,
- $b'/8 \leq l_s \leq b'/4$  : un ancrage droit des barres est suffisant,
- $l_s \leq b'/8$  : les barres peuvent être arrêtées comme indiqué sur la Figure 3.

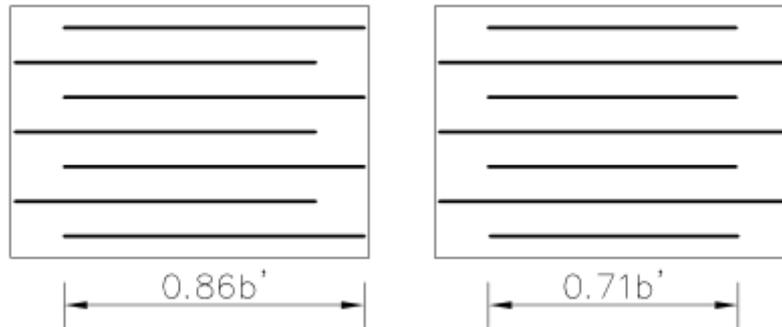


Figure 3. Arrêt forfaitaire des barres lorsque  $l_s \leq b'/8$ .

### ❖ Aciers de répartition

Ce sont les aciers à mettre parallèlement à la longueur du mur. Leur section  $A_r$  (par ml de mur):

$$A_r = \text{Max} \left( \frac{800 A_s}{f_e} ; \frac{A_s}{5} \right)$$

## 2.2. Semelle isolée sous poteau

### 2.2.1. Dimensionnement

Soit une semelle rectangulaire de dimensions  $a'$  et  $b'$  située sous un poteau rectangulaire  $a \times b$ , et soumis à une charge centrée  $N_u$ .

- ❖ Les dimensions  $a'$  et  $b'$  en plan de la semelle doivent être telles que :

$$\frac{N}{a' \cdot b'} \leq \sigma_{sol}$$

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} \text{ Semelle et poteau homothétiques.}$$

**$a'$  et  $b'$  doivent être vérifiées ensuite en incluant le poids propre de la semelle.**

- ❖ La hauteur de la semelle est déterminée à partir de la condition de rigidité de la semelle:

$$h \geq \max \left( \frac{a' - a}{4} ; \frac{b' - b}{4} \right) + 0.05m$$

## 2.2.2. Ferrailage

### ELU

La section des aciers, dans chaque direction (parallèlement au côté  $a'$  et au côté  $b'$  respectivement) est calculée par la méthode des bielles de la même manière que la semelle continue sous mur. Les expressions suivantes ont été obtenues:

$$A_a = \frac{N_u (a' - a)}{8 d_a f_{su}}$$

$$A_b = \frac{N_u (b' - b)}{8 d_b f_{su}}$$

$d_a$  est le  $d$  parallèle au côté  $a'$  et  $d_b$  est le  $d$  parallèle au côté  $b'$ .

Les aciers parallèles au grand côté constituent toujours le **lit inférieur**.

### ELS

A défaut de calculs plus précis, il y'a lieu de majorer la section d'acier calculée à l'ELU :

- de **10 %** lorsque la fissuration est préjudiciable,
- de **50 %** lorsque la fissuration est très préjudiciable

## 2.3. Semelle continue sous poteaux

La semelle supporte une file de poteaux. On l'adopte si lors du dimensionnement des semelles isolées celles-ci se chevauchent (dimensions des semelles très proches ou plus grandes que les dimensions des trames du bâtiment).

### 2.3.1. Dimensionnement

$$\frac{N}{b' \cdot L} \leq \sigma_{sol}$$

où  $b'$  est la largeur de la semelle (inconnue) et  $L$  sa longueur (Longueur de la file du portique considéré)

$N$  L'effort normal total transmis par les poteaux du portique considéré (la somme des  $N_i$  des différents poteaux).

La hauteur  $h$  doit vérifier :  $h \geq \frac{b'-b}{4} + 0.05m$

### 2.3.2. Ferrailage

Le calcul consiste à calculer le ferrailage de la semelle (partie inférieure) et la poutre de rigidité sous la file des poteaux (généralement noyée dans la semelle). Cette dernière a pour rôle de répartir les charges ponctuelles ramenées par les poteaux sur la semelle.

### ❖ Semelle

Parallèlement à b' : 
$$A_{b'} = \frac{N_u (b' - b)}{8 d f_{su}}$$

Parallèlement à L : 
$$A_L = \frac{A_{b'}}{3}$$

### ❖ Poutre de rigidité

- **Dimensionnement**: La poutre de rigidité doit avoir une hauteur  $l/9 \leq h \leq l/6$

$l$  est la plus grande distance entre deux poteaux dans la file considérée.

- **Ferraillage** : Le ferraillage se calcule comme pour une poutre continue renversée soumise à la réaction du sol  $q$  et appuyée sur les poteaux où  $q = \frac{\sum N_i}{L}$ .

## 2.4. Radier général

Un radier est une dalle plane, éventuellement nervurée, constituant l'ensemble des fondations d'un bâtiment. Il s'étend sur toute la surface de l'ouvrage.

Ce mode de fondation est utilisé dans deux cas :

- lorsque la capacité portante du sol est faible : le radier est alors conçu pour répartir les charges.
- lorsque le sous-sol d'un bâtiment est inondable : le radier joue alors le rôle d'un cuvelage étanche pouvant résister aux sous-pressions.

Le radier, par simplification, est toujours considéré comme infiniment raide par rapport à sa superstructure. En d'autres termes, les poteaux et les voiles s'appuyant sur le radier sont considérés comme articulés à leur base. En revanche, le radier est plus ou moins déformable par rapport au sol de fondation.

### 2.4.1. Dimensionnement

Pour un radier rigide, il faut vérifier:

#### ✓ **Condition de coffrage:**

- Pour les nervures, de hauteur  $h$  et de portée  $l_{max}$  entre axes des poteaux :

$$h \geq \frac{l_{max}}{10}$$

- Pour la dalle, d'épaisseur  $h_0$  et de portée  $l'_{max}$  entre axes des nervures :

$$h_0 \geq \frac{l'_{max}}{20}$$

✓ **Condition de résistance à l'effort tranchant**

De plus l'épaisseur de la dalle doit être telle que la vérification à l'effort tranchant soit assurée sans qu'on ait besoin d'armatures d'effort tranchant :

$$\tau_u = \frac{V_u}{b d} \leq \frac{0.07 f_{c28}}{\gamma_b}$$

$$V_u \cong \frac{N}{s} \cdot \frac{l_{max}}{2} \quad N \text{ est l'effort total ramené par la superstructure}$$

### 2.4.2. Ferrailage

Le radier est calculé comme un plancher renversé soumis à la réaction du sol et appuyé sur les nervures.

## 3. Semelles soumises à l'effet d'un effort normal et d'un moment

### 3.1. Semelle continue sous mur

#### 3.1.1. Dimensionnement

La hauteur  $h$  ne change pas par rapport au cas du chargement centré sans moment.

La largeur  $b'$  est déterminée à partir de la condition:  $b' \geq 2e + \frac{N_u}{\sigma_{sol}}$

Elle doit toujours être vérifiée sous l'effet de son poids propre  $g_0$  (en plus de  $N_u$ ).

$e$  est l'excentricité totale ( $M_u/N_u$  et l'excentricité accidentelle).

#### 3.1.2. Ferrailage

❖ **Armatures parallèles au sens  $b'$**

Elles sont calculées pour équilibrer un moment  $M_{S1}$  dans la section S1 située à **0,35 b** de l'axe du poteau, en ne considérant que les réactions du sol au-delà de cette section (figure 4).

Deux cas sont à considérer :

- si  $2e < \frac{b'}{2} + 0.35b$

$$M_{s1} = \frac{N_u}{2(b' - 2e)} \left( \frac{b'}{2} - 0.35b \right)^2$$

- si  $2e \geq \frac{b'}{2} + 0.35b$

$$M_{s1} = N_u(e - 0.35b)$$

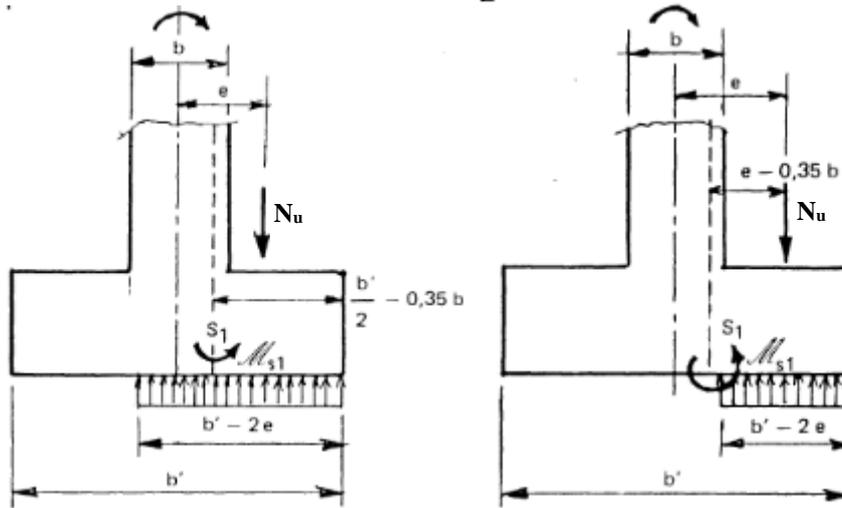


Figure 4. Arrêt forfaitaire des barres lorsque  $l_s \leq b' / 8$ .

**Remarque:**  $M_{s1}$  en MN.m/ml et  $N_u$  en MN/ml

La section d'acier déterminée à l'état-limite ultime à partir de  $M_{s1}$  doit être majorée :

- de **10%** lorsque la fissuration de la semelle est considérée comme préjudiciable ;
- de **50 %** lorsque cette fissuration est considérée comme très préjudiciable.

❖ **Armatures parallèles au sens du mur**

Les armatures parallèles au mur (répartition) sont déterminées de la même manière que dans le cas d'une semelle sous N seulement.

### 3.2. Semelle isolée sous poteau

#### 3.2.1. Dimensionnement

On suppose que  $b'$  est la dimension de la semelle dans le plan de flexion du poteau. La surface  $a'.b'$  doit vérifier la condition:

$$a' (b' - 2e) \geq \frac{N_u}{\sigma_{sol}}$$

Toujours vérifier les dimensions choisies en incluant le poids propre.

La hauteur  $h$  de la semelle est déterminée de la même manière que dans le cas de la semelle sous N.

### 3.2.2. Ferrailage

#### ❖ Armatures parallèles au sens $b'$ ( $A_{b'}$ )

De même que la semelle filante, on évalue le moment  $M_{S1}$  :

$$- \text{ si } 2e < \frac{b'}{2} + 0.35b$$

$$M_{S1} = \frac{N_u}{2(b' - 2e)} \left( \frac{b'}{2} - 0.35b \right)^2$$

$$- \text{ si } 2e \geq \frac{b'}{2} + 0.35b$$

$$M_{S1} = N_u (e - 0.35b)$$

**Remarque:** Dans ce cas,  $M_{S1}$  en MN.m et  $N_u$  en MN.

La section d'acier est calculée à la flexion simple à l'ELU avec  $M_{S1}$ . Il y'a lieu de majorer cette section calculée :

- de **10 %** lorsque la fissuration est préjudiciable,
- de **50 %** lorsque la fissuration est très préjudiciable

#### Armatures parallèles au sens $a'$ ( $A_{a'}$ )

Dans ce sens, il n'y a pas de moment. Les armatures sont donc déterminées soit :

- par la méthode des bielles pour une semelle  $(b' - 2e)$   $a$  puisque la charge  $N_u$  est centrée dans le plan moyen,
- soit par la méthode des moments avec  $M_{S1} = \frac{N_u}{2a'} \left( \frac{a'}{2} - 0.35a \right)^2$

La section  $A_{a'}$  trouvée doit être telle que  $A_{a'} \geq 0.2 A_{b'}$

### 3.2.3. Vérification à l'effort tranchant

Les vérifications à l'effort tranchant s'effectuent dans la section **S2**, située à la distance  $d/2$  du nu du poteau, en lui attribuant une largeur égale à  $a + d$  (figure 5).

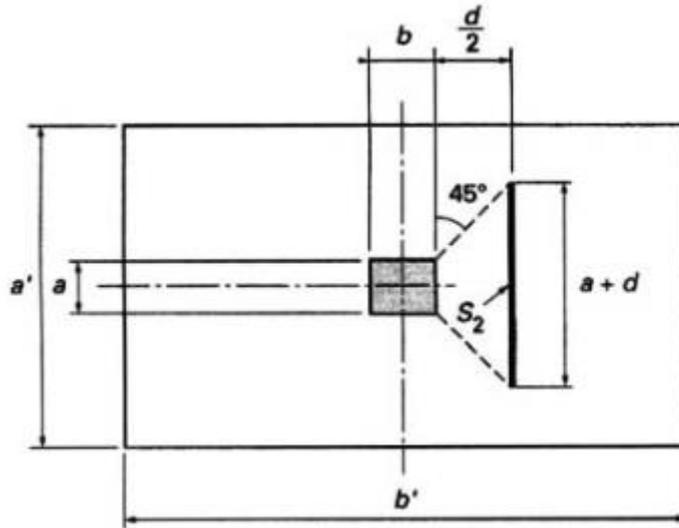


Figure 5. Définition de la section de référence  $S_2$

Dans cette section:

$$V_{u2} = \begin{cases} \frac{N_u (b' - b - d)}{2(b' - 2e)} & \text{si } 2e < \frac{b' + b + d}{2} \\ N_u & \text{si } 2e \geq \frac{b' + b + d}{2} \end{cases}$$

Aucune armature d'effort tranchant n'est nécessaire si :

$$\tau = \frac{V_{u2}}{(a + d)d} \leq 0.2 \frac{f_{c28}}{2 \gamma_b}$$

### 3.3. Cas des semelles excentrées

Il convient d'éviter dans la mesure du possible les fondations excentrées; sinon il faut tenir compte des effets de l'excentrement (couple de forces horizontales au niveau de la fondation et à celui du premier plancher, et sollicitation de flexion dans le point d'appui. Une solution pour s'en affranchir consiste à disposer une ou des poutres de redressement susceptibles de recentrer la charge et la réaction du sol, donc de grande raideur .

Les semelles excentrées par rapport à la charge qui leur est transmise proviennent de la nécessité de ne pas construire à l'extérieur du périmètre de la propriété. Pour permettre à la semelle d'être efficace sur toute sa surface, on met en place une poutre de redressement (ou longrine). On admet qu'une partie de la charge  $N_{u1}$  est utilisée pour

amener une répartition uniforme des contraintes du sol sous la semelle excentrée, de sorte que l'on a (figure 6) :

$$N'_{u0} = N_{u0} \frac{2l}{2l - (b' - b)} \quad \text{et} \quad N'_{u1} = N_{u1} - N_{u0} \frac{(b' - b)}{2l - (b' - b)}$$

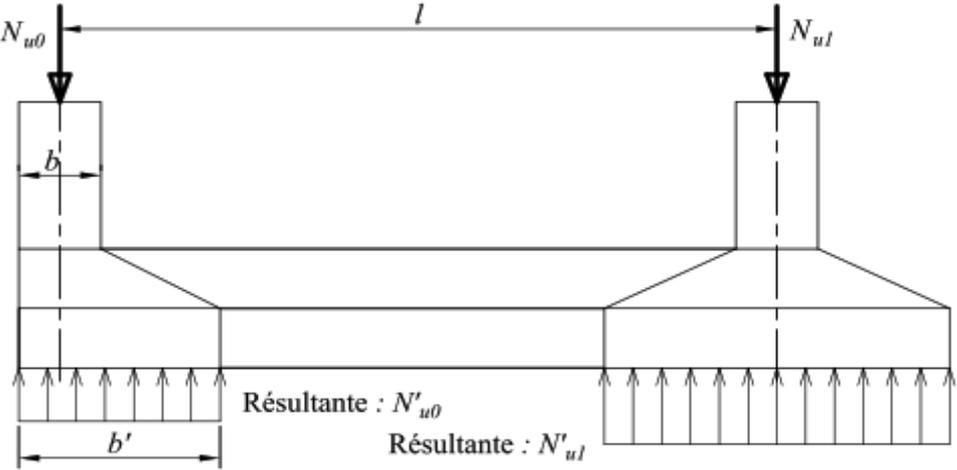


Figure 6. Fonctionnement d'une semelle excentrée avec poutre de redressement

Pour remplir son rôle, la longrine doit être rigide et on adopte  $h \geq l/10$

Le calcul des aciers de la semelle 1 se fait sous la charge réduite  $N'_{u1}$  de façon classique.

Le calcul des aciers de la semelle excentrée dans le sens transversal se fait par la méthode des bielles. Dans le sens longitudinal, il faut faire le calcul de la poutre de redressement sous le chargement donné sur la Figure 7.

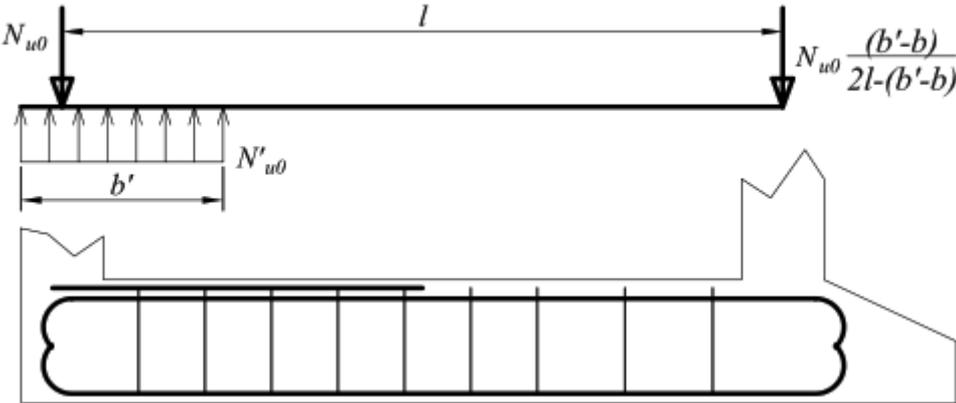


Figure 7. Chargement à prendre en compte pour le calcul d'une poutre de redressement (longrine) et allure du ferrailage à mettre en place.

## VIII. FONDATIONS PROFONDES

### 1. Introduction

Le présent chapitre traite le cas des semelles sur pieux. Ces semelles sont es éléments de transition qui permettent de transmettre les charges des éléments porteurs de la structure aux pieux (et non au sol comme c'est le cas des fondations superficielles).

### 2. Semelles sur un pieu

Les semelles sur un pieu sont calculées comme des semelles isolées avec la méthode des bielles.

#### 2.1. Dimensionnement

Les semelles doivent déborder de (figure 1) :

- 10 cm (au minimum) du nu des poteaux;
- 15 cm (au minimum) du nu des pieux.

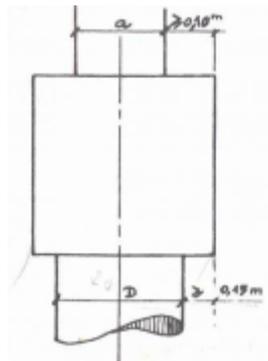


Figure 1. Semelle sur un pieu (débords minimum)

La hauteur  $h$  est déterminée par la condition:

$$h \geq \text{Max} \left( \frac{C - a}{4} ; \frac{C - b}{4} \right) + 0.05m$$

Où :

$a, b$  sont les dimensions du poteau (figure 2) et  $C$  est le côté équivalent du pieu circulaire

(de diamètre  $D$ ) s'il était carré :  $C = \sqrt{\frac{\pi D^2}{4}}$

#### 2.2. Ferrailage

Par application de la méthode des bielles, la section d'acier  $A$  (figure 2) est donnée par l'expression:

**Parallèlement au côté  $a$  :**  $A = \frac{N(C-a)}{8 d f_{st}}$

**Parallèlement au côté  $b$  :**  $A = \frac{N(C-b)}{8 d f_{st}}$

Si  $C-a$  (ou  $C-b$ )  $< 0$  , alors mettre les aciers dans ce sens en partie supérieure.

Selon H. Thonier "On pourra disposer d'un pourcentage minimum d'acier pour les :

- aciers horizontaux inférieurs et supérieurs de 4 cm<sup>2</sup> par m de largeur;
- aciers verticaux de 2h cm<sup>2</sup>/m et par face;
- aciers horizontaux intermédiaires de 3cm<sup>2</sup>/m de face verticale".

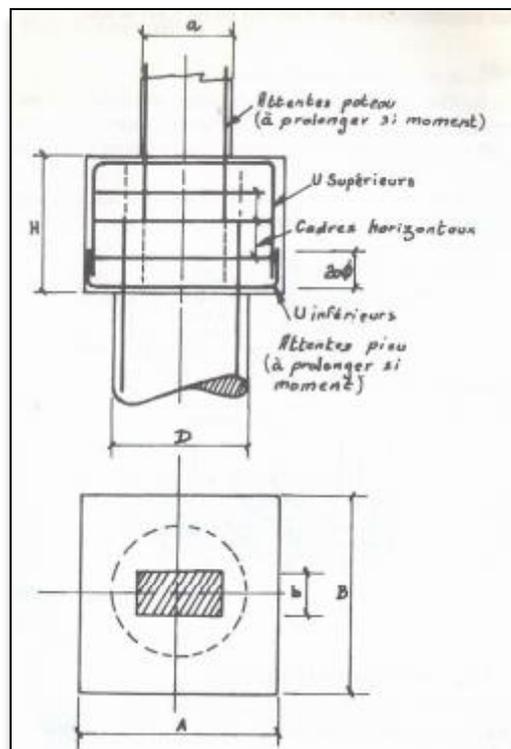


Figure 2. Semelle sur un pieu, dimensions et ferrailage

### 3. Semelles sur $n$ pieux, sous poteaux transmettant des charges centrées

Dans ce cas, la méthode à utiliser est la méthode des bielles. Il y a une bielle par pieu dont l'axe est défini par deux points :

- intersection du plan moyen des armatures avec l'axe du pieu ;
- point situé dans le plan du collet et dans le plan radial passant par l'axe du pieu à une distance comprise entre  $0,25 a$  et  $0,35 a$  de l'axe du poteau.

L'axe de chaque bielle fait un angle  $\theta$  avec l'horizontale. La hauteur utile minimale  $d_{\min}$  est déterminée par la condition :

$$\theta \geq 45^\circ \text{ ou } \tan \theta \geq 1$$

Les essais ayant montré que si  $\theta > 55^\circ$ , il y a risque de glissement des bielles le long du poteau. On borne, pour le calcul des armatures  $d$  à la valeur  $d_{\max}$  définie par  $\theta = 55^\circ$  (donc entre 45 et 55°).

### 3.1. Semelle sur deux pieux (figure 3)

#### 3.1.1. Dimensionnement

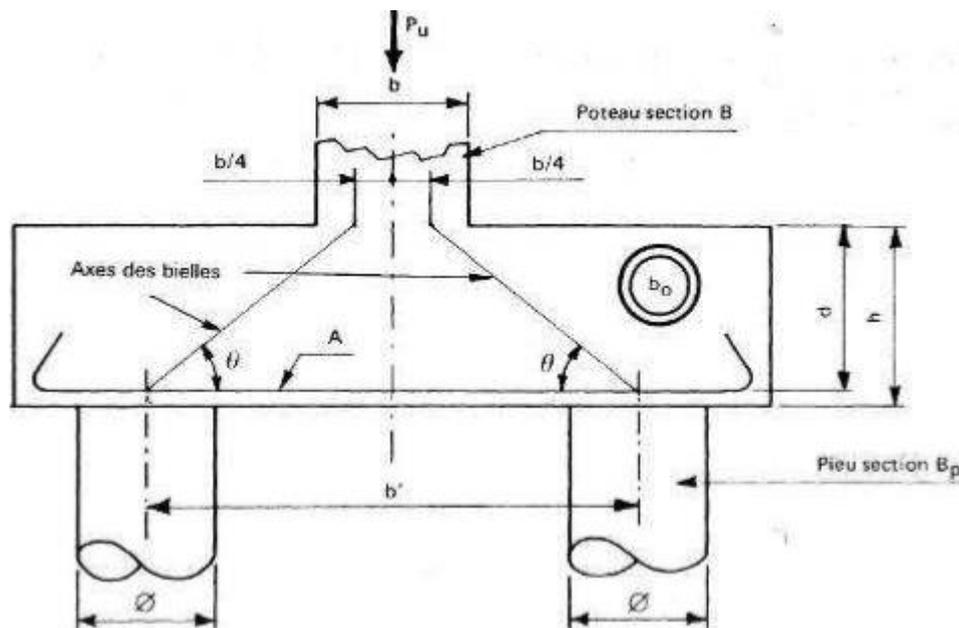


Figure 3. Semelle sur deux pieux

- La distance  $b'$  entre axes des pieux :  $b' \geq 2,5 \phi$  à  $3 \phi$  ( $\phi$  diamètre d'un pieu)
- La hauteur de la semelle :  $0,5 \left( b' - \frac{b}{2} \right) \leq d \leq 0,7 \left( b' - \frac{b}{2} \right)$
- La largeur de la semelle :  $b_0 \geq \frac{N_u}{3d f_{t28}}$

#### 3.1.2. Vérification de la compression des bielles

a) Vérification au niveau de la tête des pieux (section Bp):

$$\frac{1}{2B_p} \left( \frac{1,35G_0 + N_u}{\sin^2 \theta} \right) \leq 0,9 f_{c28}$$

b) Vérification au niveau de la base du poteau (section B):

$$\frac{N_u}{B \sin^2 \theta} \leq 0.9 f_{c28}$$

$$\text{avec } \operatorname{tg} \theta = \frac{2d}{b' - \frac{b}{2}}$$

### 3.1.3 Ferrailage

❖ **Armatures inférieures :**  $A_u = 1.1 \frac{N_u}{4d} \frac{b' - (b/2)}{f_{st}}$

✓ Dans le cas d'une fissuration préjudiciable :  $A = 1.1 A_u$

✓ Dans le cas d'une fissuration très préjudiciable :  $A = 1.5 A_u$

❖ **Armatures supérieures :**  $A' \geq 0.10 A$

❖ **Armatures verticales :** Les armatures verticales sont constituées par des cadres équidistants, formant ceinture des armatures principales, complétés éventuellement par des cadres ou étriers intérieurs. Elles sont réparties sur toute la longueur des armatures principales (figure 4). La section de ces armatures, sur une longueur égale à  $d$  est égale à :

$$A_v = \operatorname{Min} \left( 0.25 A \frac{\tau_{0u}}{f_{t28}} ; 0.2 A \right)$$

avec  $\tau_{0u} = \frac{N_u}{2b_0 d} \leq 1.5 f_{t28}$  *Contrainte tangente conventionnelle*

❖ **Armatures horizontales intermédiaires :** Elles sont constituées par des cadres, formant ceinture du réseau des armatures verticales, complétés éventuellement par des cadres ou étriers intérieurs. Elles sont réparties entre les armatures principales inférieures et supérieures, et leur section totale est égale à :

$$A_h = \operatorname{Min} \left( 0.25 A \frac{\tau_{0u}}{f_{t28}} - A' ; 0.1 A \right)$$

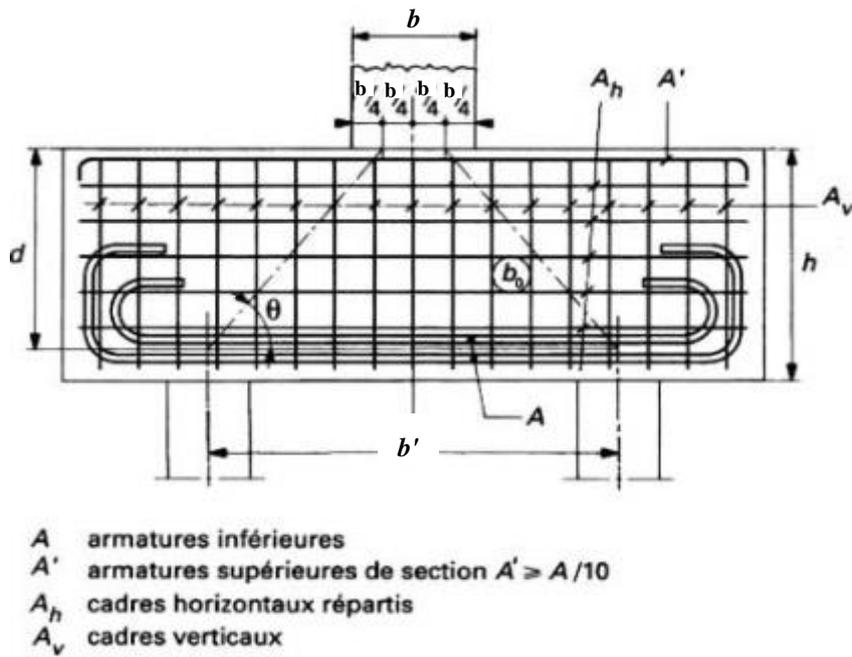


Figure 4. Ferrailage semelle sur deux pieux

### 3.2. Semelle sur trois pieux

Les dispositions de coffrage sont conformes à la figure 5. Les bielles partent de points situés à  $b\sqrt{\frac{3}{4}}$  de l'axe du poteau.

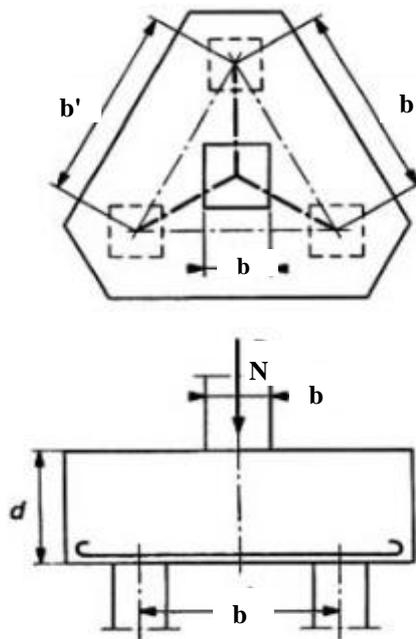


Figure 5. Semelle sur trois pieux

Les mêmes étapes que le calcul de la semelle sur deux pieux sont exposées ci-après.

❖ **Hauteur utile :**  $d \geq 0.58 \left( b' - \frac{b}{2} \right)$

❖ **Vérification de la bielle** au niveau de la tête des pieux (section Bp):

$$\frac{1}{3B_p} \left( \frac{1.35G_0 + N_u}{\sin^2 \theta} \right) \leq 1.15 f_{c28}$$

❖ **Vérification de la bielle** au niveau de la base du poteau (section B):

$$\frac{N_u}{B \sin^2 \theta} \leq 1.15 f_{c28}$$

$$\text{avec } \operatorname{tg} \theta = \frac{d\sqrt{3}}{b' - \frac{b}{2}}$$

❖ **Pour le ferrailage**, deux dispositions d'armatures sont recommandées :

**a) Armatures en cerces et armatures suivant les médianes** (figure 6a):

❖ Section des armatures en cerces (fissuration peu préjudiciable) :

$$A_c = \frac{N_{1u}}{9d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

$$\text{avec } \frac{2}{3} N_u \leq N_{1u} \leq \frac{4}{5} N_u$$

❖ Section des armatures suivant les médianes :

$$A_m = \frac{(N_u - N_{1u})\sqrt{3}}{9d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

**b) Armatures en cerces avec quadrillage réparti** (figure 6b).

❖ Section des armatures en cerces (fissuration peu préjudiciable) :

$$A_c = \frac{N_u}{9d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

❖ Section des armatures réparties dans chaque sens au moins égale à  $A_c/5$ .

Dans les formules ci-avant, d est bornée supérieurement à :  $d_{max} = 0.825 \left( b' - \frac{b}{2} \right)$

Toutes les sections  $A_c$  ou  $A_m$  déterminées sont à majorer de **10 %** en cas de fissuration préjudiciable et de **50 %** en cas de fissuration très préjudiciable.

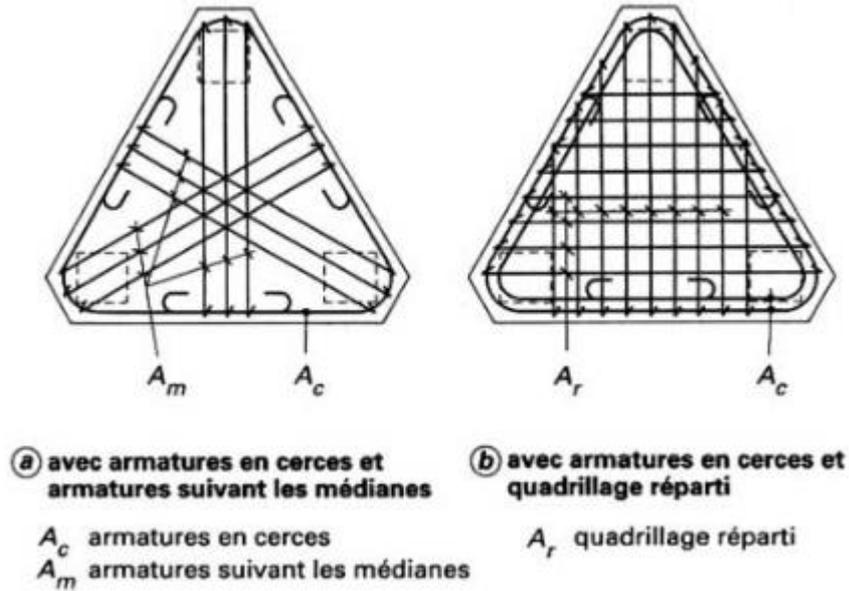


Figure 6. Dispositions d'armatures d'une semelle sur trois pieux

### 3.3. Semelles sur quatre pieux

Les dispositions de coffrage sont conformes à la figure 7.

Les bielles partent de points situés à  $b \frac{\sqrt{2}}{4}$  de l'axe du poteau.

❖ **Hauteur utile :**  $0.7 \left( b' - \frac{b}{2} \right) \leq d \leq \frac{b' - b}{2}$

❖ **Vérification de la bielle** au niveau de la tête des pieux (section Bp):

$$\frac{1}{4B_p} \left( \frac{1.35G_0 + N_u}{\sin^2 \theta} \right) \leq 1.35 f_{c28}$$

❖ **Vérification de la bielle** au niveau de la base du poteau (section B):

$$\frac{N_u}{B \sin^2 \theta} \leq 1.35 f_{c28}$$

avec  $\operatorname{tg} \theta = \frac{d\sqrt{2}}{b' - \frac{b}{2}}$

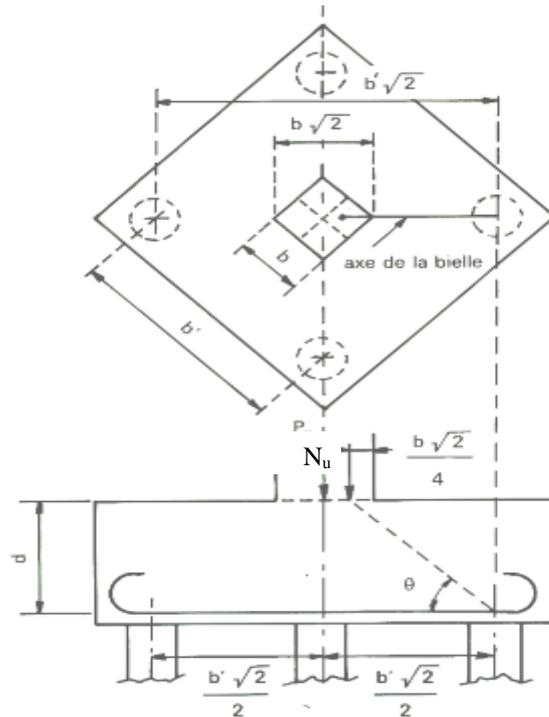


Figure 7. Semelle sur quatre pieux

❖ **Pour le ferrailage**, quatre dispositions d'armatures sont recommandées :

**a) Armatures en cerces et armatures suivant les diagonales** (figure 8a):

❖ Section des armatures en cerces (fissuration peu préjudiciable) :

$$A_c = \frac{N_{1u}}{8d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

$$\text{avec } 0.5 N_u \leq N_{1u} \leq 0.65 N_u$$

❖ Section des armatures suivant les diagonales :

$$A_d = \frac{(N_u - N_{1u})\sqrt{2}}{8d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

**b) Armatures suivant les côtés et suivant les diagonales** (figure 8b): Sections

$A_c$  et  $A_d$  : mêmes formules que précédemment.

Cette solution présente toutefois l'inconvénient de donner lieu à des difficultés d'exécution, dues à l'accumulation de crochets au droit des pieux, lorsque le nombre de barres nécessaires est important.

**c) Armatures en cerces et quadrillage réparti** (figure 4.8I)

❖ Section des armatures en cerces (fissuration peu préjudiciable) :

$$A_c = \frac{N'_{1u}}{8d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

$$\text{avec } 0.75 N_u \leq N'_{1u} \leq 0.85 N_u$$

❖ Section des armatures en quadrillage dans chaque sens :

$$A_r = 2.4 \frac{(N_u - N'_{1u})}{8d} \left( b' - \frac{b}{2} \right) \frac{1}{f_{st}}$$

**d) Armatures suivant les côtés et quadrillage réparti** (figure 8II): Sections  $A_c$  et  $A_r$  : mêmes formules que précédemment.

Toutes les sections d'acier déterminées sont à majorer de **10 %** en cas de fissuration préjudiciable et de **50 %** en cas de fissuration très préjudiciable.

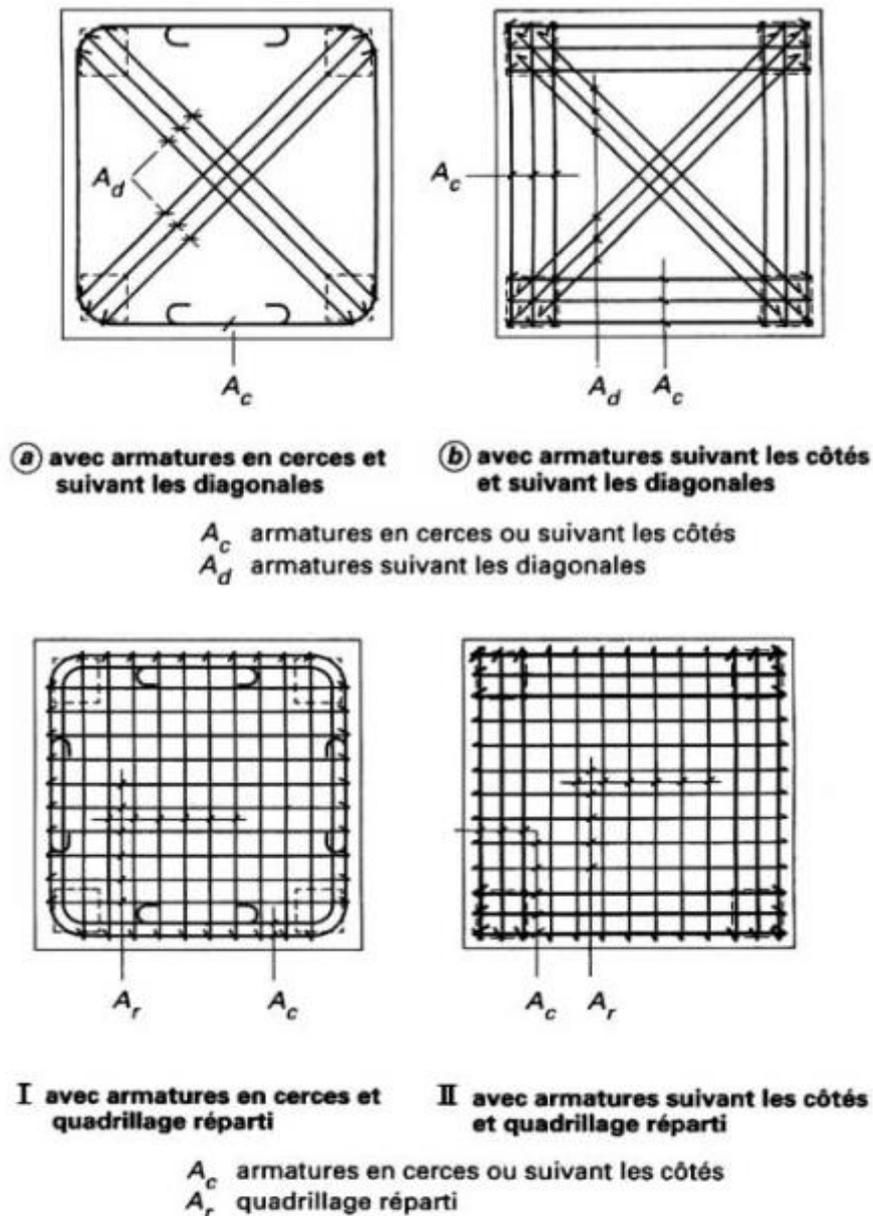


Figure 8. Dispositions d'armatures d'une semelle sur quatre pieux

### 3.4. Semelle sur 5 ou 6 pieux

Les résultats précédents se généralisent au cas des semelles sur cinq pieux disposés aux sommets d'un pentagone régulier ( $n = 5$ ) ou sur six pieux disposés aux sommets d'un hexagone régulier ( $n = 6$ ).

Les conditions relatives à la contrainte de compression des bielles sont celles des semelles sur quatre pieux, mais en y remplaçant  $4B_p$  par  $5B_p$  ou  $6B_p$  selon le cas.

a. Pour les semelles sur cinq pieux, on prend :  $1 \leq \tan \theta = \frac{d}{0.85(b' - 0.294b)} \leq 1.4$

La disposition la plus logique des armatures est celle d'armatures en cerces, de section  $A_c$  calculée par la formule  $A_c = \frac{N_u}{2n \tan \theta \cos \frac{\pi(n-2)}{2n}} \cdot \frac{1}{f_{st}}$  avec  $n = 5$ , et d'armatures en quadrillage de répartition, avec une section totale dans chaque sens  $A_r \geq \frac{A_c}{5}$  (figure 9).

b. Pour les semelles sur six pieux, on prend :  $1 \leq \tan \theta = \frac{d}{b' - \frac{b}{4}} \leq 1.4$

La disposition la plus logique des armatures est celle où les efforts de traction sont équilibrés sensiblement par moitié par des armatures en cerces de section  $A_c$  et par moitié par des armatures diamétrales, de section  $A_d$  (figure 9):

$$A_d = A_c = \frac{N_u/2}{2n \tan \theta \cos \frac{\pi(n-2)}{2n}} \cdot \frac{1}{f_{st}} \text{ avec } n = 6$$

Bien entendu, dans les deux cas a et b, les majorations de **10 %** en cas de fissuration préjudiciable, ou de **50 %** en cas de fissuration très préjudiciable, demeurent valables.

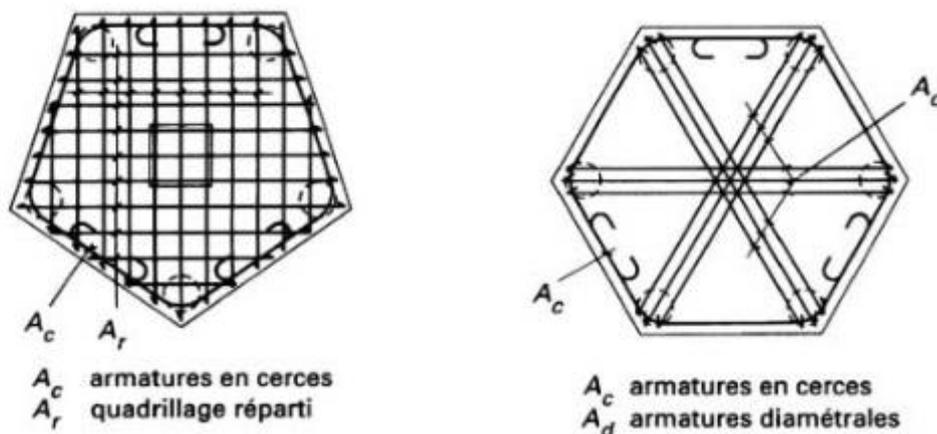


Figure 9. Dispositions d'armatures d'une semelle sur cinq et six pieux

#### 4. Semelles sur deux ou quatre pieux sous poteaux soumis à un effort normal et à un moment de flexion

##### 4.1. Semelle sur deux pieux .

La hauteur  $h$  doit être telle que :  $\frac{b'-b}{2} \leq h \leq b'-b$

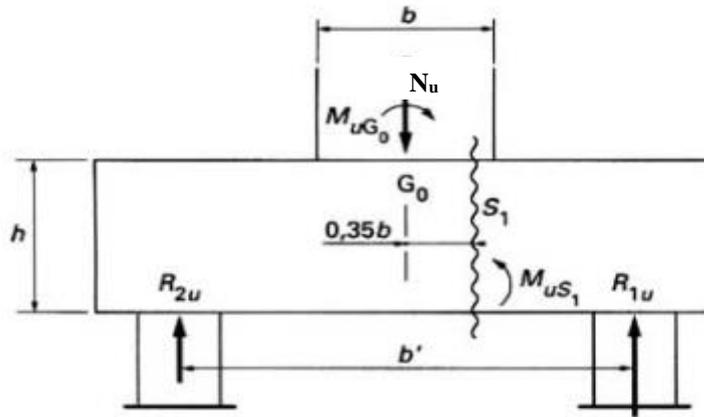


Figure 10. Semelle sur deux pieux sous un poteau soumis à la flexion composée.

Comme pour les semelles sur sol, la section des armatures inférieures de la semelle est déterminée à la flexion en fonction du moment agissant dans la section  $S_1$ . La vérification à l'effort tranchant se fait dans la section  $S_2$ . Les réactions des pieux valent :

$$R_{1u} = \frac{N_u}{2} + \frac{M_{uG_0}}{b'}$$

$$R_{2u} = \frac{N_u}{2} - \frac{M_{uG_0}}{b'}$$

$M_{uG_0}$  désignant le moment de flexion ultime au centre de gravité  $G_0$  de la section de base du poteau.

Le moment agissant dans la section  $S_1$  à  $0,35 b$  de l'axe du poteau, du côté de la réaction maximale vaut :

$$M_{uS_1} = R_{1u} \left( \frac{b'}{2} - 0.35 b \right)$$

La section d'armatures déduite de ce moment ultime doit être majorée :

- de **10 %** en cas de fissuration préjudiciable ;
- de **50 %** en cas de fissuration très préjudiciable.

Ces aciers sont complétés par des aciers horizontaux supérieurs et intermédiaires ainsi que des cadres verticaux déterminés de la même manière que dans le cas des semelles soumises à N seulement.

Les vérifications à l'effort tranchant (limitation de la contrainte tangente et le calcul des armatures d'âme) sont les mêmes que pour les poutres.

Les calculs se font avec une contrainte tangentielle égale à :

$$\tau_u = \frac{V_{u2}}{b_0 d} \quad \text{et} \quad V_{u2} = \frac{N_u}{2} + \frac{M_u}{b'}$$

#### 4.2. Semelle sur quatre pieux (figure 11)

La semelle n'est pas nécessairement carrée : on suppose que  $b' \geq a'$ ,  $\frac{a}{b} = \frac{a'}{b'}$  et on pose  $\tan \beta = a'/b'$  (figure 11).

La hauteur doit être telle que :  $\frac{b'-b}{2} \leq h \leq b'-b$

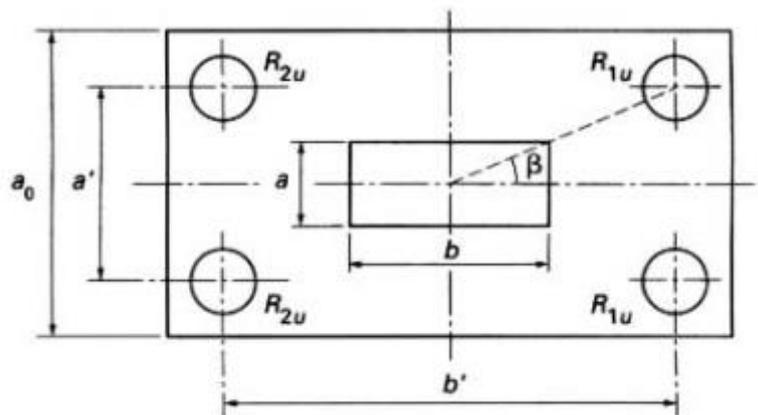


Figure 11. Semelle sur quatre pieux sous un poteau soumis à la flexion composée.

Les calculs sont menés de la même manière que le cas d'une semelle sur deux pieux :

Les réactions des pieux valent :

- pour les pieux les plus chargés :  $R_{1u} = \frac{N_u}{4} + \frac{M_u}{2 b'}$
- pour les pieux les moins chargés :  $R_{1u} = \frac{N_u}{4} - \frac{M_u}{2 b'}$

Le moment de flexion dans la section S1 à  $0,35 b$  de l'axe du poteau du côté des réactions  $R_{1u}$  vaut :

$$M_{uS_1} = 2 R_{1u} \left( \frac{b'}{2} - 0,35 b \right)$$

Soit  $A_b$  la section d'acier nécessaire pour équilibrer ce moment (section rectangulaire  $\alpha h$ )

Dans chaque bande de sens  $b'$  passant sur les pieux, on place une section (figure 12) :

$$A_{cb} = \alpha \frac{A_b}{2}, \quad \text{avec } \alpha = 0,5 \text{ à } 0,65$$

Dans chaque bande diagonale, on place le complément projeté sur la diagonale, soit :

$$A_d = (1 - \alpha) \frac{A_b}{2 \cos \beta}$$

et dans chaque bande de sens  $\alpha'$  :  $A_{ca} = A_{cb}$ .

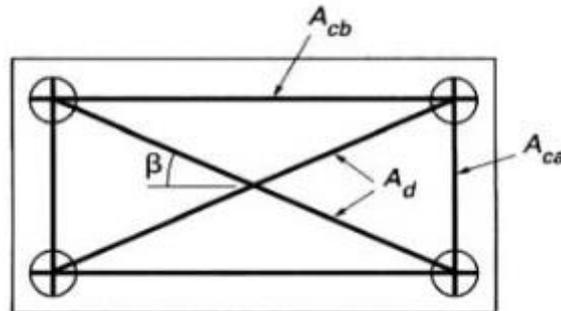


Figure 12. Disposition des armatures d'une semelle sur quatre pieux sous poteau soumis à la flexion composée

Toutes ces sections sont à majorer de 10 % en cas de fissuration préjudiciable ou de 50 % en cas de fissuration très préjudiciable.

Les conditions relatives à l'effort tranchant ( $V_u = 2 R_{1u}$ ) consistent à s'assurer que :

- dans la section  $S_2$ , de largeur  $a + d$ , de hauteur utile  $d$ , située à  $d/2$  du nu du poteau :

$$\frac{V_u}{(a + d)d} \leq \frac{f_{c28}}{9}$$

- dans la section  $S_3$  de la semelle, de largeur  $h + \phi$ , de hauteur  $h$ , située à  $h/2$  du nu d'un pieu, perpendiculairement au plan vertical défini par l'axe du poteau et l'axe d'un des pieux les plus chargés:

$$\frac{V_u}{(\phi + d)d} \leq \frac{f_{c28}}{9}$$