

# ENSEMBLES DE NOMBRES

## I. Définitions et notations *Non exigible*

### 1. Nombres entiers naturels

Un nombre entier naturel est un nombre entier qui est positif.  
L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté  $\mathbb{N}$ .

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}.$$

Exemples :

$$4 \in \mathbb{N}$$

$$-2 \notin \mathbb{N}$$

### 2. Nombres entiers relatifs

Un nombre entier relatif est un nombre entier qui est positif ou négatif.  
L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté  $\mathbb{Z}$ .

$$\mathbb{Z} = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots\}.$$

Exemples :

$$-2 \in \mathbb{Z}$$

$$5 \in \mathbb{Z}$$

$$0,33 \notin \mathbb{Z}$$

### 3. Nombres décimaux

Un nombre décimal peut s'écrire avec un nombre fini de chiffres après la virgule.  
L'ensemble des **nombres décimaux** est noté  $\mathbb{D}$ .

Exemples :

$$0,56 \in \mathbb{D}$$

$$3 \in \mathbb{D}$$

$$\frac{1}{3} \notin \mathbb{D} \text{ mais } \frac{3}{4} \in \mathbb{D}$$

#### 4. Nombres rationnels

Un nombre rationnel peut s'écrire sous la forme d'un quotient  $\frac{a}{b}$  avec  $a$  un entier et  $b$  un entier non nul.

L'ensemble des **nombres rationnels** est noté  $\mathbb{Q}$ .

Exemples :

$$\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$$

$$4 \in \mathbb{Q}$$

$$-4,8 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}.$$

#### 5. Nombres réels

L'ensemble des **nombres réels** est noté  $\mathbb{R}$ .

C'est l'ensemble de tous les nombres que nous utiliserons en classe de seconde.

Exemples :

2, 0, -5, 0.67,  $\frac{1}{3}$ ,  $\sqrt{3}$  ou  $\pi$  appartiennent à  $\mathbb{R}$ .

#### 6. Ensemble vide

Un ensemble qui ne contient pas de nombre s'appelle l'**ensemble vide** et se note  $\emptyset$ .

#### 7. Symbole d'exclusion

Le signe \* exclu le nombre 0 d'un ensemble.

Par exemple,  $\mathbb{R}^*$  est l'ensemble des nombres réels privé de 0.

#### 8. Inclusions

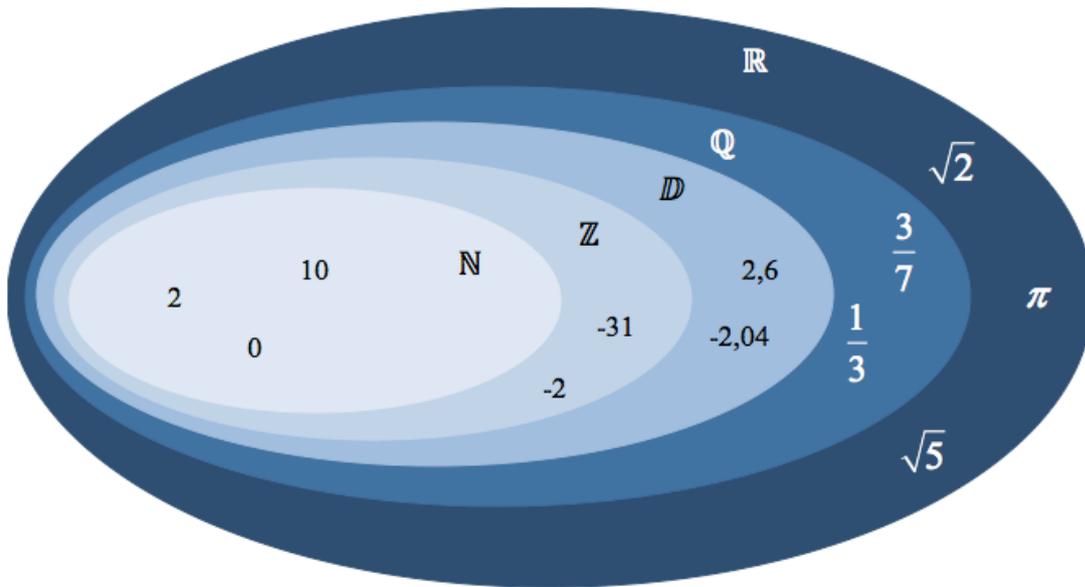
Tous les nombres de l'ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N}$  appartiennent à l'ensemble des entiers relatifs  $\mathbb{Z}$ .

On dit que l'ensemble  $\mathbb{N}$  est inclus dans l'ensemble  $\mathbb{Z}$ .

On note :  $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ .

On a également les inclusions suivantes :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$



Exercices conseillés	En devoir
p37 n°28	p37 n°31
p38 n°48 à 50	
p37 n°29 à 30	
Ex 1 (page8)	
p37 n°33	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

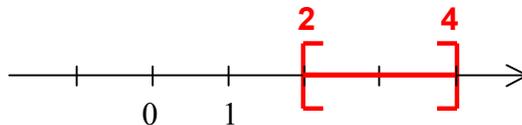
Exercices conseillés	
Ex 1 (page8)	

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

## II. Intervalles de $\mathbb{R}$

### 1. Notations :

L'ensemble de tous les nombres réels  $x$  tels que  $2 \leq x \leq 4$  peut se représenter sur une droite graduée.



Cet ensemble est appelé un intervalle et se note :  $[2 ; 4]$

#### Exemple :

L'ensemble de tous les nombres réels  $x$  tels que  $-2 \leq x \leq 7$  se note :  $[-2 ; 7]$ .

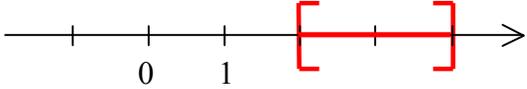
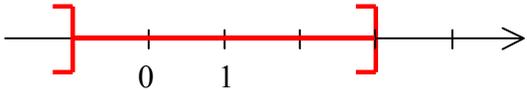
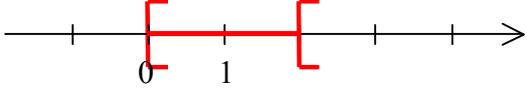
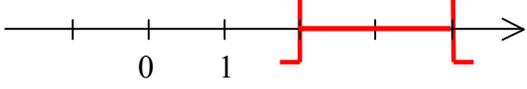
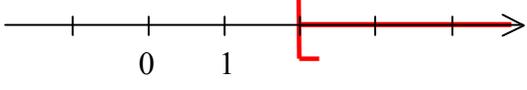
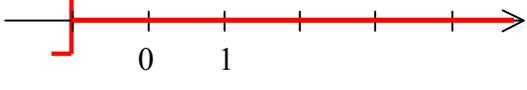
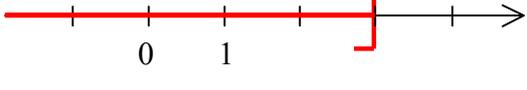
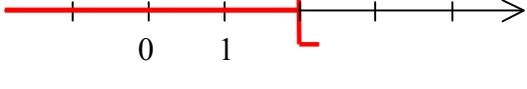
On a par exemple :

$$4 \in [-2 ; 7]$$

$$-1 \in [-2 ; 7]$$

$$8 \notin [-2 ; 7]$$

 Vidéo <https://youtu.be/9MtAK7Xzrls>

Nombres réels $x$	Notation	Représentation
$2 \leq x \leq 4$	$[2 ; 4]$	
$-1 < x \leq 3$	$] -1 ; 3 ]$	
$0 \leq x < 2$	$[0 ; 2[$	
$2 < x < 4$	$]2 ; 4[$	
$x \geq 2$	$[2 ; +\infty[$ $\infty$ désigne l'infini	
$x > -1$	$] -1 ; +\infty[$	
$x \leq 3$	$] -\infty ; 3 ]$	
$x < 2$	$] -\infty ; 2 [$	

Remarque :

L'ensemble des nombres réels  $\mathbb{R}$  est un intervalle qui peut se noter  $] -\infty ; +\infty [$ .

Méthode : Donner les solutions d'une inéquation

 Vidéo <https://youtu.be/p93oVqzvog8>

Résoudre l'inéquation et donner les solutions sous forme d'un intervalle :  $2x - 3 < 4$

$$2x - 3 < 4$$

$$2x < 4 + 3$$

$$2x < 7$$

$$x < \frac{7}{2}$$

L'ensemble des solutions est l'intervalle  $]-\infty; \frac{7}{2}[$ .

Exercices conseillés	En devoir
p37 n°37, 38 Ex 3, 4 (page8) p38 n°51	Ex 2 (page8)

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p43 n°14, 15 p48 n°56 Ex 3, 4 (page8)	Ex 2 (page8)

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014

## 2. Intervalle ouvert et intervalle fermé :

### Définitions :

On dit qu'un intervalle est fermé si ses extrémités appartiennent à l'intervalle.

On dit qu'il est ouvert dans le cas contraire.

### Exemples :

- L'intervalle  $[-2 ; 5]$  est un intervalle fermé.

On a :  $-2 \in [-2 ; 5]$  et  $5 \in [-2 ; 5]$

- L'intervalle  $]2 ; 6[$  est un intervalle ouvert.

On a :  $2 \notin ]2 ; 6[$  et  $6 \notin ]2 ; 6[$

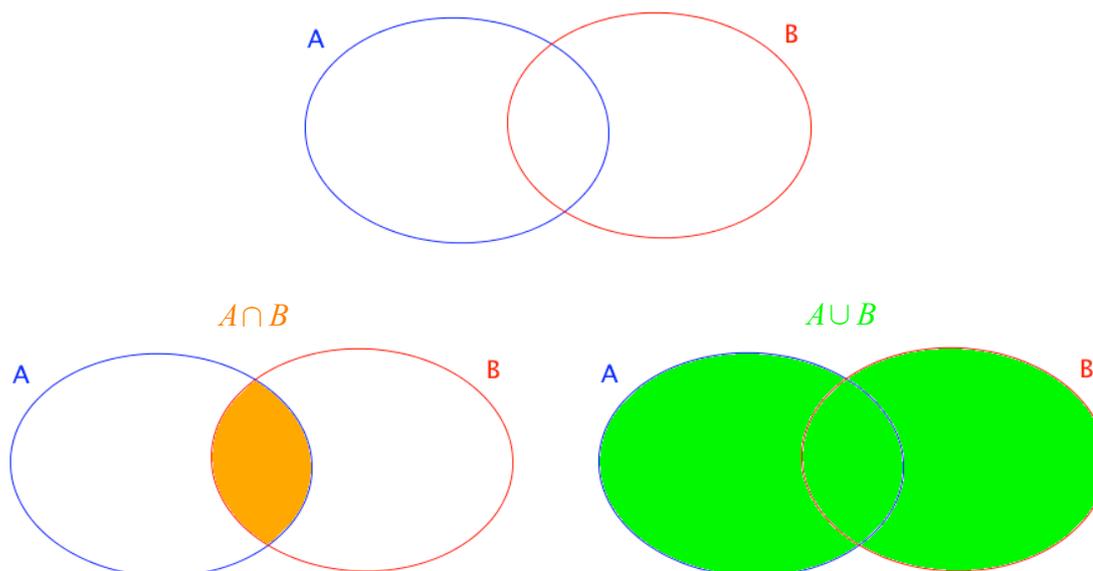
- L'intervalle  $]6; +\infty[$  est également un intervalle ouvert.

## 3. Intersections et unions d'intervalles :

### Définitions :

- L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **et** à B et se note  **$A \cap B$** .

- La réunion de deux ensembles A et B est l'ensemble des éléments qui appartiennent à A **ou** à B et se note  **$A \cup B$** .



**Méthode :** Déterminer l'intersection et la réunion d'intervalles

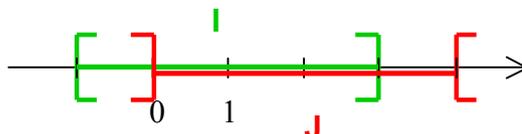
▶ Vidéo [https://youtu.be/8WJG\\_QHQs1Y](https://youtu.be/8WJG_QHQs1Y)

▶ Vidéo <https://youtu.be/hzINDVy0dgg>

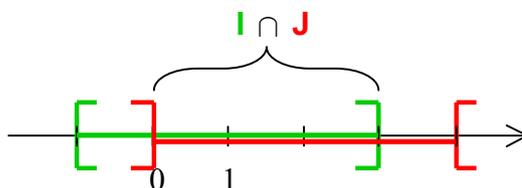
Dans les cas suivants, déterminer l'intersection et la réunion des intervalles I et J :

- 1)  $I = [-1 ; 3]$  et  $J = ]0 ; 4[$       2)  $I = ]-\infty ; -1]$  et  $J = [1 ; 4]$

1) Pour visualiser les ensembles solutions, on peut représenter les intervalles I et J sur un même axe gradué.

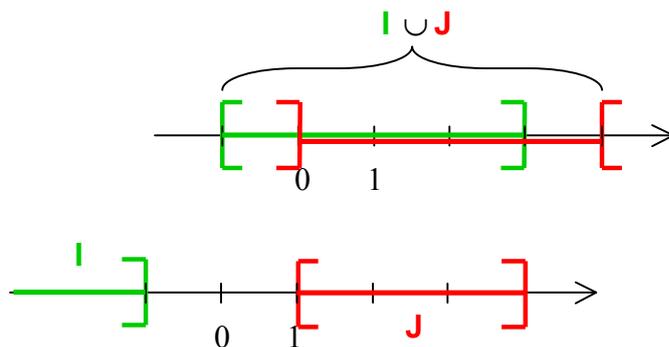


Les nombres de l'intersection des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent à la fois aux deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué où les deux ensembles se superposent. Ainsi  $I \cap J = ]0 ; 3]$ .



Les nombres de la réunion des deux ensembles sont les nombres qui appartiennent au moins à l'un des deux ensembles. Il s'agit donc de la zone de l'axe gradué marquée soit par l'intervalle I soit par l'intervalle J. Ainsi  $I \cup J = [-1 ; 4[$ .

2)



$I \cap J = \emptyset$ , car les ensembles  $I$  et  $J$  n'ont pas de zone en commun.

$I \cup J = ]-\infty ; -1] \cup [1 ; 4]$

Exercices conseillés	En devoir
p38 n°53 et 54 p37 n°39 p38 n°52 Ex 5, 6 (page8) p37 n°41	p37 n°40

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2010

Exercices conseillés	En devoir
p17 n°17, 18 p48 n°57 p43 n°16 Ex 5 (page8)	Ex 6 (page8)

ODYSSÉE 2de HATIER Edition 2014



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)

Exercice 1

$$1) \text{ Effectuer : } A = \frac{11}{5} - \frac{3}{4} \quad B = \frac{5}{3} - \frac{4}{3} \times \frac{6}{7} \quad C = \frac{5^{-1} \times (5^3)^3}{5 \times 5^2}$$

$$D = (1 - \sqrt{6})(1 + \sqrt{6}) \quad E = (\sqrt{3} - 1)^2 \quad F = (3 + 2\sqrt{2})^2$$

$$G = 7\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{27} \quad H = \sqrt{18} - \sqrt{2} - 2\sqrt{20}$$

2) Déterminer la nature de chacun des nombres précédents.

Exercice 2

Dans chaque cas, écrire les inégalités sous forme d'un intervalle.

$$\begin{array}{llll} \text{a) } 2 \leq x \leq 7 & \text{b) } -2 \leq x < 0 & \text{c) } -2 < x \leq 6 & \text{d) } x \leq 9 \\ \text{e) } 2 > x & \text{f) } 9 < x < 11 & \text{g) } -9 < x & \text{h) } 13 \geq x \end{array}$$

Exercice 3

Résoudre chacune des inéquations suivantes et donner le résultat sous forme d'un intervalle.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } 3x - 4 < 8 & \text{b) } 9x - 5 > 5x - 1 & \text{c) } 6x - 7 \leq 7x + 5 \\ \text{d) } 5(2x - 3) \geq -5x + 3 & \text{e) } -(x - 4) < 2x & \text{f) } -4(x + 5) \leq 7 - 2x \\ \text{g) } 5x - 1 > -4(x + 1) & \text{h) } -7(x - 6) \leq -8x + 4 & \end{array}$$

Exercice 4

1) Inventer une inéquation du type  $ax + b \leq cx + d$  (avec  $a, b, c$  et  $d$  réels non nuls) dont la solution est l'intervalle  $]-\infty; 2]$ .

2) Même question avec l'intervalle  $]5; +\infty[$ .

Exercice 5

Dans chaque cas, commencer par écrire les inégalités sous forme d'intervalles puis déterminer l'intersection des intervalles.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 0 \leq x \leq 5 \text{ et } 4 \leq x \leq 9 & \text{b) } -5 < x < -1 \text{ et } -3 < x < 0 \\ \text{c) } 7 \leq x < 9 \text{ et } 2 < x < 8 & \text{d) } x < 9 \text{ et } -1 < x \leq 2 \\ \text{e) } x \geq 1 \text{ et } x \leq 4 & \text{f) } x > -3 \text{ et } x < 0 \end{array}$$

Exercice 6

Dans chaque cas, commencer par écrire les inégalités sous forme d'intervalles puis déterminer la réunion des intervalles.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 0 \leq x \leq 5 \text{ ou } 4 \leq x \leq 9 & \text{b) } -5 < x < -1 \text{ ou } -3 < x < 0 \\ \text{c) } 7 \leq x < 9 \text{ ou } 2 < x < 8 & \text{d) } x < 9 \text{ ou } -1 < x \leq 2 \\ \text{e) } x \geq 1 \text{ ou } x \leq 4 & \text{f) } x > -3 \text{ ou } x < 0 \end{array}$$



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

[www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales](http://www.maths-et-tiques.fr/index.php/mentions-legales)