correction de la 2ème série De TD

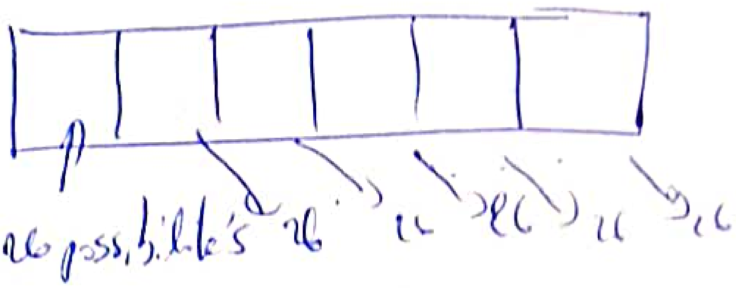
Exo N°1

(1) Combien peut-on former de mots de six lettres :

c'est un arrangement avec répétition de 6 lettres parmi 26

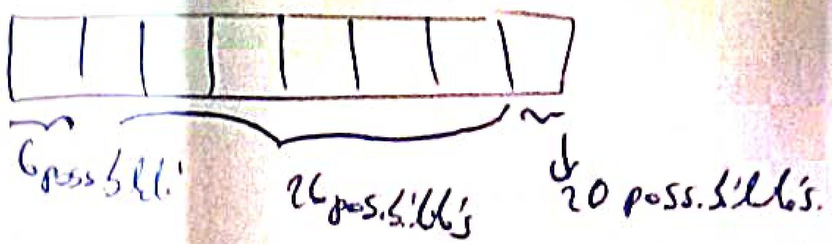
$A_{26}^{6} = 26^{6} =$

On se base sur le principe de multiplication qui



$26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 =$

(2) un mot de huit lettres dont la 1ère lettre est une voyelle et la dernière est une consonne.



$6 \times (26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26) \times 20 =$

$A_{6}^{1} \times A_{26}^{6} \times A_{20}^{1} = 6 \times 26^{6} \times 20$

(3) On suppose qu'il n'y a pas de répétition.

(a) nombres de 3 chiffres qu'on peut former avec 2, 3, 5, 6, 7 et 9

$A_{6}^{3} = \frac{6!}{(6-3)!} = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120.$

(3) On suppose qu'il n'y a pas de répétition.

(a) nombres de 3 chiffres qu'on peut former avec 2, 3, 5, 6, 7 et 9

$$A_6^3 = \frac{6!}{(6-3)!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

(b) Nombres inférieurs à 400

$\{2, 3\}$ (5) (4) possibilités possibilités

$\boxed{ | | }$

$2 \times 5 \times 4 = 120$ nombres

$$A_2^1 \times A_5^2 = 2 \times \frac{5!}{(5-2)!} = 2 \times 5 \times 4 = 120.$$

(c) Nombres supérieurs à 600.

$\{6, 7, 9\}$ 5 possibilités, 4 → possibilités

$\boxed{ | | }$

$3 \times 5 \times 4 = \cdots$ possibilités

$$A_3^1 \times A_5^2 = \frac{3!}{(3-1)!} \times \frac{5!}{(5-2)!}$$

$$= 3 \times 5 \times 4 = \cdots \text{ possibilités}$$

(d) Combien sont pairs ?

$$A_5^2 \times A_2^1 = \frac{5!}{(5-2)!} \times \frac{2!}{(2-1)!}$$

$$5 \times 4 \times 2 = \cdots$$

(e) combien sont impairs.

$$A_5^2 \; A_4^1 = 4 \times \frac{5!}{3!} = 4 \times 5 \times 4 = 80$$

(f) combien sont multiple de 5.

$$A_1^1 \times A_5^2 = 1 \times \frac{5!}{(5-2)!} = 1 \times 5 \times 4 = 20$$

Exo 3

ex, jetons sont numérotés de 0 à 9

1) C_{10}^{5} ; $C_5^2 \cdot C_5^3$

2) $A_{10}^{4} = \frac{10!}{(10-4)!}$ (sans répétition) ;

$A_{10}^{4} = 10^4$ (avec répétition)

3) $P_{10} = 10!$ (permutation)

Exo 4 ① pour former une plaque d'immatriculation, on choisit 3 lettres parmi 26 et 3 chiffres parmi 10, alors le nombre de plaques possibles est : $A_{26}^{3} \times A_{10}^{3} = 26^3 \times 10^3$

② b) le nombre de mots est $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2!} = 5040$

(un mot est une permutation avec répétition de 8 éléments dont 2 A, 2 S, 2 T, 1 D et 1 E)

a) un mot est une permutation sans répétition de 8 éléments distincts, alors le nombre de mots est $= 8! = 40320$.

pour b) on place les deux S au début et à la fin du mot, soit 1 seule possibilité. Puis on place les autres lettres, soit $\frac{6!}{2! \times 2!} = 180$ possibilités.

alors le nombre de mots qui commencent et finissent par S est : $1 \times 180 = 180$.

Exercice 2 : Pour former une plaque d'immatriculation, on choisit 3 lettres parmi 26 et 3 chiffres parmi 10, alors le nombre de plaques possibles est : $\tilde{\mathcal{A}}_{26}^{3} \times \tilde{\mathcal{A}}_{10}^{3} = 26^3 \times 10^3$.

Exercice 3 : 1) a) un mot est une permutation sans répétition de 8 éléments distincts, alors le nombre de mots est : $8! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320$.

b) un mot est une permutation avec répétition de 8 éléments dont : 2 **A**, 2 **S**, 2 **T**, 1 **D** et 1 **I**, alors le nombre de mots est : $\frac{8!}{2! \times 2! \times 2!} = 5040$.

2) On place les deux S au début et à la fin du mot, soit 1 seule possibilité. Puis on place les autres lettres, soit $\frac{6!}{2! \times 2!} = 180$ possibilités. Alors le nombre de mots qui commencent et finissent par **S** est : $1 \times 180 = 180$.

Exercice 4 : Un signal est une permutation avec répétition de 6 éléments dont 2 drapeaux rouges, 3 drapeaux bleus, et un drapeau noir. Alors le nombre de signaux différents est : $\frac{6!}{2! \times 3! \times 1!} = 60$.

Exercice 5:

a) Un placement des 7 enfants est une permutation sans répétition de 7 éléments distincts, alors le nombre de façons différentes d'installer les 7 enfants sur le toboggan est : $7! = 5040$.

b) On place le plus âgé des enfants en tête de la file, soit une seule possibilité, puis on place les 6 autres enfants, soit $6! = 720$ possibilités. Alors le nombre de façons différentes d'installer les 7 enfants dans ce cas est : $1 \times 6! = 720$.

c) On place les 5 garçons en tête de la file, soit $5! = 120$ possibilités, puis on place les 2 filles, soit $2! = 2$ possibilités. Alors le nombre de façons différentes d'installer les 7 enfants dans ce cas est : $120 \times 2 = 240$.

d) On peut suivre les 3 étapes suivantes :

<u>1ère étape :</u> on choisit 2 places côte à côte pour les deux filles parmi 7 places: soit 6 choix possibles.

<u>2ème étapes :</u> on place les deux filles dans les 2 places choisies, soit $2! = 2$ possibilités.

<u>3ème étape :</u> on place les 5 enfants dans les places restantes, soit $5! = 120$ possibilités.

Alors le nombre de façons différentes d'installer les 7 enfants dans ce cas est : $6 \times 2 \times 120 = 1440$.