Université A. Mira de Bejaia
Faculté de Technologie
Département de Technologie

Année universitaire 2024/2025
1ère Année Ingénieur/ST

TP Structure des ordinateurs et applications

Corrigé de la série de TP N°2

<u>Corrigé de l'exercice N°01 :</u>

Simplifier à l'aide des propriétés de l'algèbre de Boole, les expressions des fonctions logiques suivantes :

1) $F_1 = a.(a+b)$

$F_1 = aa + ab$ *avec* $a.a = a$

$F_1 = a + ab = a(1+b)$ *avec* $1 + b = 1$

$F_1 = a$

<u>Ou bien</u>

D'après les propriétés de l'algèbre de Boole on a :

$x.(x+y) = x$ donc $F_1 = a.(a+b) = a$

2) $F_2 = a + abc + \bar{a}bc + \bar{a}b + ad + a\bar{d}$

$F_2 = a + bc(a+\bar{a}) + \bar{a}b + a(d+\bar{d})$ *avec* $a + \bar{a} = 1$ *et* $d + \bar{d} = 1$

$F_2 = a + bc + \bar{a}b + a$ *avec* $a + a = a$

$F_2 = bc + a + \bar{a}b$ *avec* $a + \bar{a}b = a + b$ *d'après le théorème d'allongement*

$F_2 = bc + a + b$

$F_2 = a + bc + b = a + b(c+1)$ *avec* $c + 1 = 1$

$F_2 = a + b$

3) $F_3 = (a+b)(\bar{a}+\bar{b})$

$F_3 = a\bar{a} + a\bar{b} + \bar{a}b + b\bar{b}$ *avec* $a\bar{a} = 0$ *et* $b\bar{b} = 0$

$F_3 = a\bar{b} + \bar{a}b$

$F_3 = a \oplus b$

4) $F_4 = (a+b)(\bar{a}+b)$

$F_4 = a\bar{a} + ab + \bar{a}b + bb$ *avec* $a\bar{a} = 0$ *et* $bb = b$

$F_4 = ab + \bar{a}b + b$

$F_4 = b(a+\bar{a}) + b$ *avec* $a + \bar{a} = 1$

$F_4 = b + b$ *avec* $b + b = b$

$F_4 = b$

5) $F_5 = abc + a\bar{b}c + \bar{a}$

$F_5 = ac(b + \bar{b}) + \bar{a}$ avec $b + \bar{b} = 1$

$F_5 = ac + \bar{a} = \bar{a} + ac$ avec $\bar{a} + ac = \bar{a} + c$ *d'après le théorème d'allongement*

$F_5 = \bar{a} + c$

6) $F_6 = (\bar{a} + b)(a + b + d)\bar{d}$

$F_6 = (\bar{a} + b)(a\bar{d} + b\bar{d} + d\bar{d})$

$F_6 = \bar{a}a\bar{d} + \bar{a}b\bar{d} + \bar{a}d\bar{d} + ab\bar{d} + bb\bar{d} + bd\bar{d}$ avec $a\bar{a} = 0$ et $d\bar{d} = 0$ et $bb = b$

$F_6 = \bar{a}b\bar{d} + ab\bar{d} + b\bar{d}$

$F_6 = b\bar{d}(\bar{a} + a) + b\bar{d}$ avec $\bar{a} + a = 1$

$F_6 = b\bar{d} + b\bar{d}$ avec $b\bar{d} + b\bar{d} = b\bar{d}$

$F_6 = b\bar{d}$

<u>Corrigé de l'exercice N°02 :</u>

1) $F_1 = ab + bc + ac$

$F_1 = ab(c + \bar{c}) + (a + \bar{a})bc + a(b + \bar{b})c$

$F_1 = abc + ab\bar{c} + abc + \bar{a}bc + abc + a\bar{b}c$

$F_1 = abc + ab\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}c$

$F_1 = \sum 7,6,3,5$

Première forme canonique

7,6,5,4,3,2,1,0

$\overline{F_1} = \sum 0,1,2,4$

$F_1 = \prod 7,6,5,3$

$F_1 = (a + b + c).(a + b + \bar{c}).(a + \bar{b} + c).(\bar{a} + b + c)$

Deuxième forme canonique

Chiffre en octal	Chiffre équivalent en binaire (2^2 2^1 2^0)
0	0 0 0
1	0 0 1
2	0 1 0
3	0 1 1
4	1 0 0
5	1 0 1
6	1 1 0
7	1 1 1

2) $F_2 = (a + b)(\bar{a} + b + d)$

$F_2 = (a + b + d).(a + b + \bar{d}).(\bar{a} + b + d)$

$F_2 = \prod 7,6,3$

Deuxième forme canonique

7,6,5,4,3,2,1,0

$\overline{F_2} = \prod 0,1,2,4,5$

Première forme canonique

$F_2 = \sum 7,6,5,3,2$

$F_2 = abc + ab\bar{c} + a\bar{b}c + \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c}$

3) $F_3 = \overline{a + b + \bar{c}d}$

$F_3 = \bar{a}\bar{b}\overline{\bar{c}d}$

$F_3 = \bar{a}\bar{b}(c + \bar{d})$

$F_3 = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}\bar{b}\bar{d}$

$F_3 = \bar{a}\bar{b}c(d + \bar{d}) + \bar{a}\bar{b}(c + \bar{c})\bar{d}$

$F_3 = \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$

$F_3 = \bar{a}\bar{b}cd + \bar{a}\bar{b}c\bar{d} + \bar{a}\bar{b}\bar{c}\bar{d}$

$F_3 = \sum 3,2,0$

Première forme canonique

$\overline{F_3} = \sum 1,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F$

$F_3 = \prod 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,E$

Deuxième forme canonique

$F_3 = (\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}).(\bar{a} + \bar{b} + \bar{c} + d).(\bar{a} + \bar{b} + c + \bar{d}).(\bar{a} + \bar{b} + c + d).(\bar{a} + b + \bar{c} + \bar{d}).\ (\bar{a} + b + \bar{c} + d).(\bar{a} + b + c + \bar{d}).(\bar{a} + b + c + d).(a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d}).(a + \bar{b} + \bar{c} + d).\ (a + \bar{b} + c + \bar{d}).(a + \bar{b} + c + d).(a + b + c + \bar{d})$

Corrigé de l'exercice N°03 :

1) La fonction booléenne simplifiée de la table de vérité suivante :

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$F = \bar{A}\,B\,\bar{C} + \bar{A}\,B\,C + A\,\bar{B}\,C + A\,B\,\bar{C}$

$F = \bar{A}\,B\,(\bar{C} + C) + A\,\bar{B}\,C + A\,B\,\bar{C}$ $\quad avec\ \ \bar{C} + C = 1$

$F = \bar{A}\,B + A\,\bar{B}\,C + A\,B\,\bar{C}$

$F = B(\bar{A} + A\,\bar{C}) + A\,\bar{B}\,C$ avec $\bar{A} + A\,C = \bar{A} + C$ *d'après le théorème d'allongement*

$F = \bar{A}B + B\bar{C} + A\,\bar{B}\,C$

2) Retrouver ce résultat à l'aide de la table de Karnaugh

C \ AB	00	01	11	10
0		1	1	
1		1		1

$F = \bar{A}B + B\bar{C} + A\,\bar{B}\,C$

Corrigé de l'exercice N°04 :

1.1. Réalisation de la fonction logique **NOT** en utilisant que des portes logiques NAND

$S = \bar{X} = \overline{X.X}$

1.2. Réalisation de la fonction logique **NOT** en utilisant que des portes logiques NOR

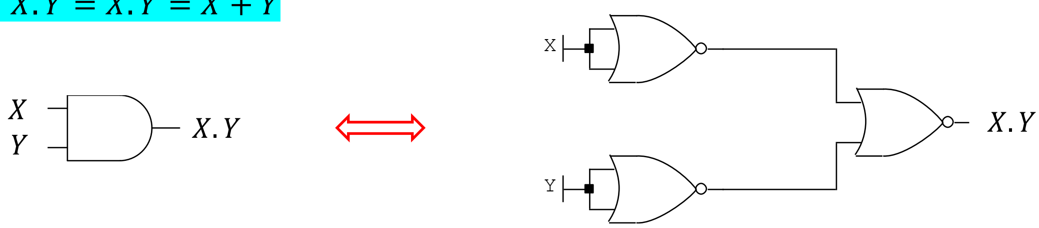
$S = \bar{X} = \overline{X + X}$

2.1. Réalisation de la fonction logique **AND** en utilisant que des portes logiques NAND

$S = X.Y = \overline{\overline{X.Y}}$

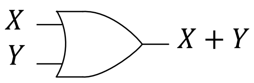
2.2. Réalisation de la fonction logique **AND** en utilisant que des portes logiques NOR

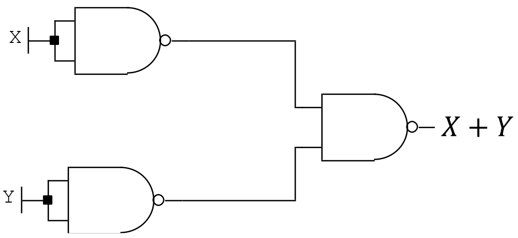
$S = X.Y = \overline{\overline{X.Y}} = \overline{\bar{X} + \bar{Y}}$



3.1. Réalisation de la fonction logique **OR** en utilisant que des portes logiques NAND

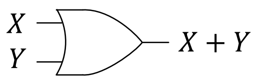
$S = X + Y = \overline{\overline{X + Y}} = \overline{\bar{X} . \bar{Y}}$

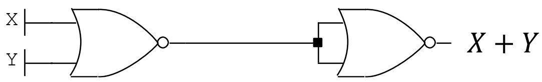




3.2. Réalisation de la fonction logique **OR** en utilisant que des portes logiques NOR

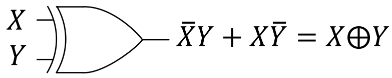
$S = X + Y = \overline{\overline{X + Y}}$

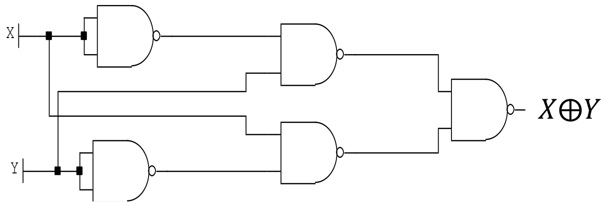




4.1. Réalisation de la fonction logique **XOR** en utilisant que des portes logiques NAND

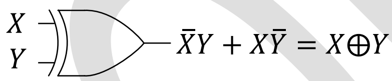
$S = X \oplus Y = \bar{X}Y + X\bar{Y} = \overline{\overline{\bar{X}Y + X\bar{Y}}} = \overline{\overline{\bar{X}Y} . \overline{X\bar{Y}}}$

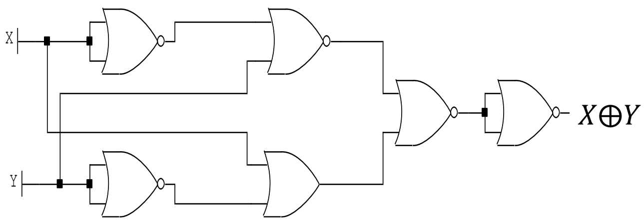




4.2. Réalisation de la fonction logique **XOR** en utilisant que des portes logiques NOR

$S = X \oplus Y = \bar{X}Y + X\bar{Y} = \overline{\overline{\bar{X}Y + X\bar{Y}}} = \overline{\overline{\bar{X}Y} . \overline{X\bar{Y}}} = \overline{X + \bar{Y}} + \overline{\bar{X} + Y} = \overline{\overline{\overline{X + \bar{Y}} + \overline{\bar{X} + Y}}}$





Corrigé de l’exercice N°05 :

Simplifier les fonctions logiques à l’aide de la table de Karnaugh

1) $F_1(a,b,c,d) = \bar{a}\bar{c}d + \bar{a}cb + \bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd$

$F_1(a,b,c,d) = \bar{a}(b + \bar{b})\bar{c}d + \bar{a}bc(d + \bar{d}) + (a + \bar{a})\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd$

$F_1(a,b,c,d) = \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}bcd + \bar{a}bc\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd$

$F_1(a,b,c,d) = \bar{a}b\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}bcd + \bar{a}bc\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}d + \bar{a}\bar{b}cd$

$F_1(a,b,c,d) = \sum 5,1,7,6,9,3$

ab / cd	00	01	11	10
00				
01	1	1		1
11	1	1		
10		1		

$F_1(a,b,c,d) = \bar{a}d + \bar{b}\bar{c}d + \bar{a}bc$

2) $F_2(a,b,c) = \sum 0,3,4,6,7$

ab / c	00	01	11	10
0	1		1	1
1		1	1	

$F_2(a,b,c) = ab + \bar{b}\bar{c} + bc$

Ou bien

ab / c	00	01	11	10
0	1		1	1
1		1	1	

$F_2(a,b,c) = a\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + bc$

3) $F_3(a,b,c) = \sum 0,1,3$

ab / c	00	01	11	10
0	1			
1	1	1		

$F_3(a,b,c) = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}c$

4) $F_4(a,b,c,d) = \sum 5,7,13,15$

ab / cd	00	01	11	10

00				
01		1	1	
11		1	1	
10				

$F_4(a,b,c,d) = bd$

5) $F_5(a,b,c,d) = \sum 0,5,9,10 \qquad et\ \ \Phi\ pour\ 2,3,8,15$

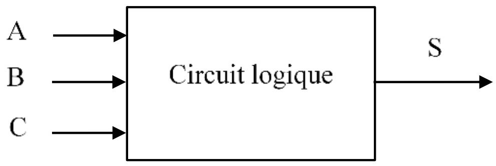
ab / cd	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1			Φ
01		1		1
11	Φ		Φ	
10	Φ			1

$F_5(a,b,c,d) = \bar{a}b\bar{c}d + \bar{b}\bar{d} + a\bar{b}\bar{c}$

<u>Corrigé de l'exercice N°06 :</u>

Soit la table de vérité suivante :

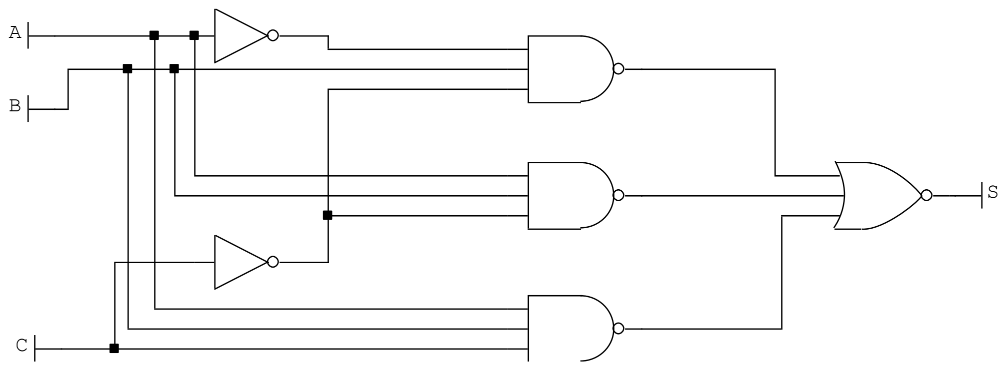
A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1



1) L'expression logique de la sortie S en fonction des entrées A, B et C

$S = \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$

2) Représentation de logigramme de ce système logique



3) Simplification algébrique de l'expression S

$S = \bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} + ABC$

$S = B\bar{C}(\bar{A} + A) + ABC$ avec $\bar{A} + A = 1$

$S = B\bar{C} + ABC = B(\bar{C} + CA)$ avec $\bar{C} + CA = \bar{C} + A$ *d'après le théorème d'allongement*

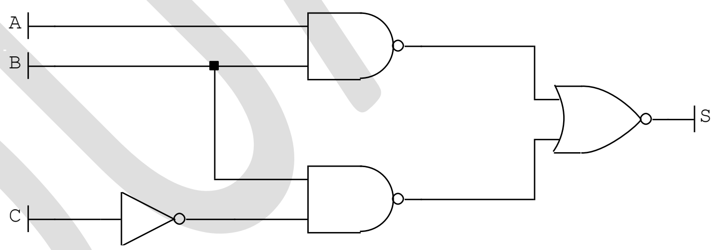
$S = B\bar{C} + BA = AB + B\bar{C}$

4) Simplifier l'expression S en utilisant la méthode de karnaugh

C \ **AB**	**00**	**01**	**11**	**10**
0		1	1	
1			1	

$S = AB + B\bar{C}$

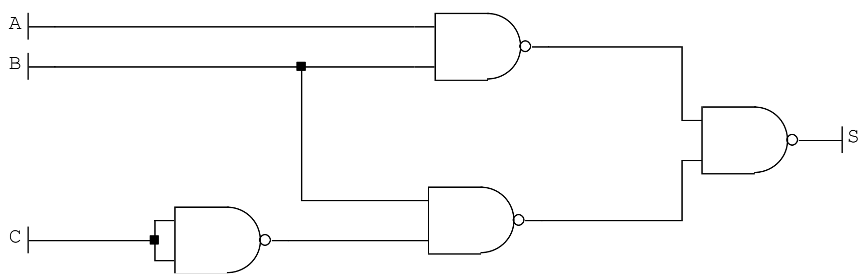
5) Réalisation de système logique simplifié (question d) en utilisant les portes logiques nécessaires



6) Réalisation de système logique simplifié (question d) en utilisant que des portes NAND

$S = AB + B\bar{C}$

$\bar{\bar{S}} = \overline{\overline{AB + B\bar{C}}} = \overline{\overline{AB}.\overline{B\bar{C}}}$



<u>Corrigé de l'exercice N°07 :</u>

1) Les fonctions logiques de sortie correspondantes aux circuits :

$S1 = E1E2 + \overline{E1}E2 + E1\overline{E2}$

$S2 = \overline{E1} + \overline{E1 + E2}$

$S3 = E1E2 + E2 + E1\overline{E2}$

$S4 = \overline{E1}E2 + E1E2 + E1\overline{E2}$

2) Simplification des expressions trouvées :

$S1 = E1E2 + \overline{E1}E2 + E1\overline{E2}$

$S1 = E2(E1 + \overline{E1}) + E1\overline{E2}$

$S1 = E2 + E1\overline{E2}$ *avec* $E2 + \overline{E2}E1 = E2 + E1$ *d'après le théorème d'allongement*

$S1 = E1 + E2$

$S2 = \overline{E1} + \overline{E1 + E2}$

$S2 = \overline{E1} + \overline{E1}\,\overline{E2}$

$S2 = \overline{E1}(1 + \overline{E2})$

$S2 = \overline{E1}$

$S3 = E1E2 + E2 + E1\overline{E2}$

$S3 = E1(E2 + \overline{E2}) + E2$

$S3 = E1 + E2$

$S4 = \overline{E1}E2 + E1E2 + E1\overline{E2}$

$S4 = E2(\overline{E1} + E1) + E1\overline{E2}$

$S4 = E2 + E1\overline{E2}$ *avec* $E2 + \overline{E2}E1 = E2 + E1$ *d'après le théorème d'allongement*

$S4 = E1 + E2$

<u>Corrigé de l'exercice N°08 :</u> *Commande d'une serrure*

1) La table de vérité de la serrure S.

A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

2) L'expression de la sortie S

$S = \bar{A}BCD + A\bar{B}CD + AB\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}D + ABC\bar{D} + ABCD$

3) Simplification de l'expression de S avec le tableau de Karnaugh

AB / CD	00	01	11	10
00			1	
01			1	
11		1	1	1
10			1	

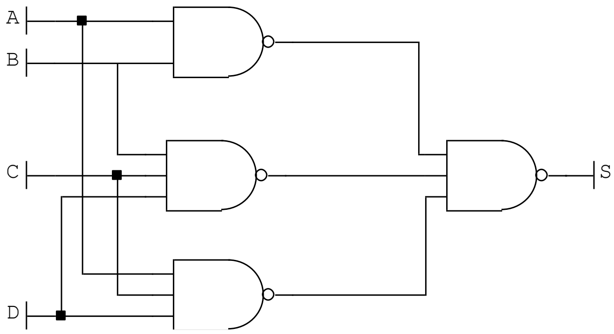
$S = BCD + ACD + AB$

4) Le logigramme de la serrure S à l'aide des portes NAND uniquement

$S = BCD + ACD + AB$

$S = \bar{\bar{S}} = \overline{\overline{BCD + ACD + AB}}$

$S = \bar{\bar{S}} = \overline{\overline{BCD}.\overline{ACD}.\overline{AB}}$


A
B
C
D
S

Corrigé de l'exercice supplémentaire N°02 : *Commande de lampes*

3) Les expressions des fonctions binaires R et S

A	B	C	R	S
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

$\bar{R} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}$

$R = A + B + C$

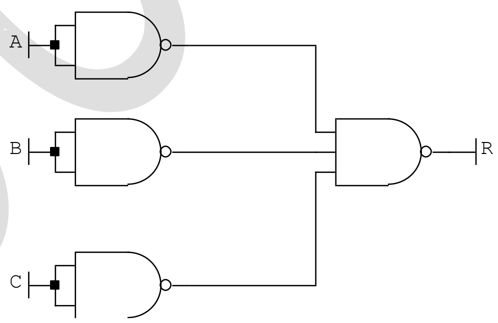
$S = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$

AB / C	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

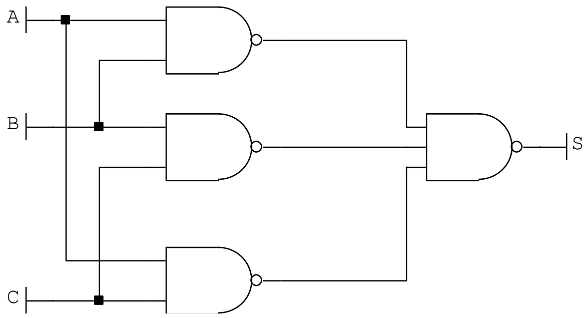
$S = BC + AB + AC$

4) Les logigrammes à l'aide de portes Non-Et (NAND) uniquement

$R = A + B + C = \overline{\overline{A + B + C}} = \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}$



$S = BC + AB + AC = \overline{\overline{BC + AB + AC}} = \overline{\overline{BC}\,\overline{AB}\,\overline{AC}}$


A
B
C
S