Université A.Mira de Bejaia - Faculté de technologie
Département de Génie électrique – 2ème année Licence
Module : Electronique Fondamentale 1

Février 2022

Série de TD N°02 : Chapitre 2
Quadripôle passifs et filtres électriques

Exercice 01

Soit le quadripôle de forme (π) suivant :

1) Déterminer les paramètres de la matrice admittance Y.
2) Donner le schéma équivalent du quadripôle.

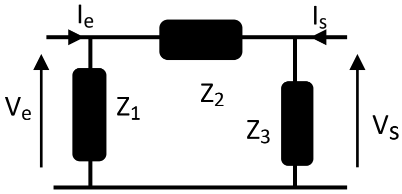


Figure -1-

Solution :

Matrice admittance

$$\begin{cases} I_e = Y_{11}V_e + Y_{12}V_s \\ I_s = Y_{21}V_e + Y_{22}V_s \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I_e \\ I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_e \\ V_s \end{bmatrix}$$

Les éléments de matrices Y_{ij} se déduise en court-circuit appliqué au quadripôle :

- Sortie en court-circuit Vs=***0***

Admittance d'entrée $Y_{11} = \frac{I_e}{V_e}$

Admittance de transfert directe $Y_{21} = \frac{I_s}{V_e}$

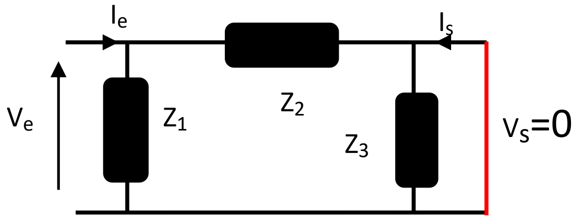


Figure -1-

On remarque que Z_3 est court-circuité donc :

Nous pouvons toujours utiliser la loi des mailles ou bien directement diviseur de courant car $Z_1 // Z_2$:

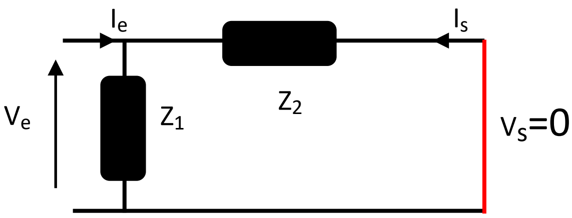


Figure -1-

$$I_s = -\frac{Z_1}{Z_1+Z_2} I_e \,; \quad V_e = -Z_2 I_s = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1+Z_2} I_e$$

$$Y_{11} = \frac{I_e}{V_e} = \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2}$$

$$Y_{21} = \frac{I_s}{V_e} = -\frac{1}{Z_2}$$

- Entrée en court-circuit Ve=***0***

Admittance de sortie $Y_{22} = \frac{I_s}{V_s}$

Admittance de transfert inverse $Y_{12} = \frac{I_e}{V_s}$

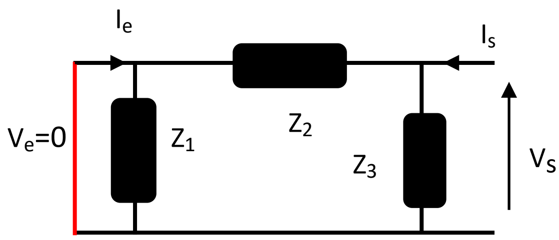


Figure -1-

On remarque que Z_1 est court-circuité donc :

Nous pouvons toujours utiliser la loi des mailles ou bien directement diviseur de courant car $Z_3 // Z_2$:

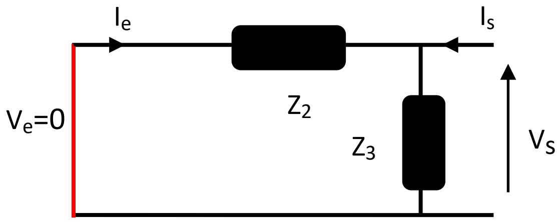


Figure -1-

$$I_e = -\frac{Z_3}{Z_3+Z_2} I_s \;;\; V_s = -Z_2 I_e = \frac{Z_3 Z_2}{Z_3+Z_2} I_s$$

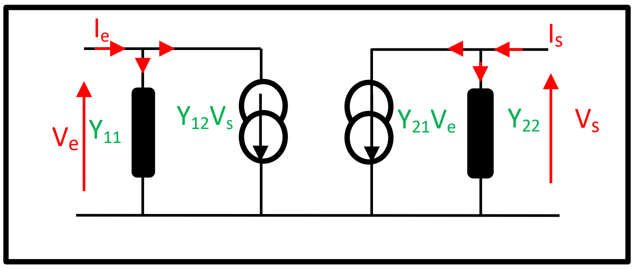
$$Y_{22} = \frac{I_s}{V_s} = \frac{Z_3+Z_2}{Z_3 Z_2}$$

$$Y_{12} = \frac{I_e}{V_s} = -\frac{1}{Z_2}$$

Donc la matrice : $Y = \begin{bmatrix} \frac{Z_1+Z_2}{Z_1 Z_2} & -\frac{1}{Z_2} \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{Z_3+Z_2}{Z_3 Z_2} \end{bmatrix}$

2. le schéma équivalent

$$\begin{cases} I_e = Y_{11} V_e + Y_{12} V_s \\ I_s = Y_{21} V_e + Y_{22} V_s \end{cases}$$



Exercice 02

Soit le quadripôle de la figure 3. Déterminer les paramètres de la matrice impédance Z.

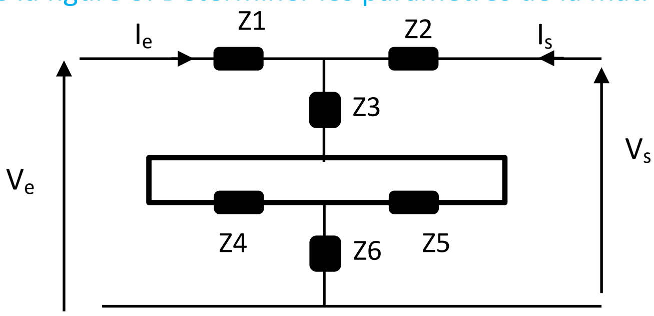


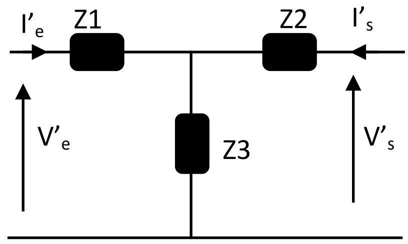
Figure 2-

Solution :

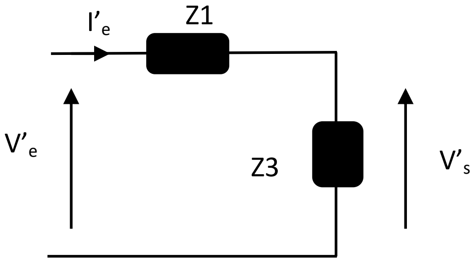
Nous pouvons remarquer que ce quadripôle est constitué de deux quadripôles en forme de (T) en série :

1^{er} quadripole :

Les paramètres Z du quadripôle (en forme étoile T) suivant :



- Sortie ouverte $I'_s=0$ le circuit devient :



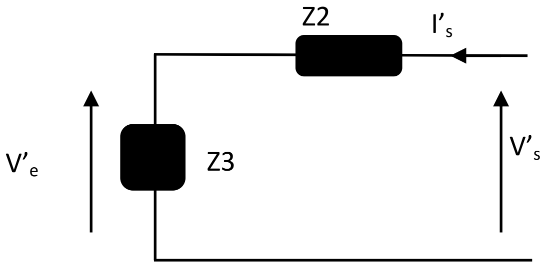
$V_e' = (Z1+Z3) * I_e'$

$Z_{11} = \frac{V_e'}{I_e'} = (Z1+Z3)$

$V_s' = Z3 * I_e'$

$Z_{21} = \frac{V_s'}{I_e'} = Z3$

- Entrée ouverte $I'_e=0$ le circuit devient :



$V_s' = (Z2+Z3) * I_s'$

$Z_{22} = \frac{V_s'}{I_s'} = (Z2+Z3)$

$V_e' = Z3 * I_s'$

$Z_{12} = \frac{V_e'}{I_s'} = Z3$

Donc la matrice impédance du 1[er] quadripôle est :$Z' = \begin{bmatrix} Z1+Z3 & Z3 \\ Z3 & Z2+Z3 \end{bmatrix}$

De la même manière :

La matrice impédance du second quadripôle : $Z'' = \begin{bmatrix} Z4+Z6 & Z6 \\ Z6 & Z5+Z6 \end{bmatrix}$

Deux quadripôle en série :

$$Z = Z' + Z'' = \begin{bmatrix} Z1+Z3+Z4+Z6 & Z3+Z6 \\ Z3+Z6 & Z2+Z3+Z5+Z6 \end{bmatrix}$$

Exercice 03

Déterminer l'impédance d'entrée Z_e du quadripôle représenté sur la figure -2- alimentant une charge résistive R_c.

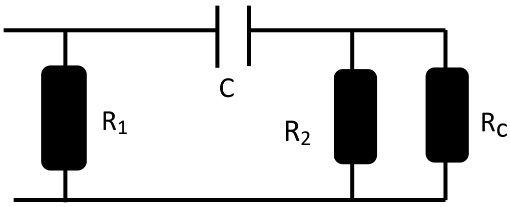


Figure -2-

<u>Solution :</u>

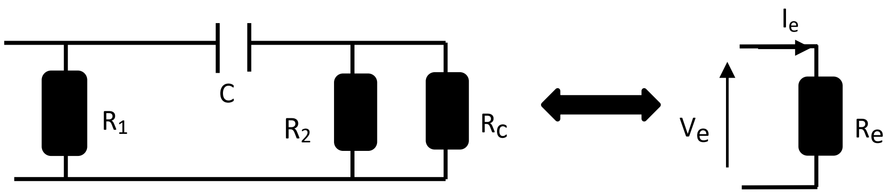
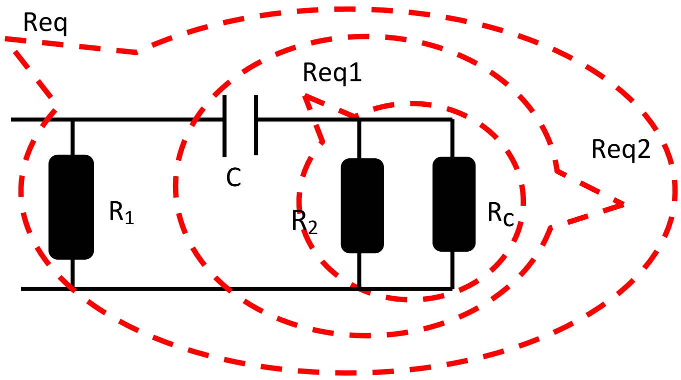


Figure -2-



$Z_e = \frac{V_e}{I_e}$; Z_e est l'impédance équivalente vue des bornes d'entrée

$R_{eq1} = R_2 // R_c = \frac{R_2 R_c}{R_2+R_c}$

$R_{eq2} = R_{eq1}\ en\ série\ avc\ C = \frac{R_2 R_c}{R_2+R_c} + \frac{1}{jC\omega}$

$$Re = R_{eq} = R_1 \parallel R_{eq2} = \frac{R_1\left(\frac{R_2 R_C}{R_2+R_C}+\frac{1}{jC\omega}\right)}{R_1+\left(\frac{R_2 R_C}{R_2+R_C}+\frac{1}{jC\omega}\right)} = \frac{R_1 R_2 R_c C\omega - jR_1(R_2+R_c)}{(R_2R_1+R_1R_c+R_2R_c)C\omega - j(R_2+R_c)}$$

Exercice 04

Soit le filtre de la figure -4- .

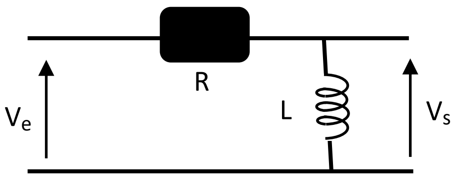


Figure -4-

1. Calculer sa fonction de transfert $(\omega) = \frac{V_s}{V_e}$.
2. Donner les expressions de l'amplitude G(ω) et de la phase φ(ω) de la fonction de transfert.
3. Déterminer la fréquence de coupure de ce filtre f_c à -3dB.
4. Donner les expressions du gain G_{dB} et de la phase φ en fonction de ω et ω_c.
5. Représenter les asymptotes des deux graphe $G_{dB} = f(x)\ et\ \varphi = g(x)\ \ avec\ x = \frac{\omega}{\omega_c}$.
6. Tracer le diagramme de Bode

Solution :

1. Nous avons un diviseur de tension donc :

$V_s = \frac{jL\omega}{R+jL\omega} V_e$

$H(\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{jL\omega}{R+jL\omega} = \frac{1}{1+j\frac{R}{L\omega}}$

2.

$$G(\omega) = |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{R}{L\omega})^2}}$$

$$\varphi(\omega) = \arg\big(H(\omega)\big) = \arg(jL\omega) - \arg(R + jL\omega)$$

$$\varphi(\omega) = \arctan(\infty) - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right) = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$$

3. Soit ω_c la pulsation de coupure

On a $\quad G(\omega_c) = \frac{Gmax}{\sqrt{2}}$

$\max\left(\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{L\omega}\right)^2}}\right) = 1$ *lorsque* ω *tend vers* ∞

$$G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{R}{L\omega_c})^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \ \textit{ on déduit que } \omega_c = \frac{R}{L} \ ; \ f_c = \frac{R}{2\pi L}$$

4. $H = \frac{1}{1+j\frac{\omega_c}{\omega}}$

$G = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega_c}{\omega})^2}}$; $G_{dB} = 20\log\left(\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}\right) = -10\log(1+\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2)$

$\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan(\frac{\omega}{\omega_c})$

5. Soit $x = \frac{\omega}{\omega_c}$

$$\begin{cases} G_{dB} = -10\log(1 + x^{-2}) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan(x) \end{cases}$$

Asymptotes de la réponse en gain

$$\begin{cases} x \to 0^+ \ ; \ G_{dB} \cong -10\log(x^{-2}) = 20\log(x) \ ; \textit{asymptote oblique de pente } 20dB \textit{ par decade} \\ x \to \infty \ ; \ G_{dB} \cong -10\log(1) = 0 \ ; \textit{asymptote horizontale } (l'axedes\ abscisses) \end{cases}$$

Asymptotes de la réponse en phase

$$\begin{cases} x \to 0 \ ; \ \varphi \to \frac{\pi}{2} \ ; \quad \textit{asymptote horizontale} \\ x \to \infty \ ; \ x \to 0 \ ; \textit{asymptote horizontale } (l'axe\ des\ abscisses) \end{cases}$$

On peut choisir quelques valeurs de x pour faciliter le dessin

x	10^{-2}	10^{-1}	1	10	100
G_{dB}	-40	-20	-3	-0.04	-0.00043

φ (radian)	1.56	1.47	0.785	0.0099	0.0099