CHAPITRE 1 : INTRODUCTION AUX Modèles linéaire ARIMA

Plan du chapitre

Section 1 : Présentation et analyse théorique des séries chronologiques

1. Introduction
2. Décomposition d’une série chronologique
3. Les modèles d’une série chronologique
4. Analyse des composantes
5. Estimation de la tendance
6. Estimation des variations saisonnières
7. Série corrigée des variations saisonnières et prédiction
8. Série C.V.S.
9. Prédiction

**Introduction :**

Une série temporelle (chronologique) est une suite d’observation indicée dans le temps comme par exemples : le chiffre d’affaires d’une entreprise, l’effectif annuel de la population, l’indice des prix à la consommation. La période des observations est variable et le plus souvent les séries chronologiques sont mensuelles (t=12), semestrielles (t=2), trimestrielles (t=4), annuelles (t=1). On peut distinguer dans l’évolution d’une série chronologique quatre (4) composantes :

1. **DECOMPOSITION D’UNE SERIE CHRONOLOGIQUE**

Le but de la décomposition d’une série chronologique est de distinguer dans l’évolution de la série, une tendance « générale », des variations saisonnières qui se répètent chaque année, et des variations accidentelles imprévisibles. L’intérêt de ceci est d’une part de mieux comprendre, de mieux décrire l’évolution de la série, et d’autre part de prévoir son évolution (à partir de la tendance et des variations saisonnières).

**Les composantes d’une série chronologique**

1. **La tendance générale "T" :** représente l’évolution à long terme des phénomènes étudiées, cette tendance soit à la hausse, soit à la baisse.
2. **La composante saisonnière "saisonnalité S" :** les variables saisonnières ou les fluctuations périodiques représentent les variations au même moment de la période considérée
3. **La composante cyclique "C" :** cette composante se trouve généralement dans les séries de longue durée, elle nous renseigne sur les variations cycliques de la série étudiée.
4. **La composante aléatoire (les variations accidentelles "A") :** ce sont des variations imprévisibles dues à des évènements perturbateurs (grève) ou bien à des évènements aléatoires.

**Exemple d’une série chronologique trimestrielle**

On s’intéresse ici au Chiffre d’Affaires trimestriel de l’entreprise entre 2017 et 2019. Deux façons équivalentes de présenter ce jeu de données :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 2017 | 2018 | 2019 |
| I | 306 | 327 | 362 |
| II | 344 | 345 | 387 |
| III | 333 | 347 | 382 |
| IV | 373 | 406 | 437 |

**Représentation graphique**



La représentation graphique du chiffre d’affaires montre qu’elle est fortement saisonnière, cette saisonnalité est liée au premier et quatrième trimestre de chaque année.

1. **Les modèles des séries chronologiques**

* **Modèle additif :** lorsque l’amplitude des variations reste à peu près constante. La variation des phénomènes étudiés s’explique comme la somme des 4 composantes :
* **Modèle multiplicatif :** lorsque l’amplitude n’est pas constante, les variations des phénomènes étudiées peuvent s’expliquer comme le produit des 4 composantes :

On peut le rendre additif en utilisant le log :

1. **Analyse des composantes** :
2. **Ajustement de la tendance par les MCO** : l’ajustement par les moindres carrées ordinaires (MOC) permet de faire sortir la tendance générale de la série. On note t : la variable représentant le temps et : la variable représentant le phénomène étudié.

L’équation de la droite des moindres carrées ordinaires est donnée par :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

La prévision pour un horizon de h période noté :

**Exemple d’application** :

**Retrouver, à l’aide de votre calculatrice, les paramètres de l’équation de la droite d’ajustement *y* = 11*t* + 1014.** Les valeurs des paramètres estimés sont : ***a* = 11 et *b* = 1014.**

D’où l’équation ***y* = 11*t* + 1 014. Pour t=1………12**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Yt | 850 | 1050 | 1070 | 1120 | 1150 | 1020 | 1326 | 950 | 1230 | 1200 | 940 | 1120 |
| Yt | 1025 | 1035 | 1047 | 1058 | 1069 | 1080 | 1091 | 1102 | 1113 | 1124 | 1135 | 1146 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Dependent Variable: Y** | | |  |  |
|  |  |  |  |  |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-Statistic | Prob. |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
| C | **1014.000** | **82.99553** | **12.21753** | **0.0000** |
| T | **11.00000** | **11.27687** | **0.975448** | **0.3523** |
|  |  |  |  |  |

1. **Analyse de la saisonnalité**

**La saisonnalité et les coefficients saisonniers :** les coefficients saisonnier permettre de faire des prévisions sur des séries saisonnières.

1. On calcule des coefficients saisonniers sur la base de la série ***ajustée*** des valeurs observées (On calcul les coefficients. saisonniers et on en fait la moyenne pour chaque sous-période identique (par Trim1 par ex)
2. On peut alors faire la prévision tenant compte de la saisonnalité : les ventes futures obtenues par la droite d’ajustement sont *ressaisonnalisées* grâce aux coefficients saisonniers

**Additif :** Méthode de la différence à la tendance

Si   
Si

 : Coefficients saisonniers

 : Coefficients saisonniers corrigés

**Multiplicatif :** Méthode des rapports à la tendance

Si   
Si avec

**Prévision pour un horizon de h périodes**

Cas additif :

Cas multiplicatif

**Exemple 2 :** soit la série des ventes X observées pendant trois ans. On demande de calculer la prévision des ventes pour les années 2020 et 2021.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | t |  |  |  |  |  |  |
| 2017 | 10  15 | 1  2 | 10  30 | 1  4 | 10,75  12,78 | -0,75  2,22 | -1,48  1,48 | 11,48  13,51 |
| 2018 | 12  20 | 3  4 | 36  80 | 9  16 | 14,81  16,84 | -2,81  3,16 | -2,98  2,98 | 14,98  17,01 |
| 2019 | 16  22 | 5  6 | 80  132 | 25  36 | 18,87  20,9 | -2,87  1,1 | -1,98  1,98 | 17,98  20,01 |

,

**Prévision** Cas additif :

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | t | N |  | CSMP |  |
| 2020 | S1  S2 | 7  8 | 1  2 | 22,93  29,96 | 2,14  2,14 | 20,79  27,11 |
| 2021 | S1  S2 | 9  10 | 3  4 | 26,99  29,02 | -2,14  2,14 | 24,85  31,16 |

**Cas multiplicatif**

**Exemple 2** : soit la série observée pendant 4 ans.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | T1 | T2 | T3 | T4 |
| 2012 | 2000 | 1000 | 700 | 2600 |
| 2013 | 2020 | 1100 | 600 | 3000 |
| 2014 | 2200 | 1120 | 740 | 3200 |
| 2015 | 2260 | 1130 | 800 | 3300 |

Déterminer les composantes de cette série. On suppose que la série est générée par un modèle multiplicatif, calculer la prévision pour l’année 2016 sachant que l’équation de la tendance est donnée par : et les coefficients saisonniers trimestriels sont donnés dans le tableau suivant :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| S1 | S2 | S3 | S4 |
| 1,254 | 0,637 | ? | 1,708 |

**Déterminer la série corrigée des variations saisonnières**

**Solution :**

La représentation graphique montre que la série est fortement saisonnière, cette saisonnalité est liée aux troisième et quatrième trimestres de chaque année.

Les prévisions :

Générée par un modèle multiplicatif

**La série corrigée des variations saisonnière**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | T1 | T2 | T3 | T4 |
| 2012 | 1594,89 | 1569,85 | 1745,63 | 1522,24 |
| 2013 | 1610,84 | 1726,84 | 1496,25 | 1756,44 |
| 2014 | 1754,38 | 1758,24 | 1845,38 | 1873,53 |
| 2015 | 1802,23 | 1773,9 | 1995,01 | 1932,88 |