
Série de TD sur les Intégrales Impropres

Exercice 1

En utilisant le critère de primitive, étudier la nature des intégrales impropres suivantes :

1. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(3x+2)^3} dx$; $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx$.
 2. $\int_0^{+\infty} (x+2)e^{-2x} dx$; $\int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{x^2} dx$.
 3. $\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{e^x+3} dx$; $\int_1^e \frac{3}{x\sqrt{\ln(x)}} dx$.
-

Exercice 2

I. En utilisant le critère de comparaison, étudier la nature des intégrales impropres suivantes :

$$\int_e^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^3+1} dx ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{2+\cos(x)} dx.$$

II. En utilisant le critère d'équivalence, étudier la nature des intégrales suivantes :

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2+5}{x^5+3x+9} dx ; \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} -\ln(\sin(x)) dx.$$

III. En utilisant le critère d'Abel, étudier la nature de l'intégrale impropre suivante :

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) dx.$$

Exercice supplémentaire

I. En utilisant le critère de primitive, étudier la nature des intégrales impropres suivantes :

$$\int_0^1 \frac{e^x}{e^x-e} dx ; \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{\sin(x)} dx ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+2x+1} dx ; \quad \int_0^{+\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2+1} dx.$$

II. Etudier la nature des intégrales impropres suivantes :

- Par le critère de comparaison : $\int_1^{+\infty} e^{-x^2} dx$,
 - Par le critère d'équivalence : $\int_0^{+\infty} \frac{x^2}{x^4+1} dx$.
-