

2) Tableaux statistiques et représentations graphiques:

• les informations statistiques recueillies à l'état "brute" sont pratiquement inexploitable, pour leur donner un sens et une utilité, il faut les ordonner, les classer et les traiter en utilisant les tableaux et les graphes.

• la présentation des données statistiques qualitatives ou quantitative sous forme de tableau statistique représente une étape très importante et indispensable pour les étapes statistiques ultérieures.

• on traduit les tableaux statistiques, par des graphiques de façon à visualiser le comportement de la variable statistique.

• Fréquence absolue (effectif) et fréquence relative:

~~soit~~ Considérons une population composée de n individus décrits selon un caractère X , constitué de k modalités

$x_1, x_2, \dots, x_k$.

→ La ~~représentation~~ représentation de cette information dans un tableau consiste à dénombrer le nombre d'individus possédant chaque modalité puis de les ordonner.

- le tableau théorique est le suivant:

modalités x_i du caractère	x_1 x_2 ... x_i ... x_k
nombre d'individus n_i	n_1 n_2 ... n_i ... n_k

→ Def: on appelle effectif ou fréq. absolue le nombre n_i d'individus ayant pris la modalité x_i du caractère X .

- les observations ordonnées forment une série statistique (ou distribution statistique) qui est constituée de l'ensemble des données et les effectifs correspondants.

$\{ (x_i, n_i), i = \overline{1, l} \}$ est une série statistique.

$$\sum_{i=1}^l n_i = n = n_1 + n_2 + \dots + n_l.$$

→ Def 2: On appelle fréquence ou freq. relative ^{de la modalité x_i} le nombre $f_i = \frac{n_i}{n}$: c'est la proportion d'individus ayant pris la modalité x_i ou en % : $(f_i = \frac{n_i}{n} \times 100) \%$.

$$\sum_{i=1}^l f_i = f_1 + f_2 + \dots + f_l = 1 \text{ et } 0 \leq f_i \leq 1.$$

2.1) Tab. stat. relatif à un caractère qualitatif et représentations graphiques:

lorsque le caractère est qualitatif les modalités x_i sont ordonnées selon les effectifs n_i ($\nearrow$ ou $\searrow$).

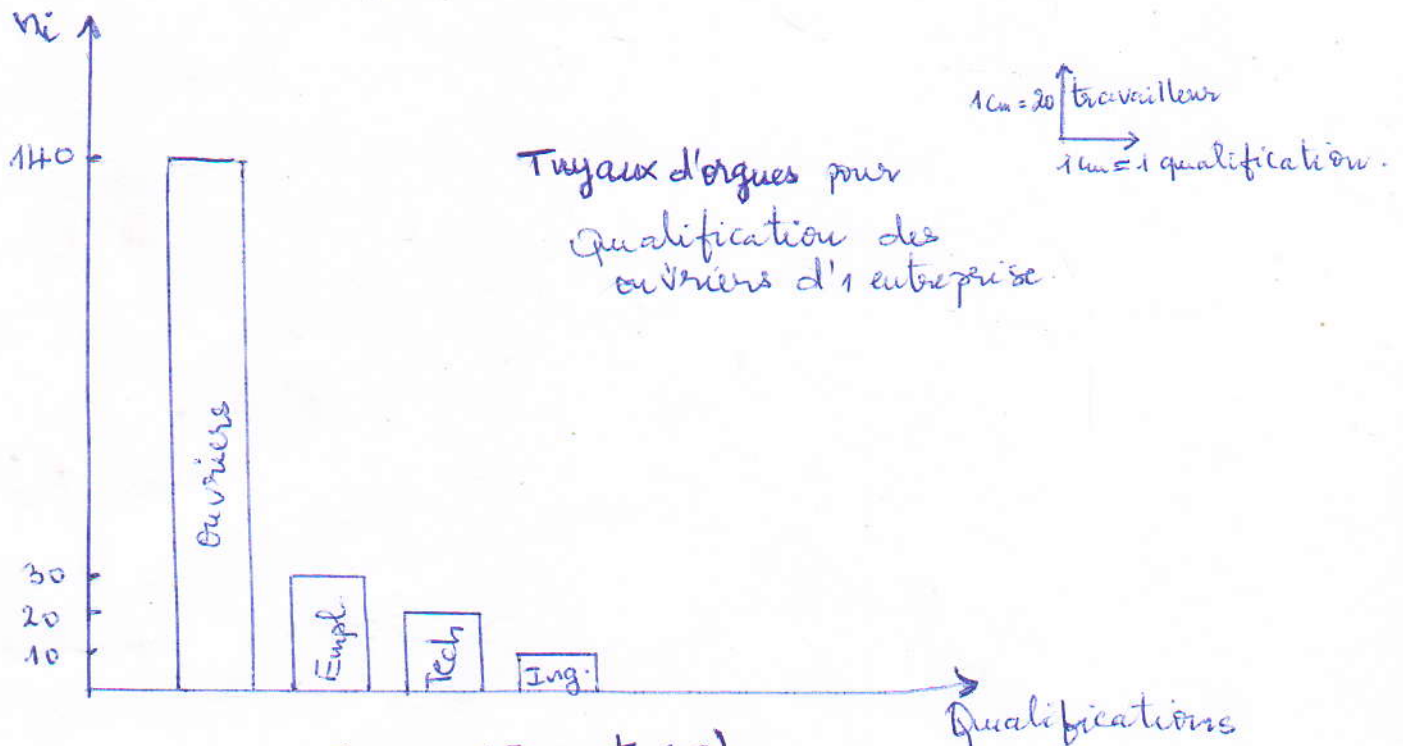
Exemple: La répartition des travailleurs d'une entreprise selon la qualification a été comme suit:

10 ingénieurs, 30 employés, 140 ouvriers et 20 techniciens.
• Pour interpréter ces données, on doit les ranger ds un tableau statistique.

Qualification x_i	nbre de travailleurs n_i	freq. relative f_i	f_i en %
Ouvriers	140	0,7	ou 70%
Employés	30	0,15	ou 15%
Techniciens	20	0,10	ou 10%
Ingénieurs	10	0,05	ou 5%
Total	200	1	ou 100%

• Représentation graphique d'un caractère qualitatif:

a) Tuyaux d'orgue: ce type de représentation s'obtient en construisant autant de colonnes que de modalités du caractère. Les colonnes sont des rectangles de base constante et de hauteur proportionnelle aux f_i (ou n_i).



b) Diagramme circulaire: (à secteurs).

Le diagramme circulaire permet de visualiser la part relative de chaque modalité du caractère. Le support de cette représentation est un cercle divisé en autant de portions que de modalités du caractère.

l'angle θ_i indiquant la portion est donné par:

$$\theta_i = 360^\circ \times \frac{n_i}{n} = 360^\circ \times f_i$$

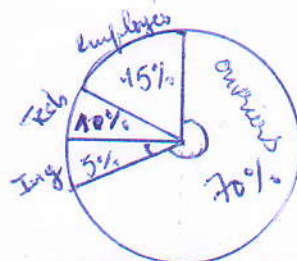
Exemple: la répartition des travailleurs selon la qualification.

$$\theta_1 = 360^\circ \times f_1 = 360^\circ \times 0,7 = 252^\circ$$

$$\theta_2 = 360^\circ \times 0,15 = 54^\circ$$

$$\theta_3 = 360^\circ \times 0,10 = 36^\circ$$

$$\theta_4 = 360^\circ \times 0,05 = 18^\circ$$



- Diagramme circulaire -

2.2) Caractère Quantitatif:

a) Variable statistique discrète:

Exemple 2: Distribution statistique du nbre de pièces par logement.

nbre de pièce x_i	1	2	3	4	5	6	Total
nbre de logts n_i	5	10	20	30	25	10	100
f_i	0,05	0,1	0,2	0,3	0,25	0,1	1

tab. stat. de la répartition des logts selon le nbre de pièces

La représentation graphique adéquate d'une ~~variable~~ v.s. discrète est le diagramme en bâtons: à chaque valeur x_i de la v.s. on fait correspondre un bâton dont la hauteur est proportionnelle à n_i ou f_i .

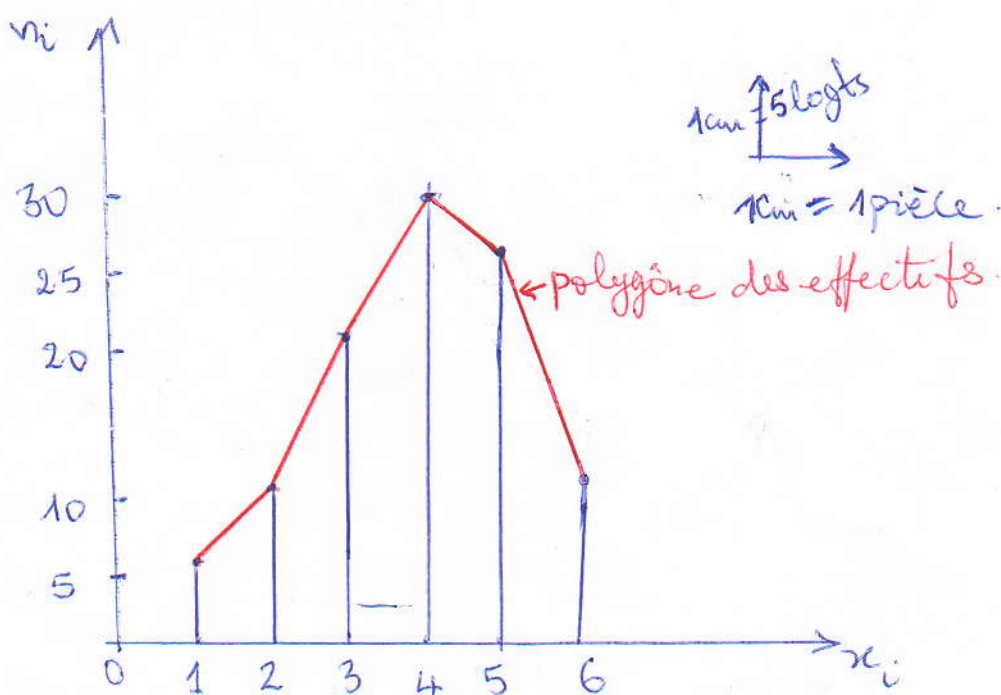


Diagramme en bâtons du nbre de pièces par logt.

Règle: si l'on joint les sommets des bâtons on obtient le polygone des effectifs (ou des fréquences).

→ Def 3: on appelle effectif cumulée (resp. fréquence cumulée)

le nbre N_i (resp. F_i) t. q.

$$N_i = \sum_{j=1}^i n_j \quad (\text{resp. } F_i = \sum_{j=1}^i f_j).$$

la fréquence F_i répond à la question "quelle est la proportion d'individus ayant le caractère inférieur à x_{i+1} ou supérieur ou égal à x_i ." →

→ Def 4: La courbe cumulative (ou polygône des fréquences cumulée) (absolues ou relatives) est la représentation graphique de ces fréquences cumulée.

• Dans le cas d'une v.s. discrète, la courbe cumulative est la représentation d'une fct en escalier dont les paliers horizontaux ont pour coordonnées (x_i, F_i) .

cette fct est appelée fct de répartition empirique, définie

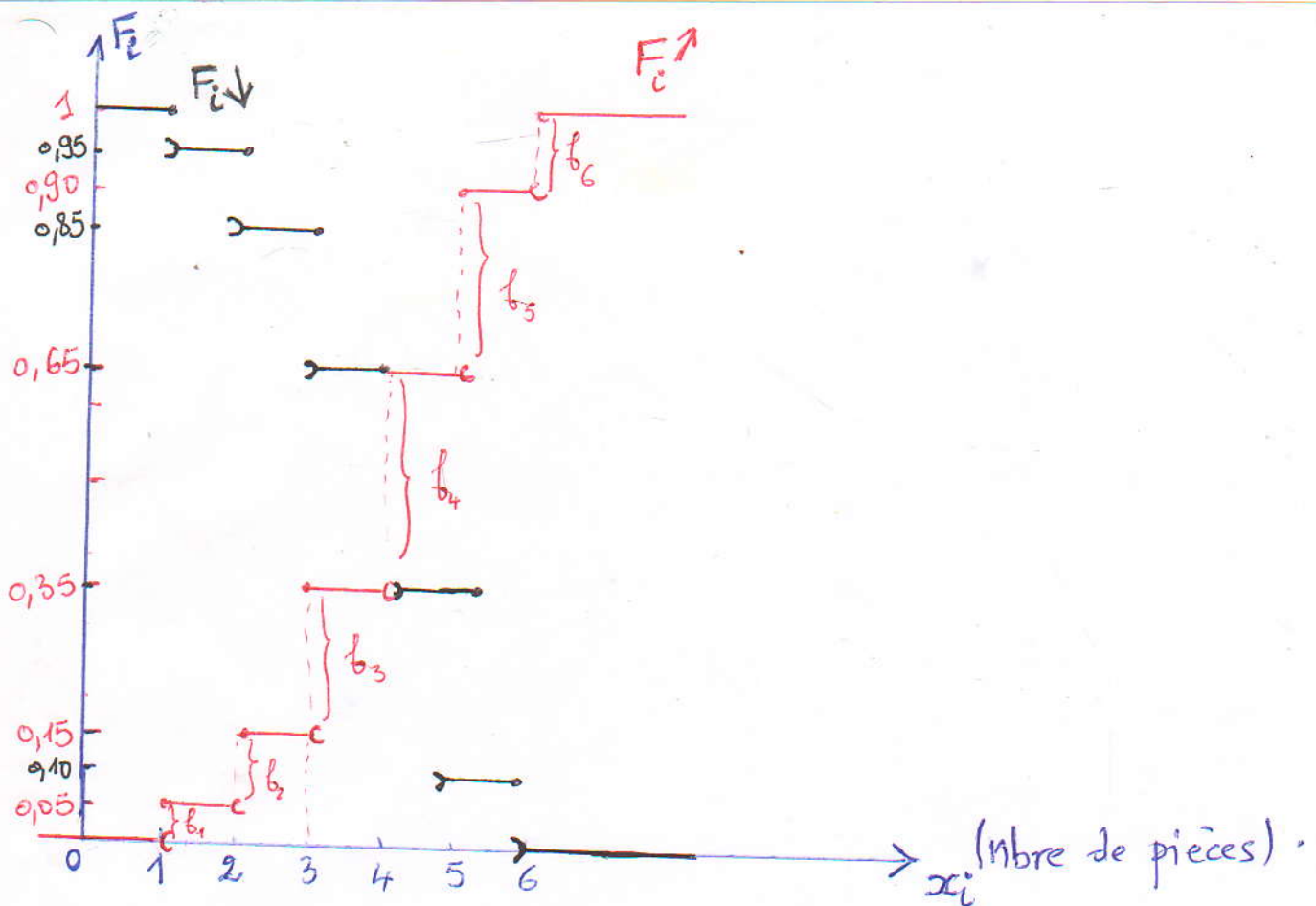
par: $F: \mathbb{R} \longrightarrow [0, 1]$

$$x \longmapsto F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < x_1 \\ f_1 & \text{si } x_1 \leq x < x_2 \\ f_1 + f_2 & \text{si } x_2 \leq x < x_3 \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^i f_j & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1} \\ 1 & \text{si } x \geq x_h \end{cases}$$

pour l'exemple: répartition des logs selon le nbre de pièces

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ 0,05 & \text{si } 1 \leq x < 2 \\ 0,15 & \text{si } 2 \leq x < 3 \\ 0,35 & \text{si } 3 \leq x < 4 \\ 0,65 & \text{si } 4 \leq x < 5 \\ 0,90 & \text{si } 5 \leq x < 6 \\ 1 & \text{si } x \geq 6 \end{cases}$$

• Rem: la fct F est discont en chaque pt de la v.s.



- Courbe cumulative croissante du nbre de pièces par $\log \frac{1}{b_i}$.
- Courbe cumulative décroissante du nbre de pièces par $\log \frac{1}{b_i}$.

x_i	n_i	b_i	$F_i \uparrow$	$F_i \downarrow$	$N_i \uparrow$	$N_i \downarrow$
1	5	0,05	0,05	1	5	100
2	10	0,1	0,15	0,95	15	95
3	20	0,2	0,35	0,85	35	85
4	30	0,3	0,65	0,65	65	65
5	25	0,25	0,90	0,35	90	35
6	10	0,1	1	0,10	100	10
Total	100	1	///	///	///	///

Tab. stat. des fréq, fréq cumulées $\uparrow$ et $\downarrow$ du nbre de pièces par $\log \frac{1}{b_i}$.