

Série de TD n°3

Exercice 1

Trois forces agissant sur un objet sont données par :  $\vec{F}_1 = (2\vec{i} - 2\vec{j})N$ ,  $\vec{F}_2 = (-5\vec{i} + 3\vec{j})N$  et  $\vec{F}_3 = (4.5\vec{i})N$ . L'objet subit une accélération de magnitude  $3,6 m/s^2$ .

1. Quelle est la masse de l'objet?
2. Si l'objet est initialement au repos, quelle est sa vitesse après 10s? Quelles sont ses composantes?

Exercice 2

Un footballeur tire un penalty à l'aide d'un ballon de masse  $m = 450 g$  avec une force d'impact de  $560 N$ . La durée de frappe est de  $20 ms$ .

1. Ecrire l'expression de la quantité de mouvement du ballon.
2. Ecrire le théorème de la variation de la quantité de mouvement. En déduire la vitesse du ballon juste après la frappe.

Exercice 3

Une masse  $m$  est lâchée sans vitesse initiale, du point  $A$  au point  $B$  sur une pente inclinée faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale. Le long du parcours  $AB = 3.6m$  les frottements sont nuls. Arrivé au point  $B$ , il continue son parcours sur un plan horizontal  $BC$  caractérisé par un coefficient de frottement cinétique  $\mu_c = 0.5$ .

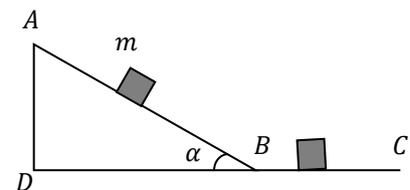


Figure 1

On donne  $g = 10 m.s^{-2}$ .

1. En utilisant le PFD, déterminer l'accélération de la masse  $m$  sur la pente  $AB$ . Quelle est la nature de son mouvement? (Justifier votre réponse). Déduire sa vitesse  $v_B$  au point  $B$  ;
2. Que sera sa vitesse  $v_D$  au point  $D$  si elle fait une chute libre de  $A$  à  $D$ . Conclure.
3. Quelle est la nature du mouvement sur le plan  $BC$  ? (Justifier votre réponse). Déduire la distance parcourue jusqu'à son arrêt  $BC$ .

Exercice 4

Un point matériel de masse  $m = 20kg$  est lâché verticalement sans vitesse initiale. L'air exerce sur ce point une force de frottement opposée à la vitesse et de norme  $f = \alpha v$  ( $\alpha$  un coefficient de frottement positif). On constate que le point matériel atteint une vitesse limite  $v_{lim}$  de  $45 m.s^{-1}$ . On donne  $g = 9.81 m.s^{-2}$ .

1. Représenter et écrire les différentes forces s'exerçant sur le point matériel.
2. Etablir l'équation vectorielle du mouvement à partir de l'application du principe fondamental de la dynamique.
3. En projetant cette équation vectorielle selon l'axe de chute, établir l'équation scalaire du mouvement.

### Exercice 5

La fusée « Apollo » effectue un voyage de la terre à la lune. La lune est à la distance  $3.84 \times 10^8 \text{ m}$  de la terre. La masse de la terre est  $5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$  tandis que celle de la lune vaut  $7.36 \times 10^{22} \text{ kg}$ .

1. Quelle est l'intensité du champ de pesanteur de la terre et de la lune lorsque la fusée se trouve à mi-chemin entre la terre et la lune?
2. A quelle distance du centre de la terre le champ résultant des deux champs terrestre et lunaire s'annule-t-il?

### Exercice 6

Un pendule élastique vertical est constitué d'un ressort de masse négligeable et de constante de raideur  $K = 100 \text{ N/m}$  d'un solide de masse  $m = 300 \text{ g}$ . A l'équilibre G centre de gravité est confondu avec l'origine du repère  $R(O, \vec{k})$ .

1. Déterminer l'allongement du ressort à l'équilibre
2. On écarte le système de sa position d'équilibre de  $z_1 = 2 \text{ cm}$  et à l'instant  $t = 0$  on l'abandonne sans vitesse initiale. On repère la position G du solide à chaque instant  $t$  par l'élongation  $\overline{OG} = z(t)$ .
  - a. Déterminer l'équation différentielle du mouvement.
  - b. Donner l'équation horaire du mouvement.
  - c. Déterminer la période propre du mouvement.

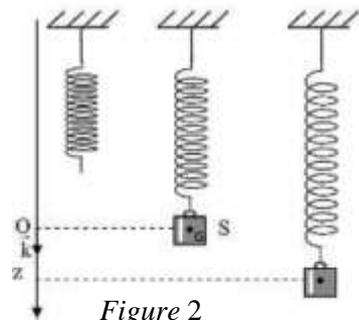


Figure 2

### Exercice 7 (à traiter en cours)

Un pendule simple de longueur  $l$  et de masse  $m$ , est écarté de sa position d'équilibre d'un angle  $\theta_0$ , puis il est abandonné sans vitesse initiale. Etablir l'équation différentielle du mouvement du pendule en utilisant le principe fondamental de la dynamique (PFD) et le théorème du moment cinétique (TMC). Examiner le cas des petites oscillations.

### Exercices supplémentaires

#### Exercice S1

Une explosion fait éclater un rocher en trois morceaux. Deux morceaux s'éloignent à angle droit l'un de l'autre, l'un de masse  $m_1 = 1 \text{ kg}$  part à la vitesse de  $v_1 = 12 \text{ m.s}^{-1}$  et l'autre de masse  $m_2 = 2 \text{ kg}$  part à la vitesse de  $v_2 = 8 \text{ m.s}^{-1}$ . Le troisième morceau s'en va à la vitesse  $v_3 = 40 \text{ m.s}^{-1}$ . Trouver la direction du troisième morceau ainsi que sa masse.

#### Exercice S2

Un satellite fait le tour de la terre toutes les 98 minutes à une altitude moyenne de  $500 \text{ km}$ . Sachant que le rayon de la terre est  $R = 6.4 \times 10^6 \text{ m}$  :

1. Calculer la masse de la terre  $M_T$ .
2. A quelle altitude, par rapport à la surface de la terre, il aura une accélération de la pesanteur  $g = 4.5 \text{ m/s}^2$  ?

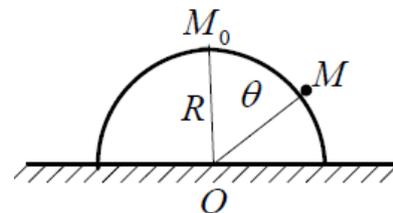
#### Exercice S3

Un athlète de hauteur  $H$  bras levé, lance un objet de masse  $m$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  située dans le plan  $XOY$  sous un angle  $\alpha$  par rapport au sol. On suppose que l'objet n'est soumis qu'à la force de pesanteur. On notera  $g$  l'accélération de la pesanteur.

1. Trouver les composantes cartésiennes des vecteurs accélération et vitesse ;
2. Trouver les équations horaires ( $x(t)$  et  $y(t)$ ). En déduire l'équation de la trajectoire ;
3. Exprimer en fonction de  $v_0$ ,  $g$  et  $\alpha$  la durée  $t_s$  nécessaire pour que l'objet atteigne le sommet de la trajectoire. Etablir les coordonnées  $(x_s, y_s)$  du sommet de la trajectoire.
4. Dans le cas où l'objet est soumis à une force de frottement de type  $\vec{f}_r = -k\vec{v}$ , écrire les équations différentielles du mouvement.

### Exercices S4

Une demi-sphère de rayon  $R = 2m$  et de centre  $O$  repose sur un plan horizontal. Une particule de masse  $m$ , partant du repos du point  $M_0$  situé en haut de la demi sphère, glisse sous l'action de son poids.



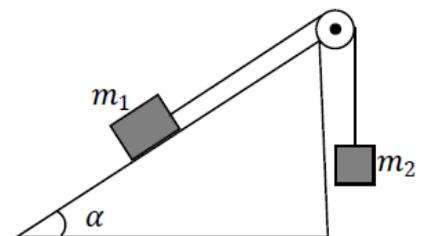
1. Ecrire l'équation différentielle du mouvement de la particule au cours de son glissement, sachant que le coefficient de frottement cinématique sur la surface de la sphère est  $\mu_c$ .
2. En négligeant les frottements :
  - a- démontrer que la vitesse acquise au point  $M$  défini par l'angle  $\theta = \widehat{MOM_0}$  est donnée par l'expression  $v = 2Rg(1 - \cos(\theta))$ ,
  - b- en déduire alors l'angle  $\theta_0$  sous lequel la particule quitte la surface de la sphère.
  - c- calculer la vitesse  $v_0$  correspondante.

Au moment où la particule quitte le point  $M$  avec la vitesse  $v_0$ :

- Trouver la vitesse  $v$  instantanée en fonction de  $\theta_0$ ,  $v_0$ ,  $g$  et le temps  $t$ .
- les modules des forces tangentielle et normale.

### Exercice S5

Un corps  $M_1$  de masse  $m_1 = 10kg$ , posé sur un plan incliné faisant un angle  $\theta = 30^\circ$  avec l'horizontale, est relié à un corps  $M_2$  de masse  $m_2$  par l'intermédiaire d'un fil inextensible passant par la gorge d'une poulie de masse négligeable (fig. ci-contre). Le contact entre le corps et le plan incliné est caractérisé par des coefficients de frottement statique  $\mu_s = 0.2$  et cinétique  $\mu_c = 0.1$ . (On prendra  $g = 10m/s^2$ ).



1. Calculer la valeur minimale  $m_{2min}$ , du corps  $M_2$ , pour empêcher le corps  $M_1$  de glisser vers le bas.
2. Calculer la valeur maximale  $m_{2max}$ , du corps  $M_2$ , pour maintenir le corps  $M_1$  en équilibre sans déclencher son mouvement vers le haut.
3. On prend  $m_2 = 3kg$ : préciser le sens du déplacement du système et calculer sont