

Corrigé de la série de TD n°2, Radioactivité et réaction nucléaire

Exercice 01.

La composition des atomes sont :

Atomes	Numéro atomique ou Nbre de proton Z	Nombre de masse A	Nbre de neutron N (A-Z)	Nbre d'électron	La charge
$^{12}_6\text{C}$	6	12	12-6=6	6	0
$^{16}_8\text{O}$	8	16	16-8=8	8	0
$^{16}_8\text{O}^{2-}$	8	16	16-8=8	8+2=10	-2
$^{35}_{17}\text{Cl}^-$	17	35	35-17=18	17+1=18	-1
$^{127}_{53}\text{I}^-$	53	127	74	54	-1
$^{40}_{20}\text{Ca}$	20	40	40-20=20	20	0
$^{40}_{20}\text{Ca}^{2+}$	20	40	40-20=20	20-2=18	+2
$^{27}_{13}\text{Al}^{3+}$	13	27	14	13-3=10	+3

Exercice 02.

1- $^{63}_{29}\text{Cu}$ $^{65}_{29}\text{Cu}$

A=63

A=65

Z=29

Z=29

N=34

N=36.

2- $\text{Cu (naturel)} = 63,502 \text{ u.m.a}$

$M_{\text{naturel}} = \sum M_i x_i / \sum x_i$

Avec $\sum x_i = 100 \rightarrow x_1 + x_2 = 100 \rightarrow x_2 = 100 - x_1 \dots (1)$

$M_{\text{naturel}}(\text{Cu}) = \frac{x_1 M_1 + x_2 M_2}{100} \dots (2)$

On remplace l'équation (1) dans (2) ; on obtient :

$$x_1 = \frac{100 \cdot (M_{\text{naturel}}(\text{Cu}) - M_2)}{(M_1 - M_2)} = \frac{100 (63.502 - 64.927)}{(62.929 - 64.927)} = 71.33\%$$

$x_2 = 100 - 71.33 = 28.67\%$

$x^{63}\text{Cu} = 71.33\% \quad \text{ET} \quad x^{65}\text{Cu} = 100 - 71.33 = 28.67\%$

Exercice 03.

1. La constitution des 4 isotopes :

	Nbre de masse (A)	Protons (Z)	Nbre d'électrons	Neutrons (N)
Isotope 1	54	26	26	28
Isotope 2	56			30
Isotope 3	57			31
Isotope 4	58			32

2. La masse moyenne (M) naturelle du fer :

$$\Rightarrow \bar{M} = \frac{M_1 \cdot \chi_1 \% + M_2 \cdot \chi_2 \% + M_3 \cdot \chi_3 \% + M_4 \cdot \chi_4 \%}{100\%}$$

$$\bar{M} = \frac{53,9399 \times 5,84\% + 55,9349 \times 91,75\% + 56,925 \times 2,12\% + 57,933 \times 0,28\%}{100\%}$$

$$M = 55,8396 \text{ g.mol}^{-1}$$

3. Le défaut de masse du noyau ${}_{26}^{56}\text{Fe}$ en uma :

$$\Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - ({}_{26}^{56}\text{Fe})$$

$$\Delta m = (26 \times 1,0073 + 30 \times 1,0086) - 55,9349 \quad \Delta m = 0,5129 \text{ u.m.a}$$

4. Calcul de l'énergie de liaison par nucléon E_l/A de ${}_{26}^{56}\text{Fe}$: $E_l = \Delta m \cdot c^2$;

$$E_l = 0,5129 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 = 7,6627 \cdot 10^{-11} \text{ J Ou J/noyau}$$

$$\frac{E_l}{A} = \frac{7,6627 \cdot 10^{-11}}{56}$$

5. L'énergie libérée lors de
 $= 0,1368 \times 10^{-11} \text{ J/nucléon} = 0,0855 \times 10^8 \text{ eV}$
 $= 8,55 \text{ MeV/nucléon}$

la formation d'1 mole de Fe :

$$\Delta E = 7,6627 \cdot 10^{-11} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} = 4,615 \cdot 10^{13} \text{ J.mol}^{-1}$$

Exercice 04.

L'énergie de liaison par nucléon E_l/A d'un noyau est donnée par la relation :

$$\frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{A} \text{ Avec } \Delta m = (Z \cdot m_p + N \cdot m_n) - m(\text{noyau})$$

$$\Delta E = \Delta m \times c^2 \text{ Avec, } \Delta m \text{ en [Kg] et } c \text{ en [m.s}^{-1}]$$

Pour l'uranium : $\Delta m = (92 \times 1,0073 + 143 \times 1,0086) - 234,9942 = 1,9072 \text{ u.m.a}$

$$\begin{aligned} E_l/A &= 1,9072 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 / 235 = 0,1212 \times 10^{-11} \text{ J/nucléon} \\ &= 0,1212 \times 10^{-11} / 1,66 \cdot 10^{-13} = 7,57 \text{ MeV/nucléon.} \end{aligned}$$

Pour le xénon : $\Delta m = (54 \times 1,0073 + 86 \times 1,0086) - 139,9252 = 1,2086 \text{ u.m.a}$

$$E_l/A = 1,2086 \times 1,66 \cdot 10^{-27} \times (3 \cdot 10^8)^2 / 140 = 0,1289 \times 10^{-11} \text{ J/nucléon.} = 8,056 \text{ MeV/nucléon.}$$

Ou bien $E_l = \Delta m \times 933,75 \text{ (MeV)}$ On peut passer de l'uma au MeV en multipliant l'uma par

933,75

Uranium

$$\frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \times 933,75}{A} = \frac{1,9072 \times 933,75}{235} = 7,57 \text{ MeV/nucléon.}$$

Xénon :

$$\frac{E_l}{A} = \frac{\Delta m \times 933,75}{A} = \frac{1,2086 \times 933,75}{140} = 8,06 \text{ MeV/nucléon.}$$

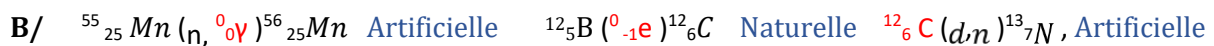
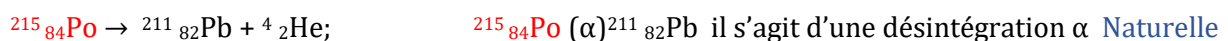
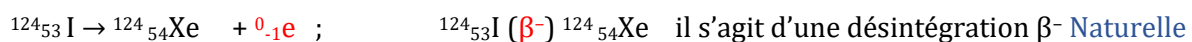
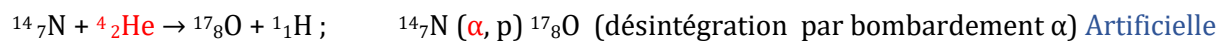
$$\left(\frac{E_l}{A}\right)_{\text{Xénon}} > \left(\frac{E_l}{A}\right)_{\text{Uranium}} \Rightarrow \text{le xénon est plus stable que l'uranium}$$

La règle dit que : "Les noyaux dont l'énergie de liaison par nucléon est la plus grande sont les plus stables." Donc d'après les résultats obtenus de calcul E_l/A on peut déduire que l'**xénon** est le plus stable par rapport l'Uranium

Exercice 5.

I.

A/



II.

- $^9_4\text{Be} (\beta^+, \alpha) ^5_3\text{Li}; \text{ il s'agit d'une réaction de Transmutation}$
- $^2_1\text{H} + ^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}; \text{ il s'agit d'une réaction de Fusion}$
- $^{24}_{12}\text{Mg} (d, \alpha) ^{22}_{11}\text{Na}; \text{ il s'agit d'une réaction de Transmutation}$
- $^{14}_7\text{N} + {}^4_2\text{He} \rightarrow ^{16}_8\text{O} + {}^2_1\text{H} \text{ (Transmutation)}$
- $^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow ^{132}_{51}\text{Sb} + ^{101}_{41}\text{Nb} + {}^3_1\text{H}; \text{ il s'agit d'une réaction de Fission}$
- $^{27}_{13}\text{Al} (\alpha, {}^1_0\text{n}) ^{30}_{15}\text{P}; \text{ il s'agit d'une réaction de Transmutation}$

Exercice 06.

- $^{210}_{85}\text{At} \rightarrow ^A_Z\text{Y} + ^4_2\text{He} \quad A=206 \quad Z=83, (^A_Z\text{Y} = ^{206}_{83}\text{Bi})$
- $|\Delta m| = | [m(\text{Y}) + m(\alpha)] - [m(\text{At})] | = | [205,9785] + 4,0026] - [209,9871] | = 0,006 \text{ u.m.a}$
 $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 8,96 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 5,6 \cdot 10^6 \text{ eV} = 5,6 \text{ MeV}$

Exercice 07.

1) $^{60}_{27}\text{Co} \rightarrow ^0_{-1}e + ^{60}_{28}\text{X}$ Le noyau de l'élément formé $^{60}_{28}\text{X}$ contient 28 protons et 32 neutrons

$$2) N_t = N_0 \exp(-\lambda t) \rightarrow A_t = A_0 \exp(-\lambda t) \rightarrow \lambda t = \ln\left(\frac{A_0}{A_t}\right) \rightarrow \lambda = \frac{1}{t} \ln\left(\frac{A_0}{A_t}\right) = 4,17 \cdot 10^{-9} \text{ s}^{-1}$$

$$3) \frac{A_t}{\lambda} = N_t = 5,3237 \cdot 10^{13} \text{ noyaux}$$

$$N_t = m_t \cdot N_A / M \rightarrow m_t = N_t \cdot M / N_A = 5,43 \cdot 10^{-9} \text{ g}$$

Exercice 08.

- $^{222}_{86}\text{Rn} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^{218}_{84}\text{Y}; (^{218}_{84}\text{Y} = ^{218}_{84}\text{Po})$
- $N_0 = m_0 \cdot N_A / M = 280 \cdot 10^{-3} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} / 222 = 7,596 \cdot 10^{20} \text{ noyaux.}$
 $A_0 = \lambda N_0$ avec $\lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / [3,8 \cdot 24 \cdot 3600] = 2,11 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
 $A_0 = 2,11 \cdot 10^{-6} \cdot 7,596 \cdot 10^{20} = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ dps (ou Bq)} \quad 1 \text{ dps} = 1 \text{ Bq}$
- 1 Ci = $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$ ou dps
- $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$ d'où N_t : nombre de noyaux restant, N_0 : nombre de noyaux initial:

$$N_t = 7,596 \cdot 10^{20} \cdot \exp(-2,11 \cdot 10^{-6} \cdot 15 \cdot 24 \cdot 3600) = 4,9315 \cdot 10^{19} \text{ noyaux}$$

- 90% des noyaux sont désintégrés donc le nombre de noyaux restants est 10%

$$\text{On a } N_t = N_0 e^{-\lambda t} \text{ et } N_t = 0,1 N_0 \rightarrow 0,1 N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\rightarrow 0,1 = e^{-\lambda t}$$

$$\rightarrow \lambda t = -\ln 0,1$$

$$\rightarrow t = \frac{-\ln 0,1}{\lambda} = 1091272,556 \text{ s} = 12,68 \text{ jours.}$$

Exercice supplémentaire

1) a. Détermination de la constante radioactive λ et la période T :

On a : $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$; N_t : nombre de noyaux restant, N_0 : nombre de noyaux initial

$N_0 - N_t$: nombre de noyaux désintégrés = 35,3 % $N_t = 100 - 35,3 = 64,62 \%$

$$\ln \frac{N_0}{N_t} = \lambda t, \lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{N_0}{N_t} \rightarrow \lambda = \frac{1}{1000} \ln 100/64,62$$

$$\rightarrow \lambda = 0,436 \times 10^{-3} \text{ ans}^{-1} = 1,38 \times 10^{-11} \text{ s}^{-1}$$

La période $T = \ln 2 / \lambda = \ln 2 / 0,436 \times 10^{-3} = 1589,8 \text{ ans.}$

b. Masse du radium²²⁶Ra

On a $A_t = 1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ dps}$

On a aussi: $A_t = \lambda N_t \rightarrow N_t = \frac{A_t}{\lambda}$

$$N_t = n_t * N_A = \frac{m_t}{M_{Rn}} * N_A \rightarrow m_t = \frac{N_t * M_{Rn}}{N_A} = \frac{A_t * M_{Rn}}{\lambda * N_A}$$

$$\underline{AN} : m_t = \frac{3,7 \times 10^{10} * 226}{1,38 * 10^{-11} * 6,023 * 10^{23}} = 1,006 \text{ g}$$

2) Calcul de A_0

On a : $A_0 = \lambda N_0$

$$N_0 = n_0 * N_A = \frac{m_0}{M_{Sc}} * N_A = \frac{500 \times 10^{-3} * 6,023 * 10^{23}}{90} = 3,346 * 10^{21} \text{ noyaux}$$

$$\lambda = \ln 2 / T = \ln 2 / 28 = 2,47 \times 10^{-2} \text{ an}^{-1} \text{ ou bien } \lambda = \ln 2 / 28 * 356 * 24 * 3600 = 7,85 * 10^{-10} \text{ s}^{-1}$$

$$A_0 = \lambda N_0 = 3,34 \times 10^{21} \times 7,85 * 10^{-10}$$

$$A_0 = 2,26 \times 10^{12} \text{ dps} = 71 \text{ Ci}$$

a. Calcul de A_t (t=1 an)

$$A_t = A_0 \cdot e^{-\lambda t} = 71 \times e^{-2,47 \cdot 10^{-2}(1)} = 69,4 \text{ Ci}$$

b. Une réduction de 10 % de l'activité initiale

$$A_t = 0,9 \times A_0, \quad 0,9 \times A_0 = A_0 \times e^{-\lambda t} \Rightarrow 0,9 = e^{-\lambda t} \Rightarrow t = -\ln 0,9 / \lambda = 4,27 \text{ ans.}$$