Exercice 01 :

Problème P1

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

- Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
- Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.
- Comme la contrainte 3 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_3.

MAXIMISER: $Z = 1\ X_1 + 2\ X_2$

sous les contraintes

$-3\ X_1 + 2\ X_2 \leq 2$
$-1\ X_1 + 2\ X_2 \leq 4$
$1\ X_1 + 1\ X_2 \leq 5$

$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = 1\ X_1 + 2\ X_2 + 0(e_1 + e_2 + e_3)$

$-3\ X_1 + 2\ X_2 + 1\ e_1 = 2$
$-1\ X_1 + 2\ X_2 + 1\ e_2 = 4$
$1\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ e_3 = 5$

$X_1, X_2, e_1, e_2, e_3 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2, e3) = (0,0,2,4,5)
VB={e1, e2, e3} ; VHB={X1, X2}

Nous avons construit le premier tableau de la méthode du Simplexe.

C_j			1	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
0	e_1	2	-3	2	1	0	0	1
0	e_2	4	-1	2	0	1	0	2
0	e_3	5	1	1	0	0	1	5
Z_j		0	0	0	0	0	0	/
$C_j - Z_j$			1	2	0	0	0	/

C_j			1	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
2	x_2	1	-3/2	1	1/2	0	0	/
0	e_2	2	2	0	-1	1	0	1
0	e_3	4	5/2	0	-1/2	0	1	8/5
Z_j		2	-3	2	1	0	0	/
$C_j - Z_j$			2	0	-1	0	0	/

C_j			1	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
2	x_2	5/2	0	1	-1/4	3/4	0	/
1	x_1	1	1	0	-1/2	1/2	0	/
0	e_3	3/2	0	0	3/4	-5/4	1	2
Z_j		6	1	2	-1	2	0	/
$C_j - Z_j$			0	0	1	-2	0	/

C_j			1	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
2	x_2	3	0	1	0	1/3	1/3	/
1	x_1	2	1	0	0	-1/3	2/3	/
0	e_1	2	0	0	1	-5/3	4/3	/
Z_j		8	1	2	0	1/3	4/3	/
$C_j - Z_j$			0	0	0	-1/3	-4/3	/

La solution est optimale donc :

X1=2 E1 = 2 E3 = 0 Avec Z=8

X2=3 E2 = 0

Exercice 01 :

Problème P2

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.

MAXIMISER: $Z = 20\ X_1 + 25\ X_2$

sous les contraintes

$2\ X_1 + 3\ X_2 \leq 40$
$4\ X_1 + 2\ X_2 \leq 48$
$X_1, X_2 \geq 0$

$\Longrightarrow$

MAXIMISER: $Z = 20\ X_1 + 25\ X_2 + 0(e1 + e2)$

$2\ X_1 + 3\ X_2 + e1 = 40$
$4\ X_1 + 2\ X_2 + e2 = 48$
$X_1, X_2, e_1, e_2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2) = (0,0,40,48)
VB={e1, e2} ; VHB={X1, X2}

Nous avons construit le premier tableau de la méthode du Simplexe.

C_j			20	25	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_1	40	2	3	1	0	40/3
0	e_2	48	4	2	0	1	24
Z_j		0	0	0	0	0	/
$C_j - Z_j$			20	25	0	0	/

C_j			20	25	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
25	x_2	40/3	2/3	1	1/3	0	/
0	e_2	64/3	8/3	0	-2/3	1	8
Z_j		1000/3	50/3	25	25/3	0	/
$C_j - Z_j$			10/3	0	-25/3	0	/

C_j			20	25	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
25	x_2	8	0	1	1/2	-1/4	/
20	x_1	8	1	0	-1/4	3/8	/
Z_j		360	20	25	15/2	5/4	/
$C_j - Z_j$			0	0	-15/2	-5/4	/

La solution est optimale donc :

X1= 8 E1 = 0 Avec Z= 360

X2= 8 E2 = 0

Exercice 01 :

Problème P3

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.

MAXIMISER: $Z = 1\ X_1 + 2\ X_2$

sous les contraintes

$1\ X_1 + 3\ X_2 \leq 3$
$2\ X_1 + 1\ X_2 \leq 2$
$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = 1\ X_1 + 2\ X_2 + + 0(e1 + e2)$

sous les contraintes

$1\ X_1 + 3\ X_2 + 1\ e_1 = 3$
$2\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ e_2 = 2$
$X_1, X_2, e_1, e_2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2) = (0,0,3,2)
VB={e1, e2} ; VHB={X1, X2}

Nous avons construit le premier tableau de la méthode du Simplexe.

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_1	3	1	3	1	0	1
0	e_2	2	2	1	0	1	2
Z_j		0	0	0	0	0	/
$C_j - Z_j$			1	2	0	0	/

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
2	x_2	1	1/3	1	1/3	0	3
0	e_2	1	5/3	0	-1/3	1	3/5
Z_j		2	2/3	2	2/3	0	/
$C_j - Z_j$			1/3	0	-2/3	0	/

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
2	x_2	4/5	0	1	2/5	-1/5	/
1	x_1	3/5	1	0	-1/5	3/5	/
Z_j			1	2	3/5	1/5	/
$C_j - Z_j$			0	0	-3/5	-1/5	/

La solution est optimale donc :

X1= 3/5 E1 = 0 Avec Z= 11/5

X2= 4/5 E2 = 0

Exercice 01 :

Problème P4

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.

MAXIMISER: $Z = -2\,X_1 + 1\,X_2$

sous les contraintes

$-1\,X_1 + 1\,X_2 \leq 2$
$2\,X_1 + 1\,X_2 \leq 6$
$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = -2\,X_1 + 1\,X_2 + 0\,e_1 + 0e_2$

sous les contraintes

$-1\,X_1 + 1\,X_2 + 1\,e_1 = 2$
$2\,X_1 + 1\,X_2 + 1\,e_2 = 6$
$X_1, X_2, e_1, e_2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2) = (0,0,2,6)
VB={e1, e2} ; VHB={X1, X2}

Nous avons construit le premier tableau de la méthode du Simplexe.

C_j			-2	1	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_1	2	-1	1	1	0	2
0	e_2	6	2	1	0	1	6
Z_j		0	0	0	0	0	/
$C_j - Z_j$			-2	1	0	0	/

C_j			-2	1	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
1	x_2	2	-1	1	1	0	
0	e_2	4	3	0	-1	1	
Z_j		2	-2	1	1	0	/
$C_j - Z_j$			0	0	-1	0	/

La solution est optimale donc :

X1= 0 E1 = 0 Avec Z= -2

X2= 2 E2 = 4

Exercice 01 :

Problème P5

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

Comme la contrainte 1 est de type '$\leq$' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
Comme la contrainte 2 est de type '$\leq$' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.

MAXIMISER: $Z = 1\ X_1 + 2\ X_2$

sous les contraintes

$3\ X_1 + 1\ X_2 \leq 10$
$2\ X_1 -1\ X_2 \leq 5$
$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = 1\ X_1 + 2\ X_2 + 0e_1 + 0e_2$

sous les contraintes

$3\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ e_1 = 10$
$2\ X_1 -1\ X_2 + 1\ e_2 = 5$
$X_1, X_2, e_1, e_2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2) = (0,0,10,5)

VB={e1, e2} ; VHB={X1, X2}

Nous avons construit le premier tableau de la méthode du Simplexe.

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_1	10	3	1	1	0	10
0	e_2	5	2	-1	0	1	Négatif /
Z_j		0	0	0	0	0	/
$C_j - Z_j$			1	2	0	0	/

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
2	x_2	10	3	1	1	0	/
0	e_2	15	5	0	1	1	/
Z_j		20	6	2	2	0	/
$C_j - Z_j$			-5	0	-2	0	/

La solution est optimale donc :

X1= 0 E1 = 0 Avec Z= 20

X2= 10 E2 = 15

Exercice 01 :

Problème P6

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.

MAXIMISER: $Z = 3\,X_1 + 2\,X_2$

sous les contraintes

$3\,X_1 + 4\,X_2 \leq 6$
$2\,X_1 - 3\,X_2 \leq 12$
$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = 3\,X_1 + 2\,X_2 + 0e_1 + 0e_2$

sous les contraintes

$3\,X_1 + 4\,X_2 + 1e_1 = 6$
$2\,X_1 - 3\,X_2 + 1\,e_2 = 12$
$X_1, X_2, e_1, e_2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2) = (0,0,6,12)

VB={e1, e2} ; VHB={X1, X2}

Nous avons construit le premier tableau de la méthode du Simplexe.

C_j			3	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_1	6	3	4	1	0	2
0	e_2	12	2	-3	0	1	6
Z_j		0	0	0	0	0	/
$C_j - Z_j$			3	2	0	0	/

C_j			3	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
3	x_1	2	1	4/3	1/3	0	
0	e_2	8	0	-17/3	-2/3	1	
Z_j		6	3	4	1	0	/
$C_j - Z_j$			0	-2	-1	0	/

La solution est optimale donc :

X1= 2 E1 = 0 Avec Z= 6

X2= 0 E2 = 8

Exercice 02 :

Problème P1

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

- Comme la contrainte 1 est de type '=' il est nécessaire d'ajouter la variable artificielle A_1.
- Comme la contrainte 2 est de type '=' il est nécessaire d'ajouter la variable artificielle A_2.
- Comme la contrainte 3 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.

Le problème comporte des variables artificielles , nous utiliserons donc la **méthode Big M.** Comme il s'agit d'un problème de **maximisation, les variables artificielles seront soustraites de la fonction objectif multipliée par un très grand nombre** (représenté par la lettre **M**) de cette manière l'algorithme du simplexe les pénalisera et les éliminera de la base.

Le problème est présenté ci-dessous sous forme standard.

MAX $Z = 1X_1 -2X_2 + 3X_3$

sous les contraintes

$1\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ X_3 = 6$
$0\ X_1 + 2\ X_2 + 3\ X_3 = 10$ $0\ X_1 + 0$
$X_2 + 1\ X_3 \leq 2$

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

MAX $Z = 1X_1 -2X_2 + 3X_3 + 0e_1 - M\ A_1 - M\ A_2$

sous les contraintes

$1\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ X_3 + 1\ A_1 = 6$
$0\ X_1 + 2\ X_2 + 3\ X_3 + 1\ A_2 = 10$
$0\ X_1 + 1\ X_3 + 1\ e_1 = 2$

$X_1, X_2, X_3, e_1, A_1, A_2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, X3, e1, A1,A2) = (0,0,0,2,6,10)

VB={a1,a2,e1} ; VHB={X1, X2}

C_j			1	-2	3	0	-M	-M	/
C_{jB}	X_B	Qte	x_1	x_2	x_3	e_1	A_1	A_2	R_T
-M	A_1	6	1	1	1	0	1	0	6
-M	A_2	10	0	2	3	0	0	1	10/3
0	e_1	2	0	0	1	1	0	0	2
Z_j		-16M	-M	-3M	-4M	0	-M	-M	/
$C_j - Z_j$			1+M	-2+3M	3+4M	0	0	0	/

C_j			1	-2	3	0	-M	-M	/
C_{jB}	X_B	Qte	x_1	x_2	x_3	e_1	A_1	A_2	R_T
-M	A_1	4	1	1	0	-1	1	0	4
-M	A_2	4	0	2	0	-3	0	1	2
3	x_3	2	0	0	1	1	0	0	INF
Z_j		-8M+6	-M	-3M	3	4M+3	-M	-M	/
$C_j - Z_j$			1+M	-2+3M	0	-4M-3	0	0	/

C_j			1	-2	3	0	-M	-M	/
C_{jB}	X_B	Qte	x_1	x_2	x_3	e_1	A_1	A_2	R_T
-M	A_1	2	1	0	0	1/2	1	-1/2	2
-2	x_2	2	0	1	0	-3/2	0	1/2	INF
3	x_3	2	0	0	1	1	0	0	INF
Z_j		-M+2	-M	-2	3	-1/2M+6	-M	1/2M-1	/
$C_j - Z_j$			1+M	0	0	1/2M-6	0	1/2M+1	/

C_j			1	-2	3	0	-M	-M	/
C_{jB}	X_B	Qte	x_1	x_2	x_3	e_1	A_1	A_2	R_T
1	x_1	2	1	0	0	1/2	1	-1/2	
-2	x_2	2	0	1	0	-3/2	0	1/2	
3	x_3	2	0	0	1	1	0	0	
Z_j		5	1	-2	3	13/2	1	-3/2	/
$C_j - Z_j$			0	0	0	-13/2	-1-M	3/2-M	/

La solution est optimale donc :

X1= 2 X3 = 2 Avec Z= -5

X2= 2 E1 = 0

Exercice 02 :

Problème P2

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

Maximiser : $Z = 20X_1 + 25X_2$

Sujet à:

$2X1 + 3X2 \leq 40$

$4X1 + 2X2 \geq 48$

$X1 , X2 \geq 0$

Le problème sera adapté au modèle de programmation linéaire standard, en ajoutant les variables d'écart et/ou artificielles dans chacune des contraintes :

- **Contrainte 1 :** Elle a un signe "≤" (inférieur ou égal) donc la variable d'écart sera ajoutée e_1 .
- **Contrainte 2 :** Elle a un signe "≥" (supérieur ou égal) donc la variable d'écart e_2 sera soustraite et la variable artificielle A_1 sera ajoutée.

Le problème comporte des variables artificielles , nous utiliserons donc la **méthode Big M.** Comme il s'agit d'un problème de **maximisation, les variables artificielles seront soustraites de la fonction objectif multipliée par un très grand nombre** (représenté par la lettre **M**) de cette manière l'algorithme du simplexe les pénalisera et les éliminera de la base.

Le problème est présenté ci-dessous sous forme standard.

Maximiser : $Z = 20X_1 + 25X_2 + 0e_1 + 0E_2 - MA_1$

$2X + 3X_2 + 1e_1 = 40$

$4X_1 + 2X_2 - 1e_2 + 1A_1 = 48$

$X_1, X_2, e_1, e_2, A_1 \geq 0$

C_j			20	25	0	0	-M	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	A_1	R_T
0	e_1	40	2	3	1	0	0	20
-M	A_1	48	4	2	0	-1	1	12
Z_j		-48M	-4M	-2M	0	M	-M	/
$C_j - Z_j$			20+4M	25+2M	0	-M	0	/

C_j			20	25	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_1	16	0	2	1	1/2	8
20	x_1	12	1	1/2	0	-1/4	24
Z_j		240	20	10	0	-5	/
$C_j - Z_j$			0	15	0	5	/

C_j			20	25	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
25	x_2	8	0	1	1/2	1/4	32
20	x_1	8	1	0	-1/4	-3/8	/
Z_j		360	20	25	15/2	-5/4	/
$C_j - Z_j$			0	0	-15/2	5/4	/

C_j			20	25	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
0	e_2	32	0	4	2	1	
20	x_1	20	1	3/2	1/2	0	
Z_j		400	20	30	10	0	/
$C_j - Z_j$			0	-5	-10	0	/

La solution est optimale donc :

X1= 20 E1 = 0 Avec Z= 360

X2= 0 E2 = 32

Maximiser : $Z = 1X_1 + 2X_2$

Exercice 02 :

Problème P3

$1X_1 + 3X_2 \geq 3$
$2X_1 + 1X_2 \leq 2$
$X_1, X_2 \geq 0$

Le problème sera adapté au modèle de programmation linéaire standard, en ajoutant les variables d'écart et/ou artificielles dans chacune des contraintes :

- **Contrainte 1 :** Elle a un signe "≥" (supérieur ou égal) donc la variable d'écart e_1 sera soustraite et la variable artificielle A_1 sera ajoutée.
- **Contrainte 2 :** Elle a un signe "≤" (inférieur ou égal) donc la variable d'écart sera ajoutée e_2 .

Le problème comporte des variables artificielles , nous utiliserons donc la **méthode Big M.** Comme il s'agit d'un problème de **maximisation, les variables artificielles seront soustraites de la fonction objectif multipliée par un très grand nombre** (représenté par la lettre **M**) de cette manière l'algorithme du simplexe les pénalisera et les éliminera de la base.

Le problème est présenté ci-dessous sous forme standard :

$$\text{Maximiser : } Z = 1X_1 + 2X_2 + 0e_1 + 0e_2 - MA_1$$

$$1X_1 + 3X_2 - 1e_1 + 1A_1 = 3$$

$$2X_1 + 1X_2 + 1e_2 = 2$$

$$X_1, X_2, e_1, e_2, A_1 \geq 0$$

C_j			1	2	0	0	-M	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	A_1	R_T
-M	A_1	3	1	3	-1	0	1	1
0	e_2	2	2	1	0	1	0	2
Z_j		-3M	-M	-3M	M	0	-M	/
$C_j - Z_j$			1+M	2+3M	-M	0	0	/

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
2	x_2	1	1/3	1	-1/3	0	/
0	e_2	1	5/3	0	1/3	1	3
Z_j		2	2/3	2	-2/3	0	/
$C_j - Z_j$			1/3	0	2/3	0	/

C_j			1	2	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	R_T
2	x_2	2	2	1	0	1	
0	e_1	3	5	0	1	3	
Z_j		4	4	2	0	2	/
$C_j - Z_j$			-3	0	0	-2	/

La solution est optimale donc :

X1= 0 E1 = 3 Avec Z= 4

X2= 2 E2 = 0

Exercice 03 :

Problème P1

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

- Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
- Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_2.
- Comme la contrainte 3 est de type '≤' il est nécessaire de soustraire la variable d'écart e_3.

MAXIMISER: $Z = 5\ X_1 + 2\ X_2$

sous les contraintes

$2\ X_1 + 1\ X_2 \leq 70$
$1\ X_1 + 0\ X_2 \leq 30$
$1\ X_1 + 1\ X_2 \geq 10$
$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = 5X_1 + 2X_2 + 0e_1 + 0e_2 + 0e_3$

sous les contraintes

$2\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ e_1 = 70$
$1\ X_1 + 1\ e_2 = 30$
$1\ X_1 + 1\ X_2 - 1e_3 = 10$
$X_1, X_2, e_1, e_2, e_3 \geq 0$

Pas de solution réalisable car si on pose :
X1=X2=0 on déduit que e1=70; e2=30 et e3=-10 ce qui est contradictoire avec la contrainte de positivité.
Dans ce cas on va ajouter une variable artificielle est on crée le problème auxiliaire :

MAXIMISER: $W = -a_1$

sous les contraintes

$2\ X_1 + 1\ X_2 + 1\ e_1 = 70$
$1\ X_1 + 1\ e_2 = 30$
$1\ X_1 + 1\ X_2 - 1\ e_3 + 1\ a_1 = 10$
$X_1, X_2, e_1, e_2, e_3, a_1 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2, e3,a1) = (0,0,70,30,0,10)

VB={e1, e2, a1} ; VHB={X1, X2,e3}

Phase I : Résolution du problème auxiliaire

C_j			0	0	0	0	0	-1	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	a_1	R_T
0	e_1	70	2	1	1	0	0	0	35
0	e_2	30	1	0	0	1	0	0	30
-1	a_1	10	1	1	0	0	-1	1	10
W_j		-10	-1	-1	0	0	1	-1	/
$C_j - W_j$			1	1	0	0	-1	0	/

C_j			0	0	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
0	e_1	50	0	-1	1	0	2	
0	e_2	20	0	-1	0	1	1	
0	x_1	10	1	1	0	0	-1	
W_j		0	0	0	0	0	0	/
$C_j - W_j$			0	0	0	0	0	/

La solution est optimale pour le problème auxiliaire :

X1= 10 E1 = 50 Avec W= 0

X2= 0 E2 = 20

E3 = 0

Phase II : Résolution du problème Primale

C_j			5	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
0	e_1	50	0	-1	1	0	2	25
0	e_2	20	0	-1	0	1	1	20
5	x_1	10	1	1	0	0	-1	/
Z_j		50	5	5	0	0	-5	/
$C_j - Z_j$			0	-3	0	0	5	/

C_j			5	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
0	e_1	10	0	1	1	-2	0	10
0	e_3	20	0	-1	0	1	1	/
5	x_1	30	1	0	0	1	0	/
Z_j		150	5	0	0	5	0	/
$C_j - Z_j$			0	2	0	-5	0	/

C_j			5	2	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
2	x_2	10	0	1	1	-2	0	
0	e_3	30	0	0	1	-1	1	
5	x_1	30	1	0	0	1	0	
Z_j		170	5	2	2	3	0	/
$C_j - Z_j$			0	0	-2	-3	0	/

La solution est optimale donc :

X1= 30 E1 = 0 Avec Z= 170

X2= 10 E2 = 0

E3 = 30

Exercice 03 :

Problème P2

On transforme le problème sous sa forme standard, ajoutant des variables d'écart, selon qu'il convient

- Comme la contrainte 1 est de type '≤' il est nécessaire d'ajouter la variable d'écart e_1.
- Comme la contrainte 2 est de type '≤' il est nécessaire de soustraire la variable d'écart e_2.
- Comme la contrainte 3 est de type '≤' il est nécessaire de soustraire la variable d'écart e_3.

MAXIMISER: $Z = 12X_1 + 20X_2$

sous les contraintes

$6\,X_1 + 10\,X_2 \geq 60$
$8\,X_1 + 25\,X_2 \geq 200$
$2\,X_1 + 8\,X_2 \leq 80$
$X_1, X_2 \geq 0$

MAXIMISER: $Z = 12X_1 + 20X_2 + 0(\,e_1 + e_2 + e_3\,)$

sous les contraintes

$6\,X_1 + 10\,X_2 - 1\,e_1 = 60$
$8\,X_1 + 25\,X_2 - 1\,e_2 = 200$
$2\,X_1 + 8\,X_2 + 1\,e_3 = 80$
$X_1, X_2, e_1, e_2, e_3 \geq 0$

Pas de solution réalisable car si on pose :
X1=X2=0 on déduit que e1= -60; e2= -200 et e3=80 ce qui est contradictoire avec la contrainte de positivité.
Dans ce cas on va ajouter des variables artificielle est on crée le problème auxiliaire :

MAXIMISER: $Z = -\,a_1 - \,a_2$

sous les contraintes

$6\,X_1 + 10\,X_2 - 1\,e_1 + a1 = 60$
$8\,X_1 + 25\,X_2 - 1\,e_2 + a2 = 200$
$2\,X_1 + 8\,X_2 + 1\,e_3 = 80$
$X_1, X_2, e_1, e_2, e_3, a1, a2 \geq 0$

La solution réalisable est (X1, X2, e1, e2, e3,a1,a2) = (0,0,0,0,80,60,200)

VB={a1,a2,e3} ; VHB={X1, X2,e1,e2}

Phase I : Résolution du problème auxiliaire

C_j			0	0	0	0	0	-1	-1	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	a_1	a_2	R_T
-1	a_1	60	6	10	-1	0	0	1	0	6
-1	a_2	200	8	25	0	-1	0	0	1	8
0	e_3	80	2	8	0	0	1	0	0	10
W_j		-260	-14	-35	1	1	0	-1	-1	/
$C_j - W_j$			14	35	-1	-1	0	0	0	/

C_j			0	0	0	0	0	-1	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	a_2	R_T
0	x_2	6	3/5	1	-1/10	0	0	0	/
-1	a_2	50	-7	0	5/2	-1	0	1	20
0	e_3	32	-14/5	0	4/5	0	1	0	40
W_j		-50	7	0	-5/2	1	0	-1	/
$C_j - W_j$			-7	0	5/2	-1	0	0	/

C_j			0	0	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
0	x_2	8	8/25	1	0	-1/25	0	
0	e_1	20	-14/5	0	1	-2/5	0	
0	e_3	16	-14/25	0	0	8/25	1	
W_j		0	0	0	0	0	0	/
$C_j - W_j$			0	0	0	0	0	/

La solution est optimale pour le problème auxiliaire est :

X1= 0 E1 = 20 Avec W= 0

X2= 8 E2 = 0

E3 = 16

Phase II : Résolution du problème Primale

C_j			12	20	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
20	x_2	8	8/25	1	0	-1/25	0	25
0	e_1	20	-14/5	0	1	-2/5	0	/
0	e_3	16	-14/25	0	0	8/25	1	/
Z_j		160	32/5	20	0	-4/5	0	/
$C_j - Z_j$			28/25	0	0	4/5	0	/

C_j			12	20	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
12	x_1	25	1	25/8	0	-1/8	0	/
0	e_1	90	0	35/4	1	-3/4	0	/
0	e_3	30	0	7/4	0	1/4	1	120
Z_j		300	12	75/2	0	-3/2	0	/
$C_j - Z_j$			0	-35/2	0	3/2	0	/

C_j			12	20	0	0	0	/
C_{jb}	X_b	Qte	x_1	x_2	e_1	e_2	e_3	R_T
12	x_1	40	1	4	0	0	1/2	/
0	e_1	180	0	14	1	0	3	/
0	e_2	120	0	7	0	1	4	/
Z_j		480	12	48	0	0	6	
$C_j - Z_j$			0	-28	0	0	-6	

La solution est optimale donc :

X1= 40 E1 = 180 Avec Z= 480

X2= 0 E2 = 120

E3 = 0