

1

Exercice 5 : Dans une expérience sur 52 PC, nous avons testé la durée de vie des batteries. Le tableau statistique suivant nous donne le résultat de cette expérience

Les classes (en h)	ni
[3, 4[	15
[4, 5[	22
[5, 6[	8
[6, 7[	7
Total	52

1. Déterminer la population stat, le caractère étudié et préciser sa nature?
2. Compléter le tableau statistique.
3. Trouver les tendances centrales? Et les paramètres de dispersion?
4. Tracer l'histogramme et la courbe cumulative croissante des fréquences de cette série?
5. Donner la proportion des PC dont la durée de vie des batteries est inférieure à 5h30'?

Solution:

1. Population stat: les PC, La taille: $n = 52$ PC.

Le Caractère étudié: Durée de vie des batteries.

Sa nature: Quantitative Continue; Modalités: les classes.

2. Tab. stat. de la durée de vie des batteries des PC.

Classes (en h)	ni	fi	xi	Fi ⁴	ni xi	ni xi ²
[3, 4[	15	0,28	3,5	0,28	52,5	183,75
[4, 5[	22	0,42	4,5	0,70	99	445,5
[5, 6[	8	0,16	5,5	0,86	44	242
[6, 7[	7	0,14	6,5	1	45,5	295,75
Total:	52	1			241	1167

3. Tendances Centrales:

• Moyenne:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 n_i x_i$$

$$= \frac{1}{52} (241) = 4,63$$

$$\rightarrow \boxed{\bar{x} = 4,63}$$

• Mode: [4, 5[: classe modale et $M_0 \in [4, 5[$.

$$\rightarrow M_0 = e_{i-1} + a_i \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \quad \text{ou} \quad \Delta_1 = 0,42 - 0,28 = 0,14$$

$$= 4 + 1 \times \frac{0,14}{0,40}$$

$$\Delta_2 = 0,42 - 0,16 = 0,26$$

$$\Delta_1 + \Delta_2 = 0,40$$

$$\boxed{M_0 = 4,35}$$

• Médiane: $F(4) \leq 0,5 < F(5)$. (2)

$\rightarrow [4,5[$: classe médiane et $Me \in [4,5[$ / $F(Me) = 0,5$.

$$Me = e_{i-1} + \frac{a_i}{h_i} (0,5 - F(e_{i-1})) = 4 + \frac{1}{0,42} (0,5 - 0,28) = 4,52$$

$Q_1 = ?$: $F(3) \leq 0,25 < F(4)$ et $Q_1 \in [3,4[$ / $F(Q_1) = 0,25$.

$$Q_1 = e_{i-1} + \frac{a_i}{h_i} (0,25 - F(e_{i-1})) = 3 + \frac{1}{0,28} (0,25 - 0) = 3,89$$

$Q_3 = ?$: $F(5) \leq 0,75 < F(6)$ et $Q_3 \in [5,6[$ / $F(Q_3) = 0,75$.

$$Q_3 = 5 + \frac{1}{0,16} (0,75 - 0,70) = 5,31$$

Paramètres de dispersion:

• L'étendue: $e = X_{\max} - X_{\min} = 7 - 3 = 4$.

• Variance: $V(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^4 n_i x_i^2 - \bar{x}^2 = \frac{1}{52} (1167) - (4,63)^2 = 1,01$.

• Ecart-type: $\sigma_X = \sqrt{V(X)} = \sqrt{1,01}$

• L'intervalle interquartile: $I_Q = Q_3 - Q_1 = 5,31 - 3,89 = 1,42$.

4 - Histogramme et Courbe Cumulative (à faire)!

5 - On a: $5h30' \in [5,6[$.

$F(x) = F(e_{i-1}) + \frac{h_i}{a_i} (x - e_{i-1})$ où F : fonction de répartition de X .

Donc: $F(5h30') = F(5) + 0,16 \cdot (5,50 - 5)$.

$$= 0,70 + 0,16 \cdot (0,50)$$

$$= 0,78$$

Abs: il y a 78% des PC dont la durée de vie des batteries est $\leq 5h30'$.