Examen final de Physique 1
(Session normale)

Exercice N°1 :(09pts)

Les coordonnées cartésiennes d'un mobile M se déplaçant dans le plan OXY sont :

$$\begin{cases} x(t) = 2\cos(\omega t) + c \\ y(t) = 2\sin(\omega t) + d \end{cases}$$

Où ω, c et d sont des constantes positives.

1. En utilisant l'analyse dimensionnelle, déterminer la dimension de la constante c.

2. Trouver l'équation de la trajectoire et sa nature.

3. On prend $c = d = 0$

3.1 Déterminer les composantes v_x et v_y de la vitesse $\vec{v}$ ainsi que son module.

3.2 Déterminer les composantes a_x et a_y de l'accélération $\vec{a}$ ainsi que son module.

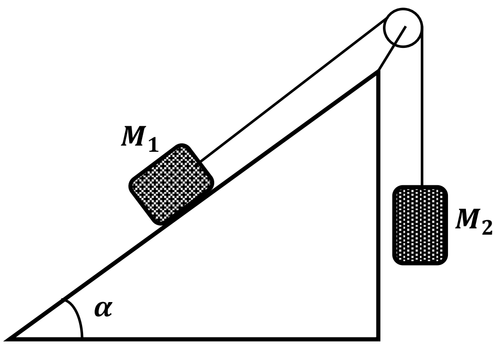
3.3 Trouver les expressions des accélérations normal (a_n) et tangentielle (a_t) de son accélération. Quelle est la nature du mouvement de M ?

3.4 Ecrire les vecteurs unitaires $\vec{u}_t$ et $\vec{u}_n$ de la base intrinsèque dans la base cartésienne $(\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

3.5 Donner les coordonnées polaires ρ et θ du point M.

Exercice N°2 :(08 pts)

Un corps M_1 de masse $m_1 = 10kg$, posé sur un plan incliné faisant un angle α avec l'horizontale, est relié à un corps M_2 de masse m_2 par l'intermédiaire d'un fil inextensible passant par la gorge d'une poulie de masse négligeable (fig. ci-contre). Le contact entre le corps M_1 et le plan incliné est caractérisé par des coefficients de frottement statique $\mu_s = 0.2$ et cinétique $\mu_c = 0.1$ (On prendra $g = 10\,ms^{-2}$ et $\alpha = 30°$).



1. Calculer la valeur minimale m_2, du corps M_2, pour empêcher le corps M_1 de glisser vers le bas (représenter les forces appliquées sur chaque masse).

2. On prend $m_2 = 3kg$. Le système se met en mouvement (le corps M_1 glisse vers le bas)

(a) Représenter les forces appliquées sur chaque masse.

(b) Calculer l'accélération du système.

(c) Calculer la réaction du plan incliné sur la masse m_1 et la tension du fil.

Questions de cours (03pts)

- Donner l'expression du moment cinétique et énoncer le théorème du moment cinétique.
- Ecrire la loi de composition des vitesses (cas du mouvement relatif) et donner la définition de chaque vitesse.
- Donner deux exemples de forces à distances et deux autres forces de contact.

Bon courage

Corrigé

Exercice N° 1 : (09 pts)

1. Dimension de c :

$$[x] = [\cos \omega t] = [c] \rightarrow [c] = L \quad \textbf{(0.5)}$$

2. L'équation cartésienne de sa trajectoire et sa nature.

$$(x-c)^2 + (y-d)^2 = 4(\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t) = 4 \ \textbf{(0.5)}$$

D'où , l'équation cartésienne de sa trajectoire est de la forme:

$$(x-c)^2 + (y-d)^2 = 2^2 \quad \textbf{(0.5)}$$

La nature : un cercle de centre (c, d)et de rayon $R = 2$ **(0.5)**

3. Les composantes de sa vitesse

$$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = -2\,\omega \sin \omega t & \textbf{(0.5)} \\ v_y = \frac{dy}{dt} = 2\,\omega \cos \omega t & \textbf{(0.5)} \end{cases} \Rightarrow \quad v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = 2\omega \ \textbf{(0.5)}$$

4. Les composantes de son accélération

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = -2\,\omega^2 \cos \omega t & \textbf{(0.5)} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -2\,\omega^2 \sin \omega t & \textbf{(0.5)} \end{cases} \Rightarrow \ a = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2} = 2\omega^2 \quad \textbf{(0.5)}$$

5. Les expressions des accélérations normale (a_n) et tangentielle (a_t) de son accélération

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0, \quad \textbf{(0.5)} \qquad a_n = \sqrt{a^2 - {a_t}^2} = a = 2\omega^2 \ \textbf{(0.5)}$$

La trajectoire est **circulaire**, $\boldsymbol{a_t}$ étant nulle : **<u>Mouvement circulaire uniforme</u>** **(0.5)**

6. Les vecteurs unitaires$\vec{u}_t$ et$\vec{u}_n$ de la base intrinsèque dans la base ($\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$).

$$\vec{u}_t = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|} = -\sin \omega t\,\vec{\imath} + \cos \omega t\,\vec{\jmath}\ ,\textbf{(0.75)} \qquad \vec{u}_n = \frac{\vec{a_n}}{\|\vec{a_n}\|} = \frac{\vec{a}}{\|\vec{a}\|} = -\cos \omega t\,\vec{\imath} - \sin \omega t\,\vec{\jmath}\ \textbf{(0.75)}$$

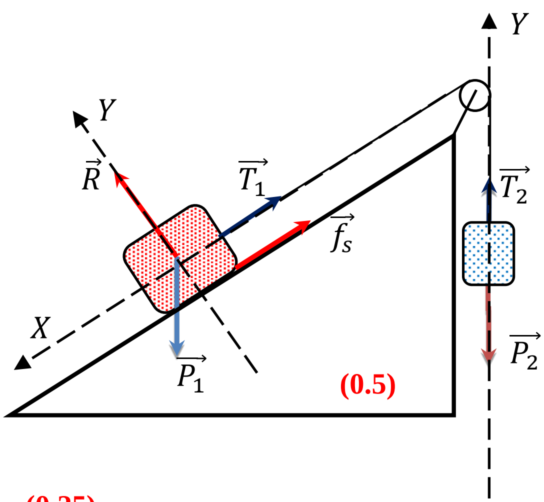
7. Les coordonnées polaires ρ et θ du mobile M

$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2} = 2 \quad \textbf{(0.5)} \qquad \tan\theta = \frac{y}{x} = \tan \omega t \ \Rightarrow \ \theta(t) = \omega t \quad \textbf{(0.5)}$$

Exercice N° 2: (8pts)

1. Le PDF s'écrit :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \rightarrow \begin{cases} (m_1): \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} + \vec{f}_s = \vec{0} \\ (m_2): \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = \vec{0} \end{cases} \quad \textbf{(0.5)}$$



La projection du PFD donne :

$$\begin{cases} (m_1) : \begin{cases} m_1 g sin\alpha - T_1 - f_s = 0 & (1) \\ R - m_1 g cos\alpha = 0 & (2) \end{cases} \\ (m_2): \quad T_2 - m_2 g = 0 & (3) \end{cases} \quad \textbf{(0.75)}$$

A la limite de glissement vers le bas on a $m_2 = m_{2min}$.

Le file est inextensible et de masse négligeable $T_1 = T_2 = T$. **(0.25)**

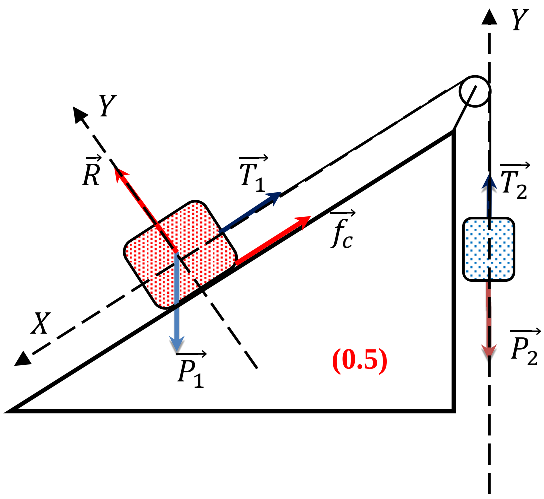
La force de frottement est donnée par : $f_s = \mu_s R = \mu_s m_1 g cos\alpha.$ **(0.5)**

on remplace $f_s$dans (1), ensuite on additionne (1)+(2). Ceci donne :

$$m_{2min} = m_1(sin\alpha - \mu_s cos\alpha) = 3.67kg$$ **(01)**

2.$m_2 < m_{2min} \rightarrow m_1$glisse vers le bas

L'accélération de $m_1$et de $m_2$est la même :



$$PFD: \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a} \rightarrow \begin{cases} (m_1): \vec{P}_1 + \vec{T}_1 + \vec{R} + \vec{f}_c = m_1\vec{a} \\ (m_2): \vec{P}_2 + \vec{T}_2 = m_2\vec{a} \end{cases}$$ **(0.5)**

La projection du PFD donne :

$$\begin{cases} (m_1) : \begin{cases} m_1 g sin\alpha - T_1 - f_c = m_1 a & (1) \\ R - m_1 g cos\alpha = 0 & (2) \end{cases} \\ (m_2): \quad T_2 - m_2 g = m_2 a & (3) \end{cases}$$ **(0.75)**

Le file est inextensible et de masse négligeable$T_1 = T_2 = T.$ **(0.25)**

La force de frottement est donnée par :$f_c = \mu_c R = \mu_c m_1 g cos\alpha.$ **(0.25)**

On remplace $f_c$dans (1), ensuite on additionne (1)+(2). Ceci donne :

$$a = \frac{m_1(sin\alpha - \mu_c cos\alpha) - m_2}{m_1 + m_2} = 0.87ms^{-2}$$ **(1.25)**

La tension et la réaction du plan

$$R = m_1 g cos\alpha = 86.6N$$ **(0.5)**

$$T_1 = T_2 = m_2(g + a) = 32.6N$$ **(0.5)**

<u>Question de cours : (3 pts)</u>

- Le moment cinétique d'une particule par rapport au point O est donnée par : $\vec{L}_{/O} = \vec{p} \wedge \overrightarrow{OM}$ **(0.25)**

$\vec{p}$ la quantité de mouvement de la particule et $\overrightarrow{OM}$ son vecteur de position

- Théorème du moment cinétique (TMC) : $\frac{d\vec{L}_{/O}}{dt} = \sum \vec{M}_{/O}(\vec{F}) = \sum \overrightarrow{OM_i} \wedge \vec{F_i}.$ **(0.75)**

- $\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r$ **(0.25)**

$\vec{v}_a$: Vitesse du mobile dans le repère absolu. $\vec{v}_e$:Vitesse du repère mobile dans le repère absolu et $\vec{v}_r$: Vitesse du mobile dans le repère mobile. **(0.75)**

Les forces à distance :

Force gravitationnelle $\vec{F}_G = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\vec{u}$ Force électrostatique $\vec{F}_{el} = k\frac{|q_1 q_2|}{r^2}\vec{u}$ **(0.25)+(0.25)**

Forces de contacte :

Force de frottement $\vec{f}_r$ et force de réaction normal $\vec{R}$ **(0.25)+(0.25)**