--Corrigé-Type -- Examen Final -- Microéconomie I --

Exercice n° 01 : La fonction d'utilité et l'optimisation (*08 points*) *Prendre 2 chiffres arrondis après la virgule.*

Soit la fonction d'utilité qui formalise les préférences d'un consommateur rationnel où $\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ représentent les quantités des biens standards X (*Le Pain*) et Y (*Le Lait*). Cette fonction est donnée par la relation :

$$U_T = f\ (x, y) = \frac{7}{4} . x^{0,9} . y^{0,45}$$

Supposons que le revenu mensuel consacré à cette consommation est **R= 1200** $^{\text{DA}}$ et que les prix unitaires de ces biens ($\boldsymbol{x}$:baguettes de pain et $\boldsymbol{y}$:Litres de lait) sont respectivement **Px= 10 DA** et **Py= 25 DA**.

1. Calculez, en utilisant **la méthode de Lagrange,** les quantités de pain et de lait qui maximisent l'utilité totale de ce consommateur.

   Les quantités à l'équilibre sont : $(x*, y*) = (80, 16)$ 1,5

2. Quel est **le niveau de l'utilité totale** au point d'équilibre.

   $U_T = f\ (80, 16) = \frac{7}{4} . 80^{0,9} . 16^{0,45} = 315,54\ utils.$ 0,5

3. Donnez l'équation de la droite budgétaire de ce consommateur. Indiquez la pente de cette droite.

   $y = \frac{-Px}{Py} . x + \frac{R}{Py} = -0,4 . x + 48$ 01

4. Quelle est **la variation du revenu nécessaire** pour atteindre un niveau d'utilité totale de **420** $^{\text{utils}}$?

   On a $\lambda = \frac{Umgx}{Px} = \frac{Umgy}{Py} \Leftrightarrow \lambda = 0.354$ 0,5

   0,5

   Et $\Delta Ut = 420 - 315,54 = +105,45\ utils.$

   $\lambda = \frac{\Delta Ut}{\Delta R} \Leftrightarrow \Delta R = \frac{\Delta Ut}{\lambda} = \frac{+105,45}{0,354}$=**297,88 DA** 0,5

Le consommateur a donc besoin d'un supplément de 297,88 DA de revenu pour atteindre un niveau d'utilité totale de 420 $^{\text{utils}}$ *ceteris paribus*.

5. Comment le consommateur peut-il maintenir le même niveau d'utilité s'il diminue la quantité de pain de **4** unités ? *Justifiez et détaillez votre réponse par des calculs.*

   $TMS_{xày} = \frac{Umgx}{Umgy} = 2 . \frac{y}{x} = 0,4$ 0,5

TMS	VAR Y	VAR X
$TMS_{xAy} = 0,4$	-0,4	+1
	Var Y $= \frac{-4.(-0,4)}{+1} = +1,6$	-4

0,5

Le consommateur va garder le même niveau d'utilité en remplaçant 4 baguettes de pain par **1,6 litre** de lait en plus.

0,5

6. Donnez une représentation graphique complète de la situation du consommateur au points d'équilibre (calculés à la questions 1.).

   02

Exercice n° 02 : La fonction de demande et l'élasticité *(06 points)*

Soit $\boldsymbol{Dx}$ une fonction de demande de logements en location dans une ville donnée décrivant le comportement d'un individu rationnel telle que :

$\boldsymbol{Dx = f(R, Px, Py) = \frac{1}{400}.R - \frac{5}{2}.Px \quad + \frac{3}{2}.Py}$ où X représente la surface des logements locatifs disponibles (en M²) et Y la surface en construction de logements neufs (en M²) dans la même ville.

1. Déterminez la quantité de la demande (la surface à louer en M²) si ce consommateur dispose d'un revenu mensuel **R= 48 000** ^{DA} et en considérant que les prix unitaires (de chaque M²) des biens X et Y sont : **Px = 120** $^{DA/M^2}$ et **Py = 180** $^{DA/M^2}$.

   On a $\boldsymbol{Dx = f(R, Px, Py) = \frac{1}{400}.(48000) - \frac{5}{2}.(120) + \frac{3}{2}.(180)}$**= 90 M².** 01

   Dans les conditions citées, la demande de ce consommateur est une surface de 90 M².

2. Calculez la valeur de l'élasticité-revenu et Interprétez le résultat obtenu.

On a $\boldsymbol{\varepsilon_{Dx/R} = \frac{1}{400}.\frac{48000}{90} = \frac{4}{3} = 1,33}$ 0,5

$\boldsymbol{\varepsilon_{Dx/R} > 1}$ La demande de logements en location est un bien de luxe. Chaque variation de R de 1% se traduit par une variation dans le même sens de la demande de 1,33% *ceteris paribus*. 0,5

3. Déterminez la relation qui lie les biens **X et Y** ? *Justifiez votre réponse par des calculs.*

$$\boldsymbol{\varepsilon_{Dx/Py} = \frac{+3}{2}.\frac{180}{90} =.\frac{540}{180} =3.}$$ 0,5

$\varepsilon_{Dx/Py} > 0$ Les biens X (logements locatifs) et Y (logements neufs) sont deux biens équivalents. 0,5

4. Quelle est la valeur de l'élasticité directe de la demande ? Qu'indique le résultat obtenu.

$$\boldsymbol{\varepsilon_{Dx/Px} = \left|\frac{-5}{2}.\frac{120}{90}\right| = 3,33}$$ 0,5

0,5

Une variation du prix des loyers de 1% s'accompagne par une variation inverse de la demande de 3,33%. La demande de logements est une demande élastique.

5. Quelle est la **variation** de $\boldsymbol{Dx}$ obtenue suite à une **baisse** du prix des surfaces à louer **Px** de **15 %** ?

ELASTICITE	VAR PX	VAR DX
$\boldsymbol{\varepsilon_{Dx/Px} = 3,33}$	+1 %	-3,33 %
	-15%	Var Dx $= \frac{-15x3,33}{1} = +49,95\%$

01

6. Quelle est la **variation** de $\boldsymbol{Dx}$ obtenue suite à une **augmentation** du prix de la surface des logements neufs **Py** de 45 $^{DA/M^2}$?

ELASTICITE	VAR PY	VAR DX
$\boldsymbol{\varepsilon_{Dx/Py} = 3,33}$	+1 %	+3 %
	+25%	Var Dx $= \frac{+25x3}{1} = +75\ \%$

01

Exercice n° 03 : La fonction de production et la courte période : (*06 points*)

Soit $\boldsymbol{P = f(k,l) = 120.k^{\frac{1}{2}}.l^2 - \frac{1}{2}.k^2.l^3}$ une fonction de production d'une entreprise qui associe deux facteurs K et L pour produire des bougies artisanales.

On admet, pour la courte période, que le stock du facteur capital est fixe ($k = k_0 =$ ***4 unités***).

1) Donnez les expressions mathématiques de la productivité moyenne (***PPM****l*) et de la productivité marginale (***PPm****l*) pour le facteur ***L***.

$$\boldsymbol{PPTL = 120.\left(4^{\frac{1}{2}}\right).l^2 - \frac{1}{2}.(4^2).l^3}$$

01

$$\boldsymbol{PPTL = 240.l^2 - 8.l^3}$$

$$\boldsymbol{PPML = 240.l^1 - 8.l^2}$$

0,5

$$\boldsymbol{PPmgL = 480.l^1 - 24.l^2}$$

0,5

2) Calculez, par deux méthodes, la quantité du facteur ***L*** à partir de laquelle la productivité moyenne diminue.

La PPML atteint son maximum pour $\boldsymbol{l = 15\ unités}$

Méthode 01 : 01

Méthode 02 : 01

3) Donnez les coordonnées du point d'inflexion.

$$\boldsymbol{(l, PPTL) = (10, 16\,000)}$$

01

4) Quelle est la quantité du facteur ***L*** qui maximise la productivité totale ? Déduisez ***(sans calcul)*** la valeur de la productivité marginale à ce moment-là. *Justifiez votre réponse.*

La PPTL atteint son maximum pour $\boldsymbol{l = 20\ unités}$

La PPTL= 32 000 bougies.

01

La valeur de la PPmgL=0 car au maximum de la PPTL, sa dérivée (PPmgL) est nulle.