Département: FI(LMD) SECSG
Université De Bejaia
1^{ere} Année

Série de TD N°1 Maths(II)
Calculs Matriciels

Février 2024

Application des Notions sur les matrices

Exercice1: I- On considère les matrices suivantes :

$$A=\begin{pmatrix}22 & 1/3 & -6 & 4\\ 0 & 9 & 3 & 11\\ 17 & 13 & 44 & 12\end{pmatrix}=(a_{ij})_{\substack{1\le i\le 3\\ 1\le j\le 4}} \text{ et } B=\begin{pmatrix}5 & \dots & 1\\ \dots & 8 & 6\\ 2 & 4 & \dots\\ 11 & \dots & 7\end{pmatrix}=(b_{ij})_{\substack{1\le i\le 4\\ 1\le j\le 3}}$$

1. Donner le format (la taille) des matrices A et B.
2. Donner la valeur de chacun des éléments a_{12}, a_{34}, a_{32} et a_{23}.
3. Compléter l'écriture de la matrice B où $b_{42}=-1, b_{21}=13, b_{33}=3/5$ et $b_{12}=-10$.
4. Ecrire la matrice transposée A^t et B^t, puis donner leurs formats.

II- Trouver la matrice $C=(c_{ij})_{\substack{1\le i\le 3\\ 1\le j\le 3}}$ telles que : $c_{ij}=\begin{cases}\frac{i+j}{2}, & si\ i>j\\ 2, & si\ i=j\\ i^2-j^2, & si\ i<j\end{cases}$

Opérations sur les matrices

Exercice2: I- Soient les matrices suivantes :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}-7 & -1 & 3\\ 1 & 0 & -3\\ 1 & 2 & 0\end{pmatrix} \blacksquare B=\begin{pmatrix}3 & -2\\ -3 & 1\\ 2 & -1\end{pmatrix} \blacksquare C=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 3\\ 2 & 1 & 0\\ -1 & 1 & -2\end{pmatrix}.$$

Calculer, si possible, les expressions suivantes: $\blacksquare\ A+C$ $\blacksquare\ A-C$ $\blacksquare\ A+B$ $\blacksquare\ B-C$ $\blacksquare\ -3A+5C$ $\blacksquare\ -3A^t+5C^t$ $\blacksquare\ BA$ $\blacksquare\ AB$ $\blacksquare\ B^tA^t$ $\blacksquare\ C^2$ $\blacksquare\ (1\quad 5\quad -2)B$ $\blacksquare\ A\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$ $\blacksquare\ (4C)\left(\frac{1}{2}A\right)$.

II- Déterminer les matrices A et B sachant que : $A+B=\begin{pmatrix}3 & 5\\ 7 & 1\end{pmatrix}$ et $A-B=\begin{pmatrix}5 & 1\\ 3 & 7\end{pmatrix}$.

Calcul Du Déterminant

Exercice3: Calculer les déterminants suivants par deux méthodes (cofacteurs et Sarrus) :

$$\blacksquare \det A=\begin{vmatrix}-1 & 1 & -2\\ 3 & -3 & 6\\ 2 & -2 & 4\end{vmatrix} \blacksquare \det A=\begin{vmatrix}-3 & 1 & -2\\ 9 & -3 & 6\\ 0 & 0 & 1\end{vmatrix} \blacksquare \det A=\begin{vmatrix}-2 & 0 & 4\\ -5 & 3 & 2\\ 0 & -1 & 5\end{vmatrix}$$

Calcul De La Matrice Inverse

Exercice4: I- a. Calculer, si possible, l'inverse de chacune des matrices suivantes :

$$\blacksquare A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 3 & 1\end{pmatrix} \blacksquare B=\begin{pmatrix}3 & 6\\ 1 & 2\end{pmatrix} \blacksquare C=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 4 & 0 & 1\end{pmatrix}.$$

b. La matrice AB est-elle inversible ? (Justifiez !).

II- Soit $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$.

Département: FI(LMD) SECSG **Série de TD N°1 Maths(II)** **Février 2024**

Université De Bejaia **Calculs Matriciels**

1^{ere} Année

1. Calculer $A^3 - A^2 + A - I_3$.

2. Déduire que la matrice A est inversible et donner son inverse A^{-1}.

III- On considère les deux matrices A et B, telles que :

$$■ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} ■ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

Vérifier que la matrice inverse $A^{-1} = B$.

IV- Trouver les réels a pour lesquels la matrice A est inversible dans le cas suivant :

$$A = \begin{pmatrix} a-2 & 4 & 3 \\ 1 & a+1 & -2 \\ 0 & 0 & a-4 \end{pmatrix}$$

<u>Exercice4:</u> Calculer A^{-1} par la méthode de Gauss-Jordan dans les cas suivants :

$$■ A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} ■ A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 4 \\ -5 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix} ■ A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 3 & -3 & 6 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

<u>Exercices Supplémentaires</u>

<u>Exercice1:</u> I- On considère les matrices suivantes :

$$■ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} ■ X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} ■ B = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} ■ C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} ■ D = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer $■ A + B ■ 2C + 3D ■ -C + D$ $■ B + X ■ AB$ $■ BA$ $■ AX$ $■ XA$ $■ X^tA$ $■ B^2 ■$ XX^t.

II- Déterminer F et G telles que $F - G = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ et $F + G = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -1 & 10 \end{pmatrix}$.

<u>Exercice3:</u> Calculer les déterminants suivants par deux méthodes (cofacteurs et Sarrus) :

$$■ \begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -1 & 0 & -8 \\ 3 & -2 & 7 \end{vmatrix} ■ \begin{vmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & -5 \end{vmatrix} ■ \begin{vmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

<u>Exercice3:</u> I- Calculer, si possible, l'inverse de chacune des matrices carrées suivantes :

$$■ A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} ■ B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} ■ C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

II- Calculer A^{-1} par la méthode de Gauss-Jordan dans les cas suivants :

$$■ A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 3 & -6 \\ 1 & -1 & 4 \end{pmatrix} ■ A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix} ■ A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$