

Exercice1. I- Considérons le système linéaire (S) suivant :

$$(S) \begin{cases} 2x - 5y + 2z = 7 \\ x + 2y - 4z = 3 \\ 3x - 4y - 6z = 5 \end{cases}$$

1. Donner la matrice des coefficients A et la matrice augmentée \tilde{A} de (S).
2. Ecrire (S) sous la forme matricielle.

II- Calculs matriciels :

3. Compléter les deux produits matriciels suivants :

$$\blacksquare A^2 = A \times A = \begin{pmatrix} 5 & \dots & 12 \\ \dots & 15 & \dots \\ -16 & \dots & 58 \end{pmatrix} \quad \blacksquare A^3 = A^2 \times A = \begin{pmatrix} \dots & -129 & \dots \\ 53 & -2 & -184 \\ \dots & -150 & \dots \end{pmatrix}$$

4. Calculer la somme matricielle suivante : $-A^3 - 2A^2 + 37A - 46I_3$.

III- La méthode de la matrice inverse :

5. Montrer que A est inversible et donner son inverse A^{-1} . (utiliser le résultat de la question 4).
6. Résoudre le système par la méthode de la matrice inverse.

Exercice2. Considérons le système linéaire (S) dans les cas suivants :

$$\blacksquare (S) \begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 1 \\ 4x_1 - 6x_2 = 1 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} 2x - 5y + 2z = 7 \\ x + 2y - 4z = 3 \\ 3x - 4y - 6z = 5 \end{cases} \quad \blacksquare (S) \begin{cases} x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

Dans chaque cas :

1. Ecrire (S) sous la forme matricielle
2. Le système (S) est-il de Cramer ? Justifiez !
3. Si oui, résoudre le système par Cramer.

Exercice3. Résoudre chacun des systèmes suivants par la méthode d'élimination de Gauss.

$$\blacksquare (S_1) \begin{cases} x - y - z = 1 \\ 3x - 3y - 2z = 1 \\ -2x + y - 3z = 3 \\ 2x - 2y - 2z = 2 \end{cases} \quad \blacksquare (S_2) \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 7 \\ x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3 \\ 3x_1 - 4x_2 - 6x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\blacksquare (S_3) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4 \end{cases} \quad \blacksquare (S_4) \begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ x + z = 6 \\ 2x - y + 3z = 4 \\ 3x + 2y - z = 1 \end{cases}$$