

**Exercice 4** Soient  $\alpha > 0$  tel que  $\alpha \neq 3$  et  $\gamma = \{z \in \mathbb{C} / |z| = \alpha\}$ .

1) Calculer  $I = \int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - 5iz - 6}$

lorsque le point  $2i$  appartient à l'intérieur de  $\gamma$

et le point  $3i$  appartient à l'extérieur de  $\gamma$ .

2) Calculer  $I$  lorsque  $2i$  et  $3i$  appartiennent à l'intérieur de  $\gamma$ .

**Exercice 5** En utilisant la formule d'intégrale de Cauchy :

(1) Evaluer l'intégrale  $\oint_C \frac{\sin^6 z}{(z - \frac{\pi}{6})^3}$ , où  $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ .

(2) Montrer que  $\oint_C \frac{e^{zt}}{z^2 + 1} dz = 2\pi i \sin t$ ,

où  $t > 0$  et  $C = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 3\}$ .

**Exercice 6:** En utilisant les formules intégrales de Cauchy, calculer les intégrales suivantes

1)  $\int_{|z-i|=\frac{1}{5}} \frac{2}{(z-i-3)} dz,$

2)  $\int_{|z-1-i|=3} \frac{e^z}{(z-i-2)^2} dz.$