Université de Bejaia.
Faculté des Sciences Exactes.
Département Informatique

Travaux Dirigés
Simulation pour l'Evaluation des Performances

Devoir maison N°2

Master 1
RN – Réseaux et Sécurité

Simulation des chaînes de Markov à temps discrets : CMTD

Soit X_n une CM à espace d'états fini $E = \{1,2,\ldots,n\}$ de matrice de transition $P = [p_{ij}]_{nXn}$, où $p_{ij} = P(X_n = j/X_{n-1} = i)$, $i = 1,2,\ldots,n$

$$\sum_{j=1}^{n} p_{ij} = 1 \forall i = 1, \ldots, n$$

Ecrire un algorithme de simulation d'une CMTD à 100 états qui fournit 2 indices de performance : le ***nombre de visites de chaque état*** et la ***probabilité stationnaire ou d'état***.

Indication.

Chaque ligne de la matrice de transition représente une probabilité discrète pour i fixé.

P^c est la matrice de transition cumulée

$$P_{ij}^{c} = \sum_{k=1}^{j} P_{ik}$$

Si l'état de la CMTD à l'étape k est $X_k = i$, alors on peut obtenir l'état suivant X_{k+1} en appliquant la fonction *aiguillage()*.

Exemple : soit X une CMTD à 4 états de matrice de transition P suivante :

$$P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/4 & 1/4 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{pmatrix} \quad P^c = \begin{pmatrix} 1/2 & 3/4 & 1 \\ 1/3 & 2/3 & 1 \\ 1/4 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$$

Si, par exemple, l'état initial de la CMTD est $X_0 = 1$, on peut obtenir l'état suivant (la valeur de X_1) en générant U=Uniforme(); puis si $U \leq 1/2$ alors $X_1 = 1$; sinon si $U \leq 3/4$ alors $X_1 = 2$ sinon $X_1 = 3$, et connaissant la valeur de X_1 on pourrait déterminer X_2 de la même manière et ainsi de suite.