

Exercice 1

Soit une population de 4 individus $I = \{\omega_1, \dots, \omega_4\}$ et d une application définie de $I \times I \rightarrow \mathbb{R}$ tel que

$$\begin{aligned} d(\omega_i, \omega_i) &= 0 \text{ pour } i = 1, \dots, 4 \\ d(\omega_1, \omega_2) &= d(\omega_2, \omega_1) = 2 & d(\omega_1, \omega_3) &= d(\omega_3, \omega_1) = 6 \\ d(\omega_1, \omega_4) &= d(\omega_4, \omega_1) = 3 & d(\omega_2, \omega_3) &= d(\omega_3, \omega_2) = 3 \\ d(\omega_2, \omega_4) &= d(\omega_4, \omega_2) = 4 & d(\omega_3, \omega_4) &= d(\omega_4, \omega_3) = 5 \end{aligned}$$

1/ d est elle une dissimilarité? Une distance?

2/ Donner le tableau des disimilarités ou distances.

3/ Même questions pour :

$$\begin{aligned} d(\omega_i, \omega_i) &= 0 \text{ pour } i = 1, \dots, 4 \\ d(\omega_1, \omega_2) &= d(\omega_2, \omega_1) = 1 & d(\omega_1, \omega_3) &= d(\omega_3, \omega_1) = 4 \\ d(\omega_1, \omega_4) &= d(\omega_4, \omega_1) = 4 & d(\omega_2, \omega_3) &= d(\omega_3, \omega_2) = 2 \\ d(\omega_2, \omega_4) &= d(\omega_4, \omega_2) = 3 & d(\omega_3, \omega_4) &= d(\omega_4, \omega_3) = 2 \end{aligned}$$

Exercice 2

On considère 9 points de \mathbb{R}^2 , $E = \{A_1, \dots, A_8\}$

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} & A_2 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} & A_3 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} & A_4 &= \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix} & A_5 &= \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} \\ A_6 &= \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} & A_7 &= \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} & A_8 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} & A_9 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

1/ Donner le tableau des distances :

- Distance Euclidienne
- Distance L^q ($q = 1, 3$)
- Distance Euclidienne normée

Exercice 3

On considère deux variables qualitatives X et Y de modalités respectives M_1, M_2, M_3 et N_1, N_2, N_3, N_4

| | N_1 | N_2 | N_3 | N_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| M_1 | 15 | 10 | 11 | 14 |
| M_2 | 6 | 1 | 20 | 3 |
| M_3 | 0 | 7 | 7 | 16 |

1/ Donner le tableau des distances de khi-2 entre les lignes

2/ Donner le tableau des distances de khi-2 entre les colonnes

Exercice 4

On considère les 8 individus suivants définis par leurs coordonnées respectifs dans un espace de dimension 2.

$$\begin{aligned} E1 &= (0,2) \\ E2 &= (2,2) \\ E3 &= (2,3) \end{aligned}$$

- E4 = (1,1)
- E5 = (3,4)
- E6 = (1,1)
- E7 = (0,8)
- E8 = (1,8)

1. Pour les différentes distances vues en cours calculer les distances entre les 6 individus E1 à E6

2. Pour chaque cas, construire une partition en utilisant les différentes méthodes vues en cours.

3. Discuter

Exercice 5

Soit le tableau de données correspondant aux réponses (0=non et 1=oui) des individus à 4 questions A, B, C et D

| | A | B | C | D |
|----|---|---|---|---|
| i1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| i2 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| i3 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| i4 | 1 | 1 | 1 | 1 |

1. Donner le tableau des similarités en utilisant l'indice : - Jaccard.

- Dice
- Ochiaia
- Rogers et Taminoto
- Russel Rao
- Yull

En déduire le tableau des dissimilarités.

2. Construire Une partition avec la méthode

a/ Liaison simple

b/ Liaison complète

C/ Liaison moyenne

au seuil $\delta = 4,5$

Exercice 6

Soit le tableau des données quantitatives décrivant 8 eaux minérales sur 5 variables.

| | saveur.amère | saveur.sucrée |
|-----------------------------|--------------|---------------|
| St Yorre (S ^t Y) | 3.4 | 3.1 |
| Badoit (B) | 3.8 | 2.6 |
| Vichy (V) | 2.9 | 2.9 |
| Quézac (Q) | 3.9 | 2.6 |
| Arvie (A) | 3.1 | 3.2 |
| Chateau Neuf (C.N) | 3.7 | 2.8 |
| Salvetat (S) | 4.0 | 2.8 |
| Perrier (P) | 4.4 | 2.2 |

1/ Donner le tableau des distances L_1 .

2/ Appliquer l'algorithme de classification hiérarchique ascendante par regroupement progressif en utilisant un indice d'agrégation du lien maximale aux

données précédentes en précisant à chaque étape le nouveau tableau de distances.

3/ Dessiner le dendrogramme associé.

4/ Extraire une partition à deux classes et une partition à trois classes.

5/ Calculer l'inertie inter classes dans les cas des deux partitions. Conclure.

Exercice 7

On considère les 6 individus suivants définis par leurs coordonnées respectifs dans un espace de dimension 2.

$$E1 = (1,2)$$

$$E2 = (2,2)$$

$$E3 = (2,4)$$

$$E4 = (3,3)$$

$$E5 = (3,4)$$

$$E6 = (4,4)$$

1. Réaliser une classification hiérarchique par passage à l'ultramétrie supérieure de ces individus, en utilisant le tableau des distances L1.

a) Donner les inerties intra classe à chaque étape.

b) Représenter les dendrogrammes.

Exercice 8

On dispose d'un tableau de données avec 7 individus repérés par 3 variables.

Tab.1 : tableau des données

| | V1 | V2 | V3 |
|-----------|----|----|----|
| <i>I1</i> | 1 | 2 | 2 |
| <i>I2</i> | 2 | 0 | 1 |
| <i>I3</i> | 2 | 2 | 1 |
| <i>I4</i> | 8 | 7 | 0 |
| <i>I5</i> | 7 | 8 | 1 |
| <i>I6</i> | 6 | 9 | 0 |
| <i>I7</i> | 2 | 0 | 2 |

1/ Donner la matrice des variances-covariances.

2/ Considérons la partition $\{\{I1, I2, I3, I7\}, \{I4, I5, I6\}\}$

3/ Donner les matrices des variances-covariances intra et inter classes.