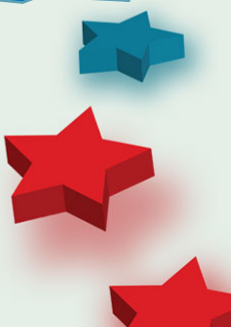




**Chapitre 3-1:**  
**Ordonnancement et analyse**  
**du projet**  
**LA MÉTHODE PERT**  
Mr K. Sellami  
informatiqueii9@gmail.com



جامعة بجاية  
Tasdawit n Bgayet  
Université de Béjaïa

**Introduction**



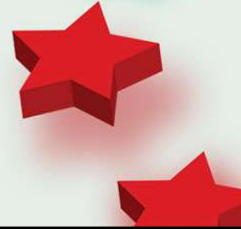
## Présentation

---

Elle consiste à créer un réseau qui prend en compte la chronologie des tâches et leurs dépendances afin de parvenir à l'étape finale, c'est-à-dire au produit fini.



Le PERT permet ainsi de déterminer le chemin critique: les tâches pour lesquelles le moindre retard entraîne un retard sur l'ensemble du projet. mesuré..



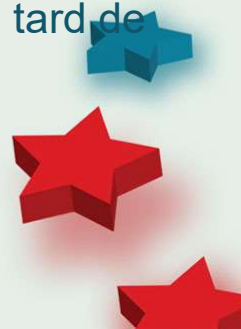
## Présentation

---




Le diagramme de PERT permet de mettre en évidence les informations suivantes:

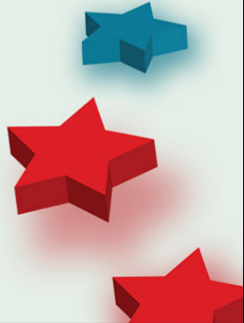
- Date minimale de fin du projet
- Chemins critiques
- Délai au plus tôt et au plus tard de chaque tâche
- Marge pour chaque tâche



## Méthodologie de construction

- Etablir la liste des tâches (faire le partitionnement des tâches en fonction des ressources).
  - Déterminer des antériorités : tâches immédiatement antérieures, et tâches antérieures.
  - Déterminer les niveaux d'exécution ou rang des tâches (optionnel).
  - --Construire le réseau PERT.
  - -Calculer la durée du projet, les dates début et de fin des tâches.
  - -Déterminer le chemin critique.
  - -Mettre en évidence les marges.
- 

## Détermination des tâches

- La première phase de l'établissement d'un réseau PERT consiste à déterminer les tâches nécessaires à la réalisation du projet. Un listing des tâches est ainsi réalisé.
  - Pour chaque tâche, on associe une durée estimée dans une unité de temps.
- 

## Détermination des antériorités

La deuxième phase consiste à déterminer les antériorités des tâches précédemment établies. C'est-à-dire se poser pour chaque tâche la question suivante:

• Quelles sont les tâches devant être terminées pour pouvoir commencer cette nouvelle tâche?

• Exemples :

- La tâche A (achat du matériel pour le serveur) ne nécessite aucune condition préalable pour être effectuée: elle ne possède pas d'antériorité.
- La tâche C (Installation du serveur dans le réseau) par contre, nécessite que le serveur soit acheté. Par conséquent la tâche C possède la tâche A comme antériorité.
- La tâche D (installation du SGBD) nécessite à la fois que le serveur soit installé et que la licence pour le SGBD soit acquise. On déduit que la tâche D a deux antériorité: La tâche B et la tâche C.

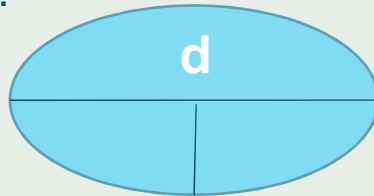
## Méthodologie de construction

- Etablir la liste des tâches (faire le partitionnement des tâches en fonction des ressources).
- Déterminer des antériorités : tâches immédiatement antérieures, et tâches antérieures.
- Déterminer les niveaux d'exécution ou rang des tâches (optionnel).
- --**Construire le réseau PERT.**
- -Calculer la durée du projet, les dates début et de fin des tâches.
- -Déterminer le chemin critique.
- -Mettre en évidence les marges.

## La méthode PERT Le traçage du réseau

### ● Définition d'une étape de commencement

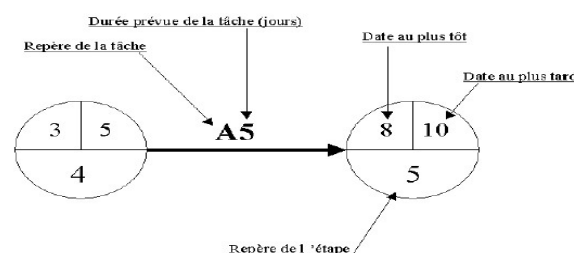
- Tout d'abord il faut représenter la première étape de notre projet, l'étape de commencement, Une étape est modélisée par un cercle, et correspond au début ou à la fin d'une ou de plusieurs tâches
- Les étapes sont numérotées. Ainsi ici, l'étape 0 (ou d) correspond à l'étape de commencement de notre projet.



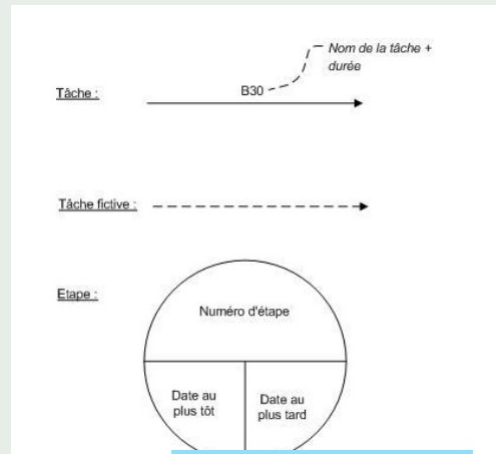
## La méthode PERT Le traçage du réseau

### ● Détermination des tâches de départ

- Une fois notre première étape modélisée, il faut déterminer les premières tâches du projet qui commenceront à cette étape: il s'agit des tâches n'ayant aucune antériorité et pouvant donc être réalisées sans pré-requis.
- Une tâche est modélisée par un arc fléché, où est inscrit le nom de la tâche et sa durée..



## La méthode PERT Le traçage du réseau



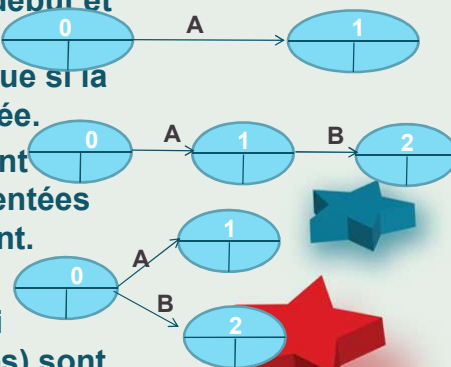
## La méthode PERT Le traçage du réseau

### Graphes PERT: Règles

Toute tâche a une étape de début et une étape de fin. Une tâche suivante ne peut démarrer que si la tâche précédente est terminée.

Deux tâches qui se succèdent immédiatement sont représentées par des flèches qui se suivent.

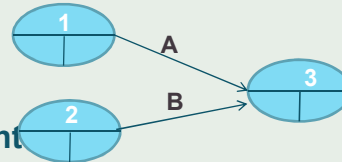
Deux tâches C et D qui sont simultanées (c'est-à-dire qui commencent en même temps) sont représentées de la manière suivante.



## La méthode PERT Le traçage du réseau

### Graphes PERT: Règles

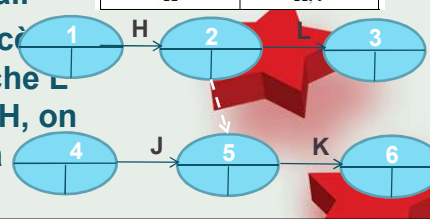
- Deux tâches E et F qui sont convergentes (c'est à dire qui précèdent une même tâche G) sont représentées.



- Parfois, il est nécessaire d'introduire des tâches fictives. Une tâche fictive a une durée nulle. Elle ne modifie pas le délai final.

Tâche	Prédécesseur
H	-
J	-
L	H
K	H, J

- Par exemple**, si la tâche K succède aux tâches H et J, et que la tâche L succède seulement à la tâche H, on représentera le problème de la manière suivante.



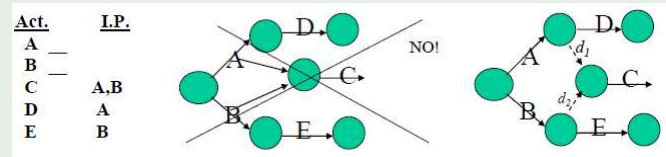
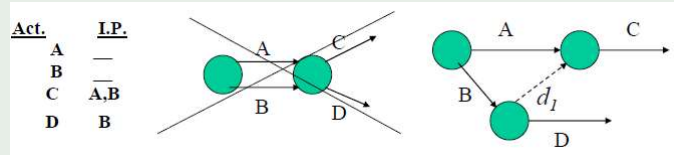
## La méthode PERT Le traçage du réseau

### Graphes PERT: Exemple

Activité	Predecessor
A	—
B	—
C	A
D	B
E	C
F	C
G	D,E
H	F,G

## La méthode PERT Le traçage du réseau

### Graphes PERT: Exemple



## La méthode PERT Le traçage du réseau

Exemple : Chaque tâche est codifiée (ici par une lettre de l'alphabet) afin de rendre le réseau PERT plus lisible


Tâche	Description	Durée (jours)	Tâches précédentes
A	Achat du matériel pour le serveur	3	-
B	Acquisition de la licence du SGBD	5	-
C	Installation du serveur dans le réseau	2	A
D	Installation du SGBD	1	B, C
E	Modélisation de la base de données	10	-
F	Création de la base de données et de sa structure	3	E, D
G	Définition des procédures stockées	5	E
H	Création des procédures stockées	10	G
I	Développement de l'interface utilisateur	15	G
J	Documentation et formation des utilisateurs	8	I, H, F



## Méthodologie de construction

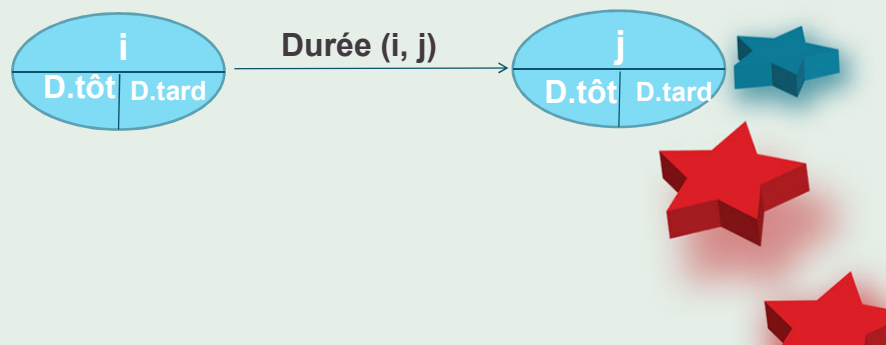
- Etablir la liste des tâches (faire le partitionnement des tâches en fonction des ressources).
  - Déterminer des antériorités : tâches immédiatement antérieures, et tâches antérieures.
  - Déterminer les niveaux d'exécution ou rang des tâches (optionnel).
  - --Construire le réseau PERT.
  - **-Calculer la durée du projet, les dates début et de fin des tâches.**
  - Déterminer le chemin critique.
  - Mettre en évidence les marges.
- 

## La méthode PERT : L'interprétation du réseau

- Maintenant que le réseau PERT est modélisé, on va pouvoir grâce à l'estimation de durée des tâches déterminer diverses indications quand à la durée du projet et aux marges des différentes tâches.
  - Pour cela nous allons parcourir notre réseau PERT dans les deux sens.
  - Nous allons déterminer les dates au plus tôt de chacune de nos tâches. C'est-à-dire la date la plus optimiste à laquelle on peut espérer commencer nos tâches.
  - Pour cela, on commence par initialiser l'étape 0 (l'étape de commencement du projet) à 0:
- 

## La méthode PERT : Dates et marges

- Date au plus tôt.
- On initialise la date au plus tôt de la première étape à 0:
- $D.tôt(j) = \text{Sup}[D.tôt(i) + \text{Durée}(i,j)]$  pour tous les prédécesseurs  $j$  de  $i$

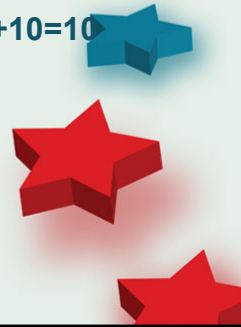


## La méthode PERT : Dates et marges

- Détermination des dates au plus tôt
- Puis, on détermine la date au plus tôt des étapes suivantes (2, 3, 4) en additionnant la durée de la tâche à la date au plus tôt de l'étape 1.
- Etape 2 :  $D_{tot}(Etape0) + \text{Durée}(T\grave{a}cheA) = 0 + 3 = 3$
- Etape 3 :  $D_{tot}(Etape0) + \text{Durée}(T\grave{a}cheB) = 0 + 5 = 5$
- Etape 4 :  $D_{tot}(Etape0) + \text{Durée}(T\grave{a}cheE) = 0 + 10 = 10$

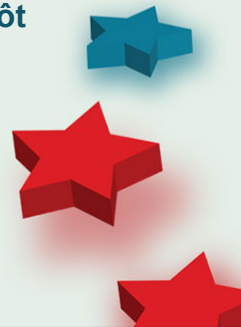
## La méthode PERT : Dates et marges

- Détermination des dates au plus tôt
- Puis, on détermine la date au plus tôt des étapes suivantes (2, 3, 4) en additionnant la durée de la tâche à la date au plus tôt de l'étape 1.
- Etape 2 :  $D_{tot}(Etape0) + Durée(T\grave{a}cheA) = 0 + 3 = 3$
- Etape 3 :  $D_{tot}(Etape0) + Durée(T\grave{a}cheB) = 0 + 5 = 5$
- Etape 4 :  $D_{tot}(Etape0) + Durée(T\grave{a}cheE) = 0 + 10 = 10$



## La méthode PERT : Dates et marges

- Détermination des dates au plus tard
- On va parcourir maintenant le réseau en ordre inverse, pour déterminer les dates au plus tard des tâches, c'est-à-dire la date maximum à laquelle la tâche doit être finie.
- Pour cela, on met comme date au plus tard de l'étape d'arrivée de notre réseau la date au plus tôt précédemment trouvée.



## Méthodologie de construction

- Etablir la liste des tâches (faire le partitionnement des tâches en fonction des ressources).
- Déterminer des antériorités : tâches immédiatement antérieures, et tâches antérieures.
- Déterminer les niveaux d'exécution ou rang des tâches (optionnel).
- --Construire le réseau PERT.
- Calculer la durée du projet, les dates début et de fin des tâches.
- **Déterminer le chemin critique.**
- Mettre en évidence les marges.



## Méthodologie de construction

- Une tâche critique est une tâche dont les dates de début au plus tôt et au plus tard coïncident
- Le chemin critique représente la séquence des tâches –dites «tâches critiques» -dont les durées ne peuvent pas être augmentées sans retarder la date finale du projet.
- Le chemin critique est la durée la plus courte d'exécution du projet.

→ Tout retard sur les tâches critiques retarde la fin des travaux.



## Détermination du chemin critique

Une fois les dates au plus tôt et les dates au plus tard renseignées, le chemin critique qui contient les tâches critiques apparait clairement. Il passe par les étapes dont la date au plus tôt est égale à la date au plus tard.

**EXEMPLE :** donner le chemin critique de l'exemple précédent ;

Il convient donc de s'assurer d'avoir les ressources nécessaires pour terminer ces étapes en temps et en heure

## Méthodologie de construction

- Etablir la liste des tâches (faire le partitionnement des tâches en fonction des ressources).
- Déterminer des antériorités : tâches immédiatement antérieures, et tâches antérieures.
- Déterminer les niveaux d'exécution ou rang des tâches (optionnel).
- --Construire le réseau PERT.
- -Calculer la durée du projet, les dates début et de fin des tâches.
- -Déterminer le chemin critique.
- -**Mettre en évidence les marges.**

## Méthodologie de construction

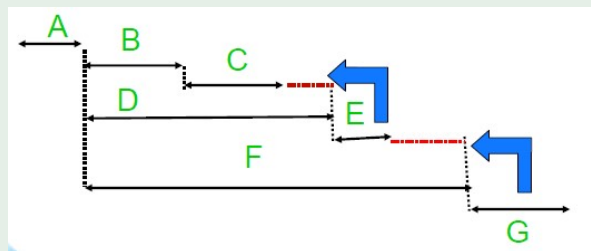
•La marge est le temps disponible pour une tâche en excès du temps nécessaire pour exécuter la tâche.

- La marge totale est la durée totale de retard possible sans affecter la fin du projet.
- La marge libre est le retard possible sans retarder les tâches suivantes,

→ Les tâches critiques sont donc les tâches de la marge totale sont nulles

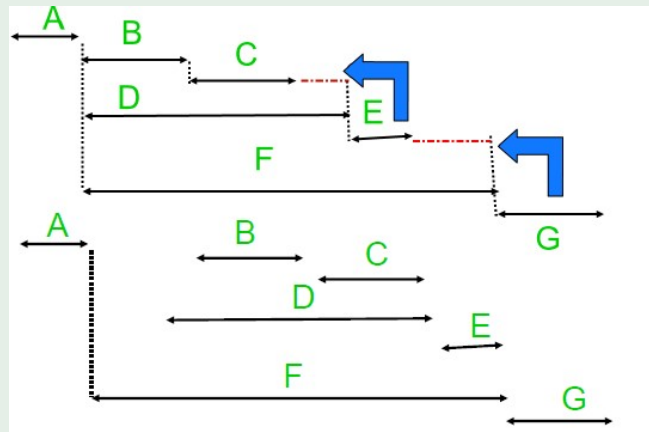
## Marge LIBRE

•Marge Libre: Possibilité qu'a une tâche de glisser sans impacter aucune autre tâche du projet



→ Marge libre allouée à la dernière tâche d'une branche

## Marge LIBRE

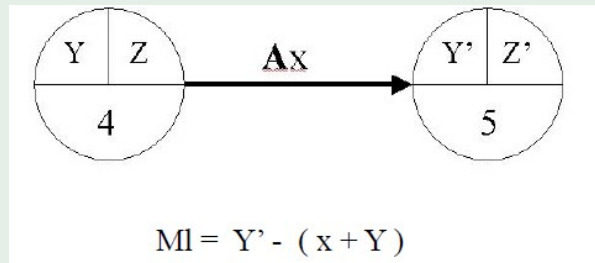


→ Marge libre t =  $D_{tot}(e+1) - D_{tot}(e) - \text{durée}(t)$ .

## Marge LIBRE

- La marge libre sur une tâche est le retard que l'on peut prendre dans la réalisation d'une tâche sans retarder la date de début au plus tôt de toute autre tâche qui suit.
- Une tâche peut être décalée de la durée de sa marge libre sans avoir d'incidence sur les autres tâches. Si la marge libre est dépassée, alors les dates de début d'autres tâches en aval seront décalées.

## Marge LIBRE



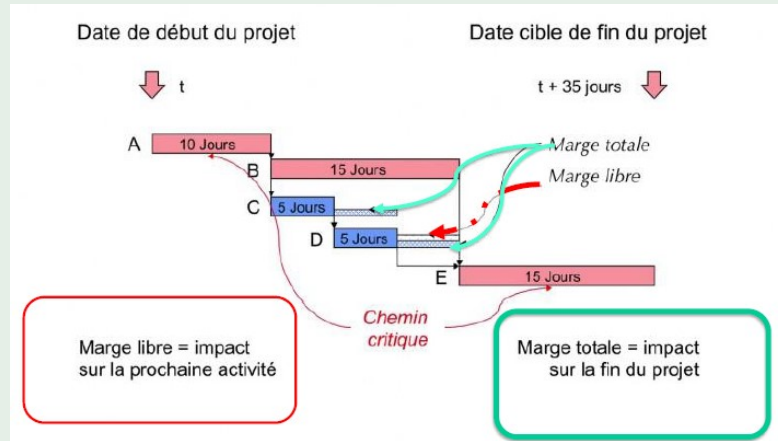
- Soit t une tâche avec une étape de départ e et une étape d'arrivée e+1:
- Marge libre t =  $D_{tot}(e+1) - D_{tot}(e) - \text{durée}(t)$ .

## Marge LIBRE

Tâche	$D_{tot}(e+1)$	$D_{tot}(e)$	Durée(t)	Marge libre
A	3	0	3	0
B	5	0	5	0
C	5	3	2	0
D	10	5	1	4
E	10	0	10	0
F	30	10	3	17
G	15	10	5	0
H	30	15	10	5
I	30	15	15	0
J	38	30	8	0

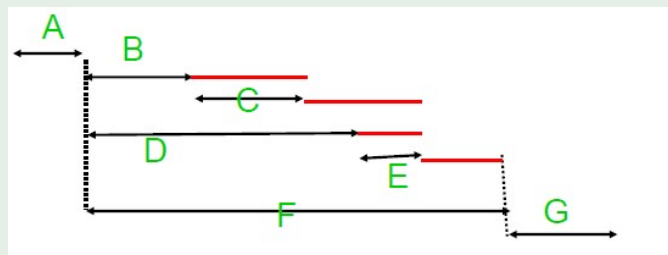


## Marge LIBRE et Marge TOTALE



## Marge TOTALE

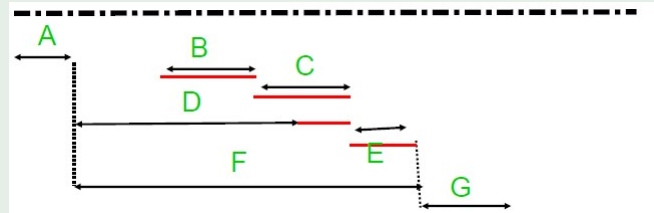
- Possibilité maximale qu'a une tâche de glisser sans mettre en cause la date de fin du projet



- La marge est le seul degré de liberté du planning à ressource constante

## Marge TOTALE

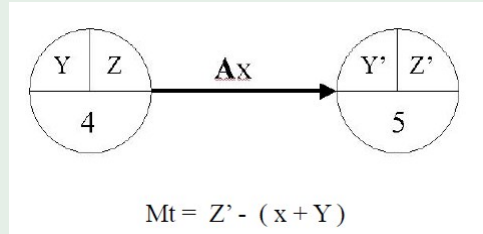
- B utilise la totalité de sa marge C et E deviennent Critiques



## Marge TOTALE

- La marge totale sur une tâche est le retard que l'on peut prendre dans la réalisation de cette tâche sans retarder l'ensemble de projet.
- Enfin, nous déterminons les marges totales de chaque tâche. Si la marge totale d'une tâche est dépassée, l'intégralité du projet prend du retard.
- Les marges totales s'obtiennent de la façon suivant:

## Marge TOTALE



• Soit t une tâche avec une étape de départ e et une étape d'arrivée e+1:

Marge totale t =  $D_{tard}(e+1) - D_{tot}(e) - \text{Durée}(t)$ .

## Marge TOTALE

Tâche	$D_{tard}(e+1)$	$D_{tot}(e)$	Durée (t)	Marge totale
A	24	0	3	
B	26	0	5	
C	26	3	2	
D	27	5	1	
E	10	0	10	
F	30	10	3	
G	15	10	5	
H	30	15	10	
I	30	15	15	
J	38	30	8	

Logiquement, seules les tâches critiques n'ont pas de marge totale.