
Série de TD N 4 : d'analyse complexe

Exercice 1 :

- (a) Développer $f(z) = \sin z$ en série de Taylor au voisinage de $z = \frac{\pi}{4}$.
- (b) Déterminer le domaine de convergence de cette série.

Exercice 2 : Soit f la fonction complexe, d'une variable complexe, holomorphe dans $\mathbb{C} - \{-2, -5\}$ définie par

$$f(z) = \frac{1}{(z+2)(z+5)}.$$

Déterminer sa série de Laurent dans la couronne $\Delta = \{z \in \mathbb{C} : 2 < |z| < 5\}$.

Exercice 3 : Déterminer le développement en série de Laurent de chacune des fonctions complexes suivantes autour du point singulier indiqué puis préciser la nature du point singulier ainsi que le résidu en ce point

(1) $\frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$, $z = 1$,

(2) $(z-3) \sin \frac{1}{z+2}$, $z = -2$,

(3) $\frac{z - \sin z}{z^3}$, $z = 0$,

(4) $\frac{z}{(z+1)(z+2)}$, $z = -2$,

(5) $\frac{1}{z^2(z-3)^2}$, $z = 3$.