

Nom:

Prénom:

Gr:

Interrogation II

Un fil de longueur L uniformément chargé par une densité linéique positive λ . Il est placé suivant l'axe des X . Nous allons calculer le champ électrique créé par cette distribution de charge en un point M de coordonnées $M(0, L)$

- 1- Représenter au point M le vecteur de champ élémentaire $d\vec{E}$ créé par un élément de charge dq situé en un point P de coordonnées x du fil. Donner l'expression de ses composantes.
- 2- Exprimer les composantes du champ en fonction de l'angle θ .
- 3- Calculer le champ total créé par le segment du fil.
- 4- Calculer la différence de potentiel entre le point $M(0, L)$ et le point $M'(0, 2L)$

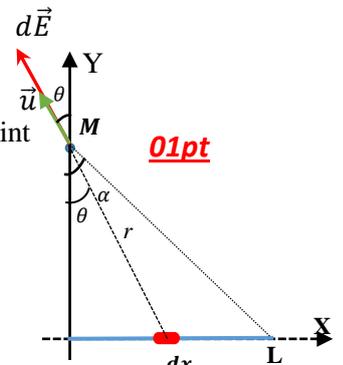
Corrigé

2. Soit un élément de longueur dl porte une charge élémentaire dq . Cette charge génère au point M un champ élémentaire $d\vec{E}$ son expression est donnée par:

$$d\vec{E} = \frac{k dq}{r^2} \vec{u} \quad \underline{0.5pt}$$

$$dq = \lambda dl = \lambda dx, \quad \vec{u} = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j} \quad \underline{0.5pt}$$

$$d\vec{E} = \frac{k d\lambda dx}{r^2} (-\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}) \Rightarrow \begin{cases} dE_x = -\frac{k d\lambda dx}{r^2} \sin \theta & \underline{0.5pt} \\ dE_y = \frac{k d\lambda dx}{r^2} \cos \theta & \underline{0.5pt} \end{cases}$$



3. On exprime tout en fonction de θ :

$$\cos \theta = \frac{L}{r} \Rightarrow r = \frac{L}{\cos \theta} \quad \underline{0.5pt}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{L} \Rightarrow x = L \tan \theta \Rightarrow dx = \frac{L}{\cos^2 \theta} d\theta \quad \underline{0.5pt}$$

Donc

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = -dE \sin \theta = -\frac{k\lambda \frac{L}{\cos^2 \theta} d\theta}{\left(\frac{L}{\cos \theta}\right)^2} \sin \theta = -\frac{k\lambda}{L} \sin \theta d\theta & \underline{0.5pt} \\ dE_y = dE \cos \theta = \frac{k\lambda \frac{L}{\cos^2 \theta} d\theta}{\left(\frac{L}{\cos \theta}\right)^2} \cos \theta = \frac{k\lambda}{L} \cos \theta d\theta & \underline{0.5pt} \end{cases}$$

Le champ total :

$$E_x = -\int_0^\alpha \frac{k\lambda}{L} \sin \theta d\theta = \frac{k\lambda}{L} (\cos \alpha - \cos 0) = \frac{k\lambda}{L} (\cos \alpha - 1) \quad \underline{0.5pt}$$

$$E_y = \int_0^\alpha \frac{k\lambda}{L} \cos \theta d\theta = \frac{k\lambda}{L} (\sin \alpha - \sin 0) = \frac{k\lambda}{L} \sin \alpha \quad \underline{0.5pt}$$

$$4. dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{k\lambda}{L} (\cos \alpha - 1) dx - \frac{k\lambda}{L} \sin \alpha dy. \quad \underline{0.5pt}$$

Entre le point $M(0, L)$ et le point $M'(0, 2L)$, la variable $y = 0$ donc $dy = 0$. $dV = -\vec{E} \cdot \vec{dl} = \frac{k\lambda}{L} (\cos \alpha - 1) dx \quad \underline{0.5pt}$

$$\int_{V_{M'}}^{V_M} dV = -\int_L^{2L} \frac{k\lambda}{L} (\cos \alpha - 1) dx \rightarrow \Delta V = V_M - V_{M'} = -\frac{k\lambda}{L} (\cos \alpha - 1)(2L - L) = -k\lambda(\cos \alpha - 1) \quad \underline{0.5pt}$$