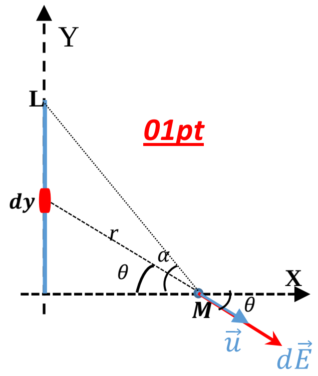
Nom: **Prénom:** **Gr:**

Interrogation II



Un fil de longueur L uniformément chargé par une de densité linéique positive λ. Il est placé suivant l'axe des Y. Nous allons calculer le champs électrique crée par cette distribution de charge en un point M de coordonnées $M(L,0)$

1- Représenter au point M le vecteur de champ élémentaire $d\vec{E}$ crée par un élément de charge dq situe en un point P de coordonnées y du fil. Donner l'expression de ses composantes.

2- Exprimer les composantes du champ élémentaire en fonction de l'angle θ.

3- Calculer le champ total crée par le segment du fil.

4- Calculer la différence de potentiel entre le point $M(L,0)$ et le point $M'(2L,0)$.

Corrigé

1. Soit un élément de longueur dl porte une charge élémentaire dq. Cette charge génère au point M un champ élémentaire $\vec{E}$ son expression est donnée par:

$$d\vec{E} = \frac{kdq}{r^2}\ \vec{u} \quad \textbf{0.5pt}$$

$$dq = \lambda dl = \lambda dy, \quad \vec{u} = \cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\ \vec{\jmath} \quad \textbf{0.5pt}$$

$$d\vec{E} = \frac{k d\lambda dx}{r^2}(\cos\theta\ \vec{\imath} - \sin\theta\ \vec{\jmath}) \quad \Rightarrow \begin{cases} dE_x = \dfrac{kd\lambda dy}{r^2}\cos\theta & \textbf{0.5pt} \\ dE_y = -\dfrac{kd\lambda dy}{r^2}\sin\theta & \textbf{0.5pt} \end{cases}$$

2. On exprime tout en fonction de téta:

$$\cos\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow r = \frac{L}{\cos\theta} \quad \textbf{0.5pt}$$

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{y}{L} \Rightarrow y = L\operatorname{tg}\theta \Rightarrow dy = \frac{L}{\cos^2\theta}\ d\theta \quad \textbf{0.5pt}$$

Donc

$$\Rightarrow \begin{cases} dE_x = dE\cos\theta = \dfrac{k\lambda \frac{L}{\cos^2\theta}\ d\theta}{\left(\frac{L}{\cos\theta}\right)^2}\cos\theta = \dfrac{k\lambda}{L}\cos\theta\ d\theta & \textbf{0.5pt} \\ dE_y = -dE\sin\theta = -\dfrac{k\lambda \frac{L}{\cos^2\theta}\ d\theta}{\left(\frac{L}{\cos\theta}\right)^2}\sin\theta = -\dfrac{k\lambda}{L}\sin\theta\ d\theta & \textbf{0.5pt} \end{cases}$$

3. Le champs total :

$$E_x = \int_0^\alpha \frac{k\lambda}{L}\cos\theta\ d\theta = \frac{k\lambda}{L}\ (\sin\alpha - \sin 0) = \frac{k\lambda}{L}\ \sin\alpha \quad \textbf{0.5pt}$$

$$E_y = -\int_0^\alpha \frac{k\lambda}{L}\sin\theta\ d\theta = \frac{k\lambda}{L}\ (\cos\alpha - \cos 0) = \frac{k\lambda}{L}\ (\cos\alpha - 1) \quad \textbf{0.5pt}$$

4. $dV = -\vec{E}.\vec{dl} = \frac{k\lambda}{L}\sin\alpha\ dx - \frac{k\lambda}{L}\ (\cos\alpha - 1)dy.$ **0.5pt**

Entre le point $M(L,0)$ et le point $M'(2L,0)$, la variable $x = 0$ donc $dx = 0$. $dV = -\vec{E}.\vec{dl} = \frac{k\lambda}{L}\ (\cos\alpha - 1)dy$ **0.5pt**

$$\int_{V_M}^{V_{M'}} dV = -\int_L^{2L} \frac{k\lambda}{L}\ (\cos\alpha - 1)dy \to \Delta V = V_{M'} - V_M = -\frac{k\lambda}{L}\ (\cos\alpha - 1)(2L - L) = -k\lambda(\cos\alpha - 1) \quad \textbf{0.5pt}$$