SERIE N°01 : Techniques de Transformations entre espaces de coordonnées

Exercice 01 :

On considère dans le plan, le cas de la transformation entre les coordonnées cartésiennes (x, y) et polaires (r, θ).

1- Exprimer la matrice Jacobéenne correspondant à cette transformation

2- Donner son déterminant

3- Soit la fonction $F(x,y) = x^2 y$ avec $\frac{\partial F(x,y)}{\partial x} = 2xy$. Retrouver ce résultat en passant par des dérivées par rapport aux variables (r, θ).

Exercice 02 :

On considère dans l'espace le cas de la transformation entre l'espace de coordonnées cartésiennes (x, y, z) et celui des coordonnées cylindriques (r, θ, z).

1- Exprimer la matrice Jacobéenne correspondant à cette transformation.

2- Donner son déterminant

3- Donner sa matrice inverse.

Exercice 03 :

On considère la surface suivante S définie dans le plan (x,y). S est un quart de disque de rayon égal à 1. On considère ensuite la fonction

$F(x,y) = x$ et l'intégrale $I = \int_S \frac{\partial F(x,y)}{\partial x} dx\, dy.$

1- Calculer I dans l'espace des coordonnées polaires en utilisant la matrice jacobéenne, son inverse et son déterminant.

2- Vérifier le résultat obtenu en le recalculant directement dans l'espace (x,y)