

**SERIE N°04 : Techniques d'intégrations numériques en EF**

**Exercice 01 :**

On considère le solide de forme triangulaire T défini en 2D dans le plan (x,y) à la figure 01 ci-dessous.

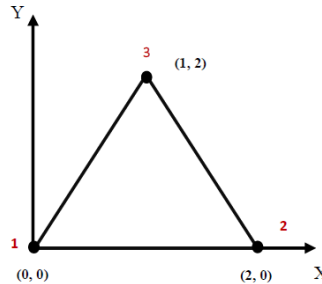


Figure 01 : solide Triangulaire T

Ce solide est maillé avec un élément fini triangulaire de type TRI3 et on veut calculer l'intégrale I ci-dessous qui représente le moment d'inertie de ce solide autour de l'axe Y

$$I = \iint_T x^2 dx \cdot dy$$

Les coordonnées des nœuds de l'élément sont les suivants Nœud 1 (0, 0) ; Nœud 2 (2, 0) ; Nœud 3 (1, 2).

Calculer numériquement la valeur de cette intégrale en passant par l'élément de référence et en utilisant:

- un seul point d'intégration (r=1)
- un nombre minimum de points d'intégration pour avoir une intégration exacte.

**Exercice 02 :**

On considère l'intégrale ci-dessous représentant le moment d'inertie d'une section rectangulaire A (centrée sur l'origine) définie en 2D dans le plan (x,y).  $I = \iint_A y^2 dx \cdot dy$

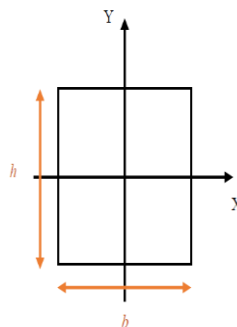
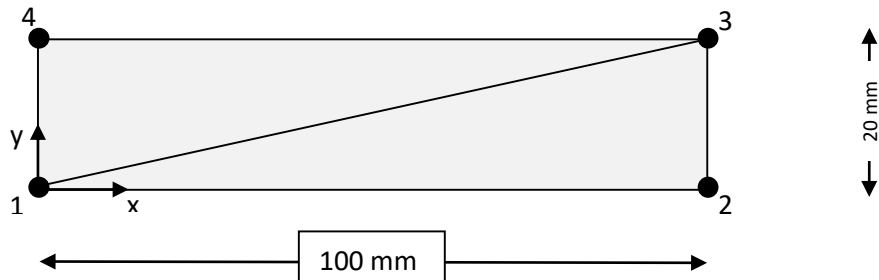


Figure 02 : section rectangulaire (b\*h)

On associe un élément fini de type quadrangle linéaire QUA4 à cette section. Déterminer la matrice Jacobienne de cet élément ainsi que son déterminant. Calculer ensuite numériquement la valeur de cette intégrale.

**Exercice supplémentaire (extrait de sujet d'examen) : (07.50 points)**

On considère dans le plan lié au repère 1xy, le cas d'une section transversale d'aire A et de forme rectangulaire de largeur 100 mm et de hauteur 20 mm Cette section est modélisée en 2D par deux éléments triangulaires de type TRI3 à trois nœuds (voir figure 03 ci-dessous).



**Figure 03** : section de 100 mm de largeur et de 20 mm de hauteur modélisée par deux éléments triangulaires TRI3

On veut calculer les trois intégrales  $I_x$ ,  $I_y$  et  $I_{xy}$  ci-dessous qui représentent respectivement les trois moments d'inertie de cette section par rapport aux axes X, Y et à l'origine du repère 1, tels que :

$$I_x = \iint_A y^2 dx. dy \quad I_y = \iint_A x^2 dx. dy \quad I_{xy} = \iint_A x. y. dx. dy$$

Les coordonnées des nœuds sont les suivants Nœud 1 (0,0) ; Nœud 2 (100,0) ; Nœud 3 (100,20) et ; Nœud 4 (0,20).

Calculer numériquement les valeurs de ces intégrales en passant par l'élément de référence :

- Avec un seul point d'intégration ( $r=1$ ) (03 points)
- Avec le minimum de points d'intégration pour avoir une intégration exacte (04.5 points)