

SERIE N°07 : Systèmes formés de barres

Exercice 01 :

Soit le système formé de deux barres (01) et (02) fixées sur des appuis doubles à leurs extrémités respectives 1 et 2 et connectées entre elles (par une liaison articulée) au nœud 3 (Figure 01). Calculer les composantes u_{x3} et u_{y3} du vecteur déplacement du nœud 3 ainsi que les efforts internes dans les barres.

Exercice 02

Reprenre le système précédent en connectant un ressort vertical au nœud 3 (figure 02). Calculer pour ce second cas les nouvelles valeurs des composantes u_{x3} et u_{y3} du vecteur déplacement du nœud 3 ainsi que les efforts internes dans les barres ainsi que le ressort.

Notas pour les deux exercices 01 et 02 : $E = 210000 \text{ MPa}$, $L = 10 \text{ m}$ $S = 0.0001 \text{ m}^2$ et $F = 10 \text{ KN}$

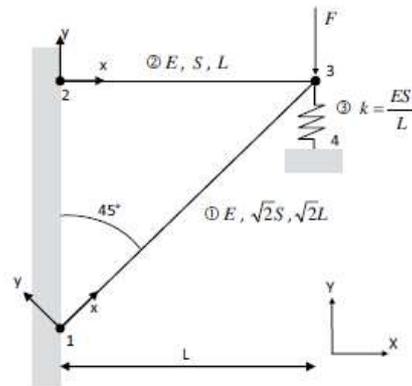
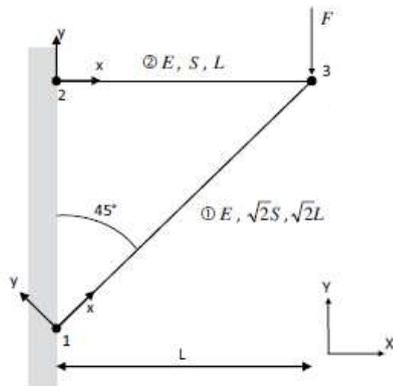


Figure 01 : Système de deux barres en console

Figure 02 : Système de deux barres en console avec ressort

Exercice 03 :

Soit un système constitué de trois éléments ressort connectés à travers des masses m identiques. Les raideurs de ces éléments ressort sont respectivement $3k$, $2k$ et k . le nœud 1 est bloqué par un encastrement. Calculer les déplacements des nœuds 2, 3 et 4 ainsi que la réaction à l'appui 1.

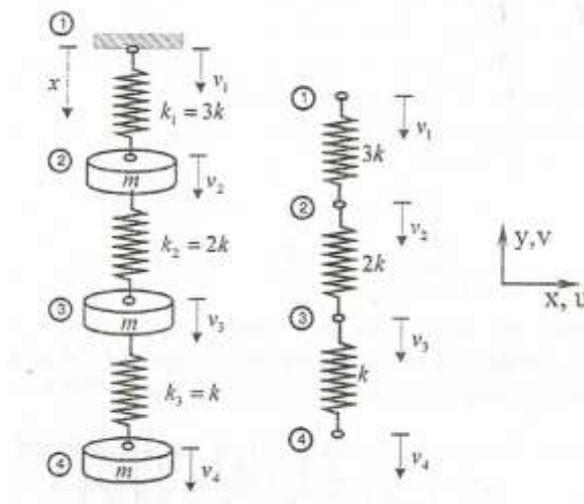


Figure 03 : structure formée de trois éléments ressort de rigidités différentes

Exercices supplémentaires (extraits de sujets d'examens)

Exercice 04 : (07.5 points)

Soit le système formé de deux barres métalliques (1) et (2) en acier dont la section est d'aire $A = 1 \text{ cm}^2$ et de module d'Young $E = 210000 \text{ MPa}$. Ces barres sont fixées sur des appuis doubles à leurs extrémités respectives aux nœuds 1 et 2 et connectées entre elles (par une liaison articulée) au nœud 3 (figure 04). Chaque barre a une longueur de 50 cm. Les coordonnées des nœuds 1, 2 et 3 sont respectivement en cm $(0, 0)$; $(40, -30)$ et $(80, 0)$. Une force verticale F d'intensité 1KN, dirigée vers le bas est appliquée au niveau du nœud 2.

- 1) Calculer les composantes u_{x2} et u_{y2} du vecteur déplacement du nœud 2 (04 points).
- 2) Déterminer les composantes horizontales et verticales des réactions au niveau des appuis 1 et 3 (02 points).
- 3) Calculer les valeurs des efforts internes dans ces deux tiges (1.5 points).

Notas : Pour l'élément (1) Prendre l'angle $\varphi = -\arctg(30/40) = -36.87$ degrés.

Pour l'élément (2) prendre l'angle $\varphi = +\arctg(30/40) = +36.87$ degrés.

Exercice 05 : (08 points)

Soit le système formé de deux barres métalliques (1) et (2) en acier dont la section est d'aire $A = 1 \text{ cm}^2$ et de module d'Young $E = 210000 \text{ MPa}$. Ces barres sont fixées sur des appuis doubles à leurs extrémités respectives aux nœuds 1 et 3 et connectées entre elles (par une liaison articulée) au nœud 2 (figure 05). Chaque barre a une longueur de 50 cm. Les coordonnées des nœuds 1, 2 et 3 sont respectivement en cm $(0, 0)$; $(40, 30)$ et $(80, 0)$ et. Une force horizontale F d'intensité 1KN, est appliquée au niveau du nœud 2 (voir figure 01).

- 1) Calculer les composantes u_{x2} et u_{y2} du vecteur déplacement du nœud 2 (04 points).
- 2) Déterminer les composantes horizontales et verticales des réactions au niveau des appuis 1 et 3 (02 points).
- 3) Calculer les valeurs des efforts internes dans ces deux barres (02 points).

Notas : Pour l'élément (1) Prendre l'angle $\varphi = +\arctg(30/40) = +36.87$ degrés.

Pour l'élément (2) prendre l'angle $\varphi = -\arctg(30/40) = -36.87$ degrés.

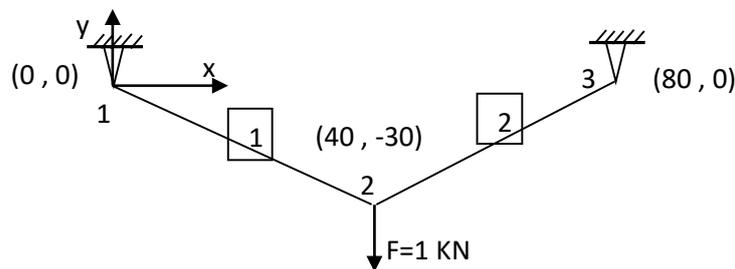


Figure 04 : système de deux tiges de suspension

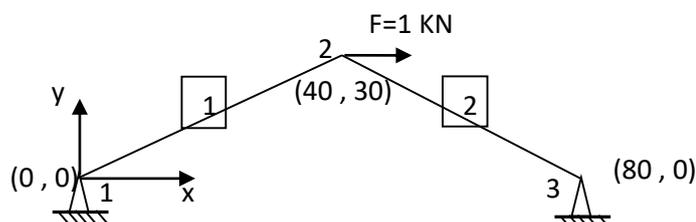


Figure 05 : système de deux barres inclinées dites stabilisatrices

Exercice 06 : (08.5 points)

Soit le système formé de deux tiges métalliques (1) et (2) de 50 cm de longueur chacune, et d'un ressort horizontal (3) de longueur $L=80\text{cm}$ (figure 06). Ce ressort relie les deux extrémités supérieures (ou bien les nœuds 1 et 3) de ces tiges. Ces barres sont en acier dont la section transversale est d'aire $A = 1 \text{ cm}^2$ et de module d'Young $E= 210000 \text{ MPa}$. Ce ressort est de raideur $k = \left(\frac{80 \cdot E \cdot A}{50 \cdot L} \right)$

Le nœud 1 est un appui double tel que $u_{x1} = u_{y1} = 0$. Le nœud 3 est un appui simple tel que $u_{y3} = 0$. Les coordonnées des nœuds 1, 2 et 3 sont respectivement en cm $(0, 0)$; $(40, -30)$ et $(80, 0)$. Une force verticale F d'intensité 1KN, dirigée vers le haut est appliquée au niveau du nœud 2.

- 1) Calculer les composantes u_{x2} et u_{y2} du vecteur déplacement du nœud 2 ainsi que la composante horizontale u_{x3} du vecteur déplacement du nœud 3 (06 points).
- 2) Déduire de la réponse à la question précédente la valeur de l'allongement du ressort (0,5 points)
- 3) Calculer les réactions au niveau des appuis 1 et 3 (01,5 points).
- 4) Calculer la valeur de l'effort normal (avec son signe) dans l'élément (2) (0.5 points).

Notas : Pour l'élément (1) Prendre l'angle $\varphi = -\arctg(30/40) = -36.87$ degrés.

Pour l'élément (2) prendre l'angle $\varphi = +\arctg(30/40) = +36.87$ degrés.

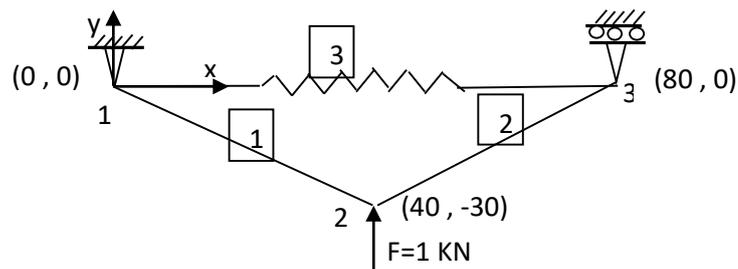


Figure 06 : système de deux tiges de suspension reliées par un ressort horizontal