

Examen de Rattrapage Biostatistique

(Durée : 1 h 30)

Exercice n° 1. (07 points)

Dans un poulailler, on a prélevé le poids de 200 œufs, les résultats obtenus sont regroupés dans des classes d'amplitude 5 grammes et synthétisés dans le tableau statistique suivant :

Classes	[50; 55[[55; 60[[60; 65[[65; 70[
Effectifs n_i	25	76	79	20

1. Dresser le tableau des fréquences relatives cumulées.
2. Calculer la moyenne de cette série.
3. Déterminer le mode, la médiane, Q_1 et Q_3 .

Exercice n° 2. (06 points)

Le tableau de contingence des effectifs de deux variables aléatoires X et Y est le suivant :

$X \setminus Y$	1	2	3	4	5	6	$n_{i\bullet}$
0	1	3	4	5	7	11	
1	0	0	1	2	2	0	
$n_{\bullet j}$							

1. Déterminer les effectifs marginales $n_{i\bullet}$ et $n_{\bullet j}$.
2. Calculer \bar{x} , \bar{y} et \overline{xy} . Déduire la valeur de $Cov(X, Y)$.

Exercice n° 3. (07 points)

Dans une population donnée, 8% d'enfants sont atteints de dyslexie. On prélève dans cette population un échantillon de 10 enfants et soit X la variable aléatoire donnant le nombre d'enfants atteints de dyslexie (la dyslexie est un trouble de la lecture et de l'écriture spécifique qui apparaît chez l'enfant).

1. Quelle est la loi de X ? Donner son espérance et sa variance.
2. Calculer la probabilité que trois enfants soient atteints de dyslexie.
3. Calculer la probabilité qu'au moins un enfant soit atteint de dyslexie.

Courage de l'Examen de Rattrapage Biostatistique

Exercice n° 01: (07 points)

1) Le tableau des fréq. relative cumulée:

moins de x:	< 50	< 55	< 60	< 65	≥ 70
N_i	0	25	101	180	200
F_i	0	0,125 12,5%	0,505 50,5%	0,9 90%	1 100%

(2)

2) La moyenne $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum n_i \cdot c_i$

$$\bar{x} = \frac{1}{200} \left((25 \times 52,5) + (76 \times 57,5) + (79 \times 62,5) + (20 \times 67,5) \right)$$

$$\bar{x} = 59,85 \quad (1)$$

3) Le mode: classe modale: [60, 65[

$$M_0 = L_i + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} a = 60 + \frac{79 - 76}{(79 - 76) + (79 - 20)} 5 = 60,24 \quad (1)$$

(iv) La médiane: $M_e \in [55; 60[$

$$M_e = L_i + \frac{\frac{n}{2} - \sum_{c_j}^{c_{M_e}} n_j}{n_{M_e}} a = 55 + \frac{\frac{200}{2} - 25}{76} 5 = 59,93 \quad (1)$$

(v) Le quartile Q_1 : $Q_1 \in [55; 60[$

$$Q_1 = L_i + \frac{\frac{n}{4} - \sum_{c_j}^{c_{Q_1}} n_j}{n_{Q_1}} a = 55 + \frac{\frac{200}{4} - 25}{76} 5 = 56,64 \quad (1)$$

(vi) Le quartile Q_3 : $Q_3 \in [60; 65[$

$$Q_3 = L_i + \frac{\frac{3n}{4} - \sum_{c_j}^{c_{Q_3}} n_j}{n_{Q_3}} a = 60 + \frac{\frac{3 \times 200}{4} - (25 + 76)}{79} 5 = 63,10 \quad (1)$$

Exercice n°02: (06 points)

1) Les effectifs marginaux n_{i0} et n_{0j} :

X\Y	1	2	3	4	5	6	n_{i0}
0	1	3	4	5	7	11	31
1	0	0	1	2	2	0	5
n_{0j}	1	3	5	7	9	11	36

$$n_{i0} = \sum_j n_{ij}$$

$$n_{0j} = \sum_i n_{ij}$$

$$n = \sum_i \sum_j n_{ij}$$

2) \bar{x} , \bar{y} et \overline{xy} :

i) $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i n_{i0} x_i = \frac{1}{36} ((31 \times 0) + (5 \times 1)) = \frac{5}{36} = 0,1388$ (1)

ii) $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_j n_{0j} y_j = \frac{1}{36} ((1 \times 1) + (3 \times 2) + (5 \times 3) + (7 \times 4) + (9 \times 5) + (11 \times 6)) = 4,4722$ (1)

iii) $\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_i \sum_j n_{ij} x_i y_j = \frac{1}{36} ((1 \times 3) + (2 \times 4) + (2 \times 5)) = 0,5833$ (1)

iv) $Cov(X, Y) = \overline{xy} - \bar{x} \bar{y} = 0,5833 - (0,1388 \times 4,4722)$

$$Cov(X, Y) = -0,0374$$
 (1)

Exercice 03: (07 points)

1) La variable aléatoire X suit une loi Binomiale $\beta(n, p)$, avec $n=10$ et $p=0,08$.

$$P(X=k) = C_{10}^k (0,08)^k (1-0,08)^{10-k}$$
 (1)

$$E(X) = np = 10(0,08) = 0,8$$
 (1)

$$V(X) = npq = 10(0,08)(0,92) = 0,736$$
 (1)

2) $P(X=3) = C_{10}^3 (0,08)^3 (0,92)^7 \approx 0,03$ (2)

3) $P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X=0) = 1 - C_{10}^0 (0,92)^{10}$ (2)

$$P(X \geq 1) \approx 0,57$$