**Université de Bejaia** | **Année Universitaire 2023/2024**
**Faculté de Technologie** | **Juin 2024**
**Département de Technologie (1ère Année LMD)** | **Durée : 01h30**

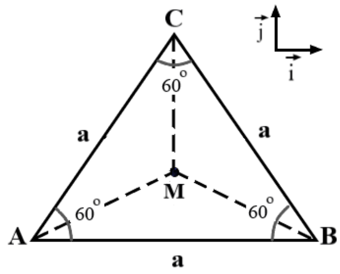
# Examen de rattrapage physique 2

## Questions de cours

- Citer les trois cas de distributions continues des charges électriques.
- Donner l'expression et l'unité de la densité de charge électrique de chaque distribution.

## Exercice 1

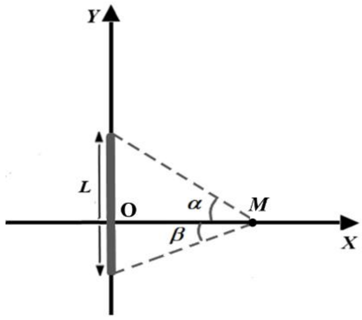
Soient trois charges ponctuelles $q_1 = q, q_2 = 2q, q_3 = -3q$ $(avec\ q > 0)$ placées respectivement aux sommets $A, B, C$ d'un triangle équilatéral de côté $a$.




1. Représenter puis déterminer en fonction de $q, a, \vec{i}$ et $\vec{j}$ les champs électriques $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ et $\vec{E}_3$ créés respectivement par les charges $q_1, q_2$ et $q_3$ au centre $M$ du triangle. Déduire le champ électrique total au point $M$. (On donne $AM = BM = CM = \frac{a}{\sqrt{3}}$).
2. Calculer le potentiel électrique créé par les trois charges au point $M$.
3. Une charge $q_0 > 0$ est placée au point $M$. Déduire la force électrostatique que subit la charge $q_0 > 0$, ainsi que son énergie potentielle.

## Exercice 2

Un fil de longueur $L$ uniformément chargé par une densité linéique positive $\lambda$ et placé suivant l'axe des $Y$, comme le montre la figure ci-contre.

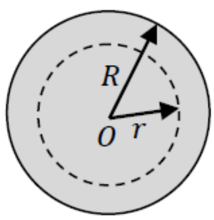



1. Donner l'expression du champ électrique $\vec{E}$ crée par ce fil au point $M$ tel que $OM = x$, en fonction de $\alpha$ et $\beta$.
2. Montrer que lorsque le fil devient infini, le champ s'écrit : $\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x}\vec{i}$

**<u>Choisir un seul exercice.</u>**

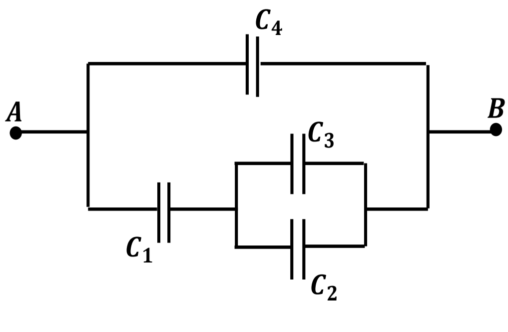
## Exercice 3

Une sphère non conductrice de centre $O$ et de rayon $R$, chargé en volume avec une densité uniforme $\rho$ positive. En utilisant le théorème de Gauss, déterminer l'expression du champ électrique $\vec{E}$ produit par cette distribution de charges en un point $M$ située à une distance $r$ du centre $O$ (Distinguer les régions $r < R$ et $r > R$).
Tracer la variation de $E$ en fonction de $r$.




## Exercice 4

Soit l'assemblage de condensateurs représenté par la figure ci-contre. On relie les deux points $A$ et $B$ à un générateur délivrant une tension continue $U_{AB} = 200\ V$. A l'équilibre :




1. Calculer la capacité équivalente $C_{eq} = C_{AB}$ de ce montage entre les points $A$ et $B$
2. Trouver la charge portée par chaque condensateur, ainsi que la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur.
   On donne : $C_1 = 6\ \mu F, C_2 = 2\ \mu F, C_3 = 4\ \mu F, C_4 = 7\ \mu F$

**Bon courage**

# Corrigé

## Questions de cours (2 pts)

- Les trois cas de distributions des charges électriques : Linéaire, surfacique et volumique. $(\mathbf{0.5\ pts})$
- Expression et unité de la densité de charge électrique de chaque distribution :

  Linéaire : $\lambda = \frac{dq}{dl}\ (C/m)(\mathbf{0.5\ pts})$

  Surfacique : $\sigma = \frac{dq}{ds}(C/m^2)(\mathbf{0.5\ pts})$

  Volumique : $\rho = \frac{dq}{dV}(C/m^3)(\mathbf{0.5\ pts})$

## Exercice 1 (7.5 pts)

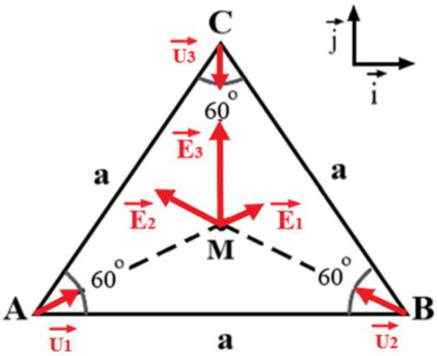
**1.** Les champs électriques $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$ et $\vec{E}_3$en fonction de $q, a, \vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

$\overrightarrow{\boldsymbol{U_1}} = \cos 30°\vec{\imath} + \sin 30°\vec{\jmath} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath}\,;\overrightarrow{\boldsymbol{U_2}} = -\cos 30°\vec{\imath} + \sin 30°\vec{\jmath} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath}\,;\overrightarrow{\boldsymbol{U_3}} = -\vec{\jmath}$**(0.75pts)**

$\overrightarrow{\boldsymbol{E_1}} = \frac{Kq_1}{\|AM\|^2}\overrightarrow{U_1} = 3\frac{Kq}{a^2}(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath})$**(0.5pts)**

$\overrightarrow{\boldsymbol{E_2}} = \frac{Kq_2}{\|BM\|^2}\overrightarrow{U_2} = 3\frac{K(2q)}{a^2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right) = 3\frac{Kq}{a^2}(-\sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath})$**(0.5pts)**

$\overrightarrow{\boldsymbol{E_3}} = \frac{Kq_3}{\|CM\|^2}\overrightarrow{U_3} = 3\frac{K(-3q)}{a^2}(-\vec{\jmath}) = 9\frac{Kq}{a^2}\vec{\jmath}$**(0.5pts)**




**(1.5 pts)**

Le champ électrique total au point$M$.

$\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M}) = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} + \overrightarrow{E_3}$**(0.25pts)**

$\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M}) = 3\frac{Kq}{a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath}\right) + 3\frac{Kq}{a^2}(-\sqrt{3}\vec{\imath} + \vec{\jmath}) + 9\frac{Kq}{a^2}\vec{\jmath}$**(0.25pts)**

$\vec{\boldsymbol{E}}(\boldsymbol{M}) = \frac{3}{2}\frac{Kq}{a^2}(-\sqrt{3}\vec{\imath} + 9\vec{\jmath})$**(0.5pts)**

**2.** Le potentiel électrique créé par les trois charges au point $M$.

$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{M}) = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{Kq_1}{AM} + \frac{Kq_2}{BM} + \frac{Kq_3}{CM}$**(0.25 +0.75pts)**

$\boldsymbol{V}(\boldsymbol{M}) = \sqrt{3}\frac{Kq}{a} + \sqrt{3}\frac{K(2q)}{a} + \sqrt{3}\frac{K(-3q)}{a} = \mathbf{0}$**(0.75pts)**

**3.** La force électrostatique

$\vec{F}(M) = q_0\vec{E}(M) = \frac{3}{2}\frac{Kq_0q}{a^2}(-\sqrt{3}\vec{\imath} + 9\vec{\jmath})$**(0.5pts)**

Energie potentielle.

$E_p = q_0V(M) = 0$**(0.5 pts)**

**<u>Exercice 2</u>(5 pts)**

**1.** Champ crée par le fil au point M en fonction de $\alpha$ et $\beta$:

Soit un élément de longueur $dl$ porte une charge élémentaire $dq$. Cette charge génère au point M un champ élémentaire $d\vec{E}$ son expression est donnée par:

$\overrightarrow{dE} = \frac{Kdq}{r^2}\vec{u}$**(0.25 pts)**

avec $dq = \lambda dl = \lambda dy$**(0.25 pts)**

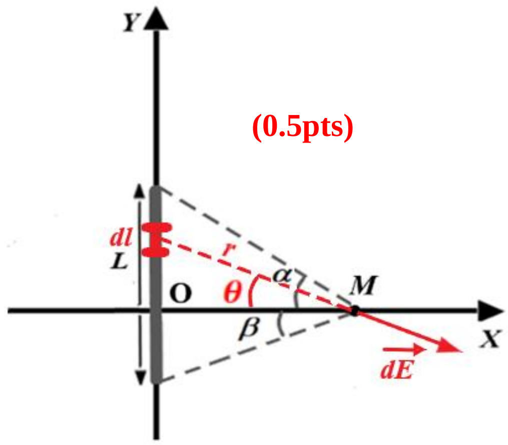
$\vec{u} = \cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\vec{\jmath}$**(0.25pts)**

$\Rightarrow \overrightarrow{dE} = \frac{K\lambda dy}{r^2}\left(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\vec{\jmath}\right)$**(0.25pts)**

On a :$x = r\cos\theta \Rightarrow r = \frac{x}{\cos\theta}$**(0.25pts)**

$y = x\tan\theta \Rightarrow dy = \frac{x}{\cos^2\theta}d\theta$**(0.25pts)**

(0.5pts)




$$\Rightarrow d\vec{E} = \frac{K\lambda\frac{x}{\cos\theta^2}}{\frac{x^2}{\cos\theta^2}}(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\vec{\jmath})d\theta$$

$= \frac{K\lambda}{x}(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\vec{\jmath})d\theta$**(0.5pts)**

Le champ total :

$\vec{E}(M) = \int_\beta^\alpha d\vec{E} = \frac{K\lambda}{x}\int_\beta^\alpha(\cos\theta\,\vec{\imath} - \sin\theta\vec{\jmath})d\theta = \frac{K\lambda}{x}[\sin\theta\,\vec{\imath} + \cos\theta\,\vec{\jmath}]_\beta^\alpha$**(0.5 pts)**

Donc $\vec{E}(M) = \frac{K\lambda}{x}[(\sin\alpha - \sin\beta)\vec{\imath} + (\cos\alpha - \cos\beta)\vec{\jmath}]$**(0.5 pts)**

**2.** L'expression du champ pour un fil infini

Pour $L \to \infty \Rightarrow \alpha \to \frac{\pi}{2}\;\; et\; \beta \to -\frac{\pi}{2}$**(0.5 pts)**

$\vec{E} = \frac{K\lambda}{x}\left[(\sin\frac{\pi}{2} - \sin(-\frac{\pi}{2})\,)\vec{\imath} + (\cos\frac{\pi}{2} - \cos(-\frac{\pi}{2})\,)\vec{\jmath}\right] \Rightarrow \vec{E} = 2\frac{K\lambda}{x}\vec{\imath}$ **(0.5pts)**

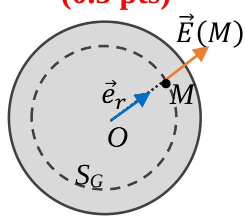
Sachant que $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}\vec{\imath}$**(0.5 pts)**

**<u>Exercice 3</u>(5.5 pts)**

Le champ électrique est radial : $\vec{E}(M) = \vec{E}(r).\vec{e}_r$**(0.25 pts)**car la symétrie de cette distribution est sphérique. **(0.25pts)**

En raison de la symétrie sphérique du champ électrique on choisit la surface de Gauss ($S_G$) une sphère de centre $O$ et de rayon $r$**(0.25 pts)**

(0.5 pts)



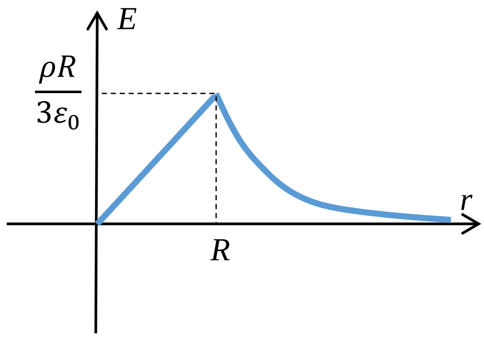

Le flux : $\Phi = \oiint_{S_G}\vec{E}.d\vec{S} = E.S_G = E.(4\pi r^2)$ **(0.75 pts)**

Théorème de Gauss : $\Phi = \oiint_{S_G} \vec{E}.d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0.5 pts)**

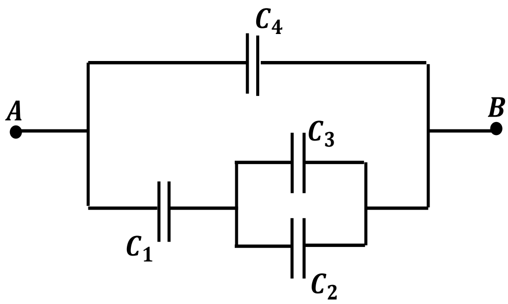
Le champ électrique :$E.(4\pi r^2) = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0.25 pts)** $\Rightarrow E(r) = \frac{Q_{int}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ **(0.5 pts)**

- Si $r<R$ : $Q_{int} = \rho.V_r = \rho.\frac{4}{3}\pi r^3$ **(0.25 pts)** $\Rightarrow E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$ **(0.5 pts)**
- Si $r>R$ : $Q_{int} = \rho.V_R = \rho.\frac{4}{3}\pi R^3$ **(0.25 pts)** $\Rightarrow E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$ **(0.5 pts)**

Variation de $E$ en fonction de $r$ : **(0.75 pts)**




**<u>Exercice 4</u>(5.5 pts)**




1. Capacité équivalente $C_{eq} = C_{AB}$

   $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2+C_3} = \frac{1}{6} + \frac{1}{2+4} = \frac{1}{3} \Rightarrow C' = 3\ \mu F$ **(0.75pts)**

   $C_{eq} = C_4 + C' = 7 + 3 = 10\mu F$ **(0.75 pts)**

2. La charge portée par chaque condensateur, ainsi que la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur :

   $Q_{eq} = C_{AB}V_{AB} = 10 \times 10^{-6} \times 200 = 2 \times 10^{-3} C = 2\ mC$ **(0.5 pts)**

   $V_4 = V_{AB} = 200\ V$ **(0.5 pts)**

   $Q_4 = C_4V_4 = 1.4\ mC$ **(0.5 pts)**

   $Q_{eq} = Q_4 + Q_1 \Rightarrow Q_1 = Q_{eq} - Q_4 = 0.6\ mC$ **(0.5 pts)**

   $V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = 100\ V$ **(0.5 pts)**

   $V_2 = V_3 = V_{23} = V_{AB} - V_1 = 100\ V$ **(0.5 pts)**

   $Q_2 = C_2V_2 = 0.2\ mC$ **(0.5 pts)**

   $Q_3 = C_3V_3 = 0.4\ mC$ **(0.5 pts)**