Econométrie de la finance **Enseignante : Dr MEHIDI**
Département des sciences économiques **M2 EMB 2023/2024**

Travaux dirigés

Exercice 1

Tableau N°1 : Données de l'exercice 1

	T1	T2	T3	T4
2006	10	11	8	29
2007	6	8	9	27
2008	9	12	10	28

Source : Réalisé par l'auteur

Le tableau ci-dessus représente les données trimestrielles d'une série chronologique

Q1 : La série est-elle affectée par un mouvement saisonnier ?

Q2 : Quel est le modèle de décomposition de cette série ?

Q3 : Dessaisonnaliser la série

Q4 : Calculer la prévision pour l'année 2009

Solution de l'exercice 1 :

Tableau N°2 : Calcule des moyennes et des écart types

	T1	T2	T3	T4	$\bar{X}$	σ	**Moyenne par année**
2006	10	11	8	29	14.5	8.44	14.5
2007	6	8	9	27	12.5	8.44	12.5
2008	9	12	10	28	14.75	7.73	14.75
Moyenne par période	8.33	10.33	9	28	/	/	13.91

Source : Réalisé par l'auteur

- **Calcul de la somme des carrés**

ST = $\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{N}(Xij - X..)^2$ = [(10 – 13.91)^2 + (11 – 13.91)^2 + (8 – 13.91)^2 + (29 – 13.91)^2 + (6 – 13.91)^2 + (8 – 13.91)^2 + (9 – 13.91)^2 + (27 – 13.91)^2 + (9 – 13.91)^2 + (12 – 13.91)^2 + (10 – 13.91)^2 + (28 – 13.91)^2]

ST = 820.91

SA = P $\sum_{i=1}^{N}(Xi. - X..)^2$ = 4*[(14.5 - 13.91)^2 + (12.5 – 13.91)^2 + (14.75 – 13.91)^2]

SA = 12.6

SP = **N** $\sum_{j=1}^{p}(X.j - X..)^2$ = 3*[(8.33 – 13.91)^2 + (10.33 – 13.91)^2 + (9 – 13.91)^2 + (28 – 13.91)^2]

SP = 799.76

SR = ST –SA –SP = 820.91 – 12.6 – 799.76

SR = 8.99

- **Calcul des variances**

VP = $\frac{SP}{P-1} = \frac{799.76}{3}$ = 266.58 VA = $\frac{SA}{N-1} = \frac{12.16}{2}$ = 6.08

VR = $\frac{SR}{(P-1)*(N-1)} = \frac{8.99}{6}$ = 1.5 VT = $\frac{820.91}{11}$ = 74.62

Q1 : Test de saisonnalité

$$\begin{cases} H0: La\ série\ n'est\ pas\ saisonnière \\ H1: La\ série\ est\ \ \ \ \ \ \ \ saisonnière \end{cases}$$

FC = $\frac{VP}{VR} = \frac{SP/P-1}{SR/(N-1)*(P-1)} = \frac{266.58}{1.5}$ = 177.72 , $F_{(3,6)}^{5\%}$ = 4.76

FC > $F_{(3,6)}^{5\%}$ → on accepte H1 → **La série est affectée par un mouvement saisonnier.**

Q2 : Pour tester le type de modèle, on applique le test de Bays Ballot

On estime le modèle suivant : $\sigma_i = \alpha + \beta\bar{x}_i + \varepsilon_i$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(Xi - \overline{X})^2}{N}}$$

Calcul de σ_1

$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{3}[(10-14.5)^2 + (11-14.5)^2 + (8-14.5)^2 + (29-14.5)^2]}$

σ_1 = 8.44

$\bar{\sigma}$ est la moyenne des écarts types $\bar{\sigma} = \frac{\sigma 1 + \sigma 2 + \sigma 3}{n}$

$\bar{\sigma} = \frac{8.44+8.44+7.73}{3}$ = 8.20

$\bar{t}$ est la moyenne des moyennes c'est $\bar{\bar{X}}$

$\bar{t} = \bar{\bar{X}} = \frac{14.5+12.5+14.75}{3}$ = 13.91

$\hat{\beta} = \frac{\sum X_i Y_i - N\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - N\,\bar{X}^2}$

Dans ce cas les Xi sont les écarts types, les Yi sont les moyennes et $\bar{X}$ c'est la moyenne des moyennes $\bar{t}$

$\hat{\beta} = \frac{\sum \sigma_i \bar{x}_i - N\bar{\sigma}\bar{t}}{\sum \bar{X}^2 - N\,\bar{t}^2}$

Tableau N°3 : Calcul des coefficients de régression

σ_i	$\overline{X_i}$	$\sigma_i\bar{X}$	$\bar{X}_i^2$	$\hat{\sigma}_i$	e_i	e_i^2
8.44 8.44 7.73	14.5 12.5 14.75	122.38 105.5 114.02	210.25 156.25 217.56	8.125 8.505 8.078	0.315 - 0.065 - 0.35	0.102 0.005 0.122
somme		341.90	584.06			0.23

Source : Réalisé par l'auteur

$\hat{\beta} = \frac{341.90-3*8.20*13.91}{584.06-3*(13.91)^2}$ = **- 0.19**

$\hat{\alpha}$ = 8.20 – [(-0.19)*13.91] = **10.88**

$\hat{\sigma}_i = 10.88-0.19\bar{x}_i$

TC = $\left|\frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}\right|$,

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{\sum \bar{X}^2-N(t)^2} = \frac{\sum e_t^2/n-2}{\sum \bar{X}^2-N(t)^2} = \frac{0.23/1}{584.06-3*(13.91)^2}$$

$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2 = 0.063 \rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = 0.25$

TC = $\left|\frac{-0.19}{0.25}\right|$ = 0.95

$$\begin{cases} H0: \beta = 0 \rightarrow \quad modèle\ additif \\ H1: \beta \neq 0 \rightarrow modèle\ multiplicatif \end{cases}$$

$T_{n-2}^{\alpha/2} = T_1^{0.025}$ = 12.71

Tc < Tt → on accepte H0 donc **le modèle de décomposition de la série est additif**

Q3 : Dessaisonalisation de la série

Tableau N°4 : Calcul de la série dessaisonnalisée

	X_i	t_i	$X_i t_i$	t_i^2	$\hat{x} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} t_i$	$S_i = X_i - \hat{x}$	$\bar{S}$	S*=$S_i - \bar{S}$	$X_{cvs} = X_i - S*$
2006	10 11 8 29	1 2 3 4	10 22 24 116	1 4 9 16	10.45 11.08 11.71 12.34	-0.45 -0.08 -3.71 16.66	3.105	-3.55 -3.185 -6.815 13.55	13.55 14.185 14.815 15.45
2007	6 8 9 27	5 6 7 8	30 48 63 216	25 36 49 64	12.97 13.6 14.23 14.86	-6.97 -5.6 -5.23 12.14	-1.41	-5.56 -4.19 -3.82 13.55	11.56 12.19 12.82 13.45
2008	9 12 10 28	9 10 11 12	91 120 110 336	81 100 121 144	15.49 16.12 16.75 17.38	-6.49 -4.12 -6.75 10.62	-1.68	-4.81 -2.44 -5.07 12.3	13.81 14.44 15.07 15.7

Source : Réalisé par l'auteur

Pour dessaisonnaliser cette série, on estime le modèle suivant : $x_i = \alpha + \beta t_i + \varepsilon_i$

$\hat{\beta} = \frac{\sum X_i t_i - N\bar{X}\bar{t}}{\sum t_i^2 - N\,\bar{t}^2} = \frac{1176-12(13.91)(6.5)}{650-12(6.5)^2} \rightarrow \boldsymbol{\hat{\beta}} = \mathbf{0.63}$

$\hat{\alpha}$ = 13.91-(0.63) (6.5) $\rightarrow$ $\boldsymbol{\hat{\alpha}}$ **= 9.82**

$\boldsymbol{\hat{x}_i = 9.82+0.63 t_i}$

X_{cvs} est la série corrigée des variations saisonnières.

Q3 : Prévision

Pour faire une prévision en tenant compte de l'effet saisonnier, nous devons calculer les coefficients saisonniers.

Le premier coefficient est égale à la moyenne des premiers trimestres S* de chaque année.

Le coefficient saisonnier est donné par : $C_{si} = \sum_{i=1}^{N} \frac{Si}{N}$

$$C_{s1} = \frac{-3.55 - 5.56 - 4.81}{3} = -4.64$$

$$C_{s2} = \frac{-3.185 - 4.19 - 2.44}{3} = -3.27$$

$$C_{s3} = \frac{-6.815 - 3.82 - 5.07}{3} = -5.23$$

$$C_{s4} = \frac{-13.55 - 13.55 - 12.3}{3} = -13.13$$

La prévision est donnée par : $X_{t+h} = \hat{X}_{t+h} + C_{si}$

Calculons la prévision pour treizième période : X_{13}

$X_{13} = \hat{X}_{13} + C_{s1}$, $\hat{X}_{13} = 9.82 + 0.63 * t_{13}$, $\hat{X}_{13} = 9.82 + 0.63 * 13$

$\hat{X}_{13} = 18.01$

X_{13}= 18.01-4.64 $\rightarrow$ **X_{13} = 13.37**

$X_{14} = \hat{X}_{14} + C_{s2}$, $\hat{X}_{14} = 9.82 + 0.63 * t_{14}$, $\hat{X}_{13} = 9.82 + 0.63 * 14$

$\hat{X}_{13} = 18.64$

X_{14}= 18.64 – 3.27 $\rightarrow$ **X_{14} = 15.37**

$X_{15} = \hat{X}_{15} + C_{s3}$, $\hat{X}_{15} = 9.82 + 0.63 * t_{15}$, $\hat{X}_{15} = 9.82 + 0.63 * 15$

$\hat{X}_{15} = 19.27$

X_{15}= 19.27 $\rightarrow$ **X_{15} = 14.04**

$X_{16} = \hat{X}_{16} + C_{s4}$, $\hat{X}_{16} = 9.82 + 0.63 * t_{16}$, $\hat{X}_{16} = 9.82 + 0.63 * 16$

$\hat{X}_{16} = 19.9$

X_{16}= 19.9 - 13.13 $\rightarrow$ **X_{16} = 6.77**

Exercice 2

Le tableau suivant représente les données trimestrielles d'une série chronologique

Tableau N°5 : Données de l'exercice 2

	T1	T2	T3	T4
2013	52	36	69	89
2014	65	45	86	111
2015	81	56	108	139
2016	102	70	135	174

Source : Réalisé par l'auteur

Q1 : La série est-elle affectée par un mouvement saisonnier ?

Q2 : Quel est le modèle de décomposition de cette série ?

Q3 : Dessaisonnaliser la série

Q4 : Calculer la prévision pour l'année suivante

Solution de l'exercice 2

Tableau N°6 : Calcul des moyennes et des écarts types

	T1	T2	T3	T4	$\bar{X}$	σ	**Moyenne par année**
2013	52	36	69	89	61.5	19.70	61.5
2014	65	45	86	111	76.75	24.51	76.75
2015	81	56	108	139	96	30.89	96
2016	102	70	135	174	120.25	38.61	120.25
Moyenne par période	75	51.75	99.5	128.25			88.625

Source : Réalisé par l'auteur

- **Calcul de la somme des carrés**

ST = $\sum_{j=1}^{p}\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{Xij} - \boldsymbol{X..})^{\mathbf{2}}$ = [(52-88.625)^2+(36-88.625)^2+(69-88.625)^2+(89-88.625)^2+(65-88.625)^2+(45-88.625)^2+(86-88.625)^2+(111-88.625)^2+(81-88.625)^2+(56-88.625)^2+(108-88.625)^2+(139-88.625)^2+(102-88.625)^2+(70-88.625)^2+(135-88.625)^2+(174-88.625)^2]

ST = 21465.75

SA = P $\sum_{i=1}^{N}(\boldsymbol{Xi.} - \boldsymbol{X..})^{\mathbf{2}}$ = 4 [(61.5 - 88.625)^2 + (76.75 - 88.625)^2 + (96 -88.625)^2 + (120.25 - 88.625)^2]

SA = 7725.25

SP $= \mathbf{N \sum_{j=1}^{p}(X.j - X..)^2}$ = 4[(75 - 88.625)^2 + (51.75 - 88.625)^2+ (99.5 - 88.625)^2 + (128.25 - 88.625)^2]

SP = 12935.25

SR = ST –SA –SP

SR = 21465.75 - 7725.25 - 12935.25

SR = 805.25

- **Calcul des variances**

VP = $\frac{SP}{P-1} = \frac{12935.25}{3}$ = 4311.75

VA = $\frac{SA}{N-1} = \frac{7725.25}{3}$ = 2575.08

VR = $\frac{SR}{(P-1)*(N-1)} = \frac{805.25}{9}$ = 89.47

VT = $\frac{21465.75}{15}$ = 1431.05

Q1 : Test de saisonnalité

$$\begin{cases} H0: La\ série\ n'est\ pas\ saisonnière \\ H1: La\ série\ est\ \ \ \ \ \ \ \ \ saisonnière \end{cases}$$

FC = $\frac{VP}{VR} = \frac{SP/P-1}{SR/(N-1)*(P-1)} = \frac{4311.75}{89.47}$ = 48.19 , $F_{(3,9)}^{5\%}$ = 3.86

FC > $F_{(3,9)}^{5\%}$ → on accepte H1 → La série est affectée par un mouvement saisonnier

Q2 : Pour tester le type de modèle, on applique le test de Bays Ballot

On estime le modèle suivant : $\sigma_i = \alpha + \beta\bar{x}_i + \varepsilon_i$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(Xi - \overline{X})^2}{N}}$$

Calcul de σ_1

$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{4}[(52 - 61.5)^2 + (36 - 61.5)^2 + (69 - 61.5)^2 + (89 - 61.5)^2]}$

σ_1 = 19.70

$\bar{\sigma}$ est la moyenne des écarts types

$\bar{\sigma} = \frac{19.70+24.51+30.89+38.61}{4}$ = 28.43

$\bar{t}$ est la moyenne des moyennes c'est $\bar{\bar{X}}$

$\bar{t} = \bar{\bar{X}} = \frac{61.5+76.75+96+120.25}{4}$ = 88.625

$\hat{\beta} = \frac{\sum X_i Y_i - N\bar{X}\bar{Y}}{\sum X_i^2 - N\,\bar{X}^2}$

Dans ce cas les Xi sont les écarts types, les Yi sont les moyennes et $\bar{X}$ c'est la moyenne des moyennes $\bar{t}$

$\hat{\beta} = \frac{\sum \sigma_i \bar{x}_i - N\bar{\sigma}\bar{t}}{\sum \bar{X}^2 - N\,\bar{t}^2}$

Tableau N°7 : Calcul des coefficients de régression

	σ_i	$\overline{Xi}$	$\sigma_i \bar{X}$	$\bar{X}_i^2$	$\hat{\sigma}_i$	ei	e_i^2
2013	19.70	61.5	2061,48	3782,25	19.5	0.2	0.04
2014	24.51	76.75	1881.14	5890,56	24.83	0.13	0.01
2015	30.89	96	2965.44	9216	30.54	0.35	0.12
2016	38.61	120.25	4642.85	14460,06	38.4	0.31	0.09
Somme	113.71	354.5	10700.98	33348,87		0.99	0.27

Source : Réalisé par l'auteur

$\hat{\beta} = \frac{10700.98 - 4*28.43*88.625}{33348.87 - 4*(88.625)^2}$ = **0.32**

$\hat{\alpha}$ = 28.43 – [(0.32*88.625] = **-0.18**

Donc

$\boldsymbol{\hat{\sigma}_i = -0.18 + 0.32\bar{X}}$

TC = $\left|\frac{\hat{\beta}}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}\right|$,

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2 = \frac{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^2}{\sum \bar{X}^2 - N(t)^2} = \frac{\sum e_t^2/n-2}{\sum \bar{X}^2 - N(t)^2} = \frac{0.27/2}{33348.87 - 4*(88.625)^2}$$

$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}^2 =$ 0,000069 $\rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{\beta}}$ = 0.0083

TC = = $\left|\frac{0.32}{0.0083}\right|$ = 38.55

$$\begin{cases} H0: \beta = 0 \rightarrow \quad \text{modèle additif} \\ H1: \beta \neq 0 \rightarrow \text{modèle multiplicatif} \end{cases}$$

$T_{n-2}^{\alpha/2} = T_2^{0.025}$ = 4.303

Tc > Tt $\rightarrow$ on accepte H1 donc **le modèle de décomposition de la série est multiplicatif**

Q3 : Dessaisonalisation de la série

Tableau N°8 : Calcul de la série dessaisonnalisée

	X_i	t_i	$X_i t_i$	t_i^2	$\hat{x} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} t_i$	$S_i = X_i / \hat{x}$		S*=$S_i/\bar{S}$	$X_{cvs} = X_i / S*$
2013	52	1	52	1	43.2	1.2037	1.09	1.10	47.27
	36	2	72	4	50.08	0.7188		0.65	55.38
	69	3	207	9	56.96	1.2113		1.11	62.16
	89	4	356	16	63.84	1.3941		1.27	70.07
2014	65	5	325	25	70.72	0.9191	0.90	1.02	63.72
	45	6	270	36	77.6	0.5798		0.64	70.31
	86	7	602	49	84.48	1.0179		1.13	76.10
	111	8	888	64	91.36	1.2149		1.11	100
2015	81	9	729	81	98.24	0.8245	0.93	0.88	92.04
	86	10	860	100	105.12	0.8181		0.87	98.85
	108	11	1188	121	112	0.9642		1.03	104.85
	139	12	1668	144	118.88	1.1692		1.25	111.2
2016	102	13	1326	169	125.76	0.8110	1.005	0.80	127.5
	70	14	980	196	63.84	1.0964		1.09	64.22
	135	15	2025	225	139.52	0.9676		0.96	140.62
	174	16	2784	256	146.4	1.1885		1.18	147.45

Source : Réalisé par l'auteur

Pour dessaisonnaliser cette série, on estime le modèle suivant : $x_i = \alpha + \beta t_{i\ +\varepsilon_i}$

$\hat{\beta} = \frac{\sum X_i t_i - N\bar{X}\bar{t}}{\sum t_i^2 - N\ \bar{t}^2} = \frac{13632-16(90.5)(7.87)}{1316-16(7.87)^2} \rightarrow \boldsymbol{\hat{\beta} = 6.88}$

$\hat{\alpha}$ = 90.5-(6.88) (7.87) $\rightarrow$ **$\hat{\alpha}$ = 36.32**

$$\boldsymbol{\hat{x}_i = 36.32 + 6.88 t_i}$$

X_{cvs} est la série corrigée des variations saisonnières.

Q3 : Prévision

Pour faire une prévision en tenant compte de l'effet saisonnier, nous devons calculer les coefficients saisonniers.

Ainsi, le premier coefficient saisonnier est égale à la racine carré du produit des premiers trimestres S* de chaque année.

$C_{s1} = \sqrt{(1.10) * (1.02) * (0.88) * (0.80)}$

$C_{s1} = 0.75$

$C_{s2} = \sqrt{(0.65) * (0.64) * (0.87) * (1.09)}$ = 0.48

$C_{s3} = \sqrt{(1.11) * (1.11) * (1.03) * (0.96)}$ = 1.15

$C_{s4} = \sqrt{(1.27) * (1.11) * (1.25) * (1.18)}$ = 1.84

La prévision est donnée par : $\boldsymbol{X_{t+h} = \hat{X}_{t+h} * C_{si}}$

Calcul de la prévision pour la dix-septième période : X_{17}

$X_{17} = \hat{X}_{17} * C_{s1}$, $\hat{X}_{17} = 36.32 + 6.88 * t_{17}$,

$\hat{X}_{17} = 36.32 + 6.88 * 17$

$\hat{X}_{17} = 153.28$

X_{17}= 153.28 * 0.75 → **X_{17} = 114.96**

Calcul de la prévision pour la dix-huitième période : X_{18}

$X_{18} = \hat{X}_{18} * C_{s2}$, $\hat{X}_{18} = 36.32 + 6.88 * t_{18}$,

$\hat{X}_{18} = 36.32 + 6.88 * 18$

$\hat{X}_{18} = 160.16$

X_{17}= 160.16 * 0.48 → **X_{18} = 76.87**

Calcul de la prévision pour la dix-neuvième période : X_{19}

$X_{19} = \hat{X}_{19} * C_{s3}$, $\hat{X}_{19} = 36.32 + 6.88 * t_{19}$,

$\hat{X}_{19} = 36.32 + 6.88 * 19$

$\hat{X}_{19} = 167.04$

X_{19} = 167.04 * 1.15 → **X_{19} = 192.096**

Calcul de la prévision pour la vingtième période : X_{20}

$X_{20} = \hat{X}_{20} * C_{s4}$, $\hat{X}_{20} = 36.32 + 6.88 * t_{20}$,

$\hat{X}_{20} = 36.32 + 6.88 * 20$

$\hat{X}_{20} = 173.92$

X_{20}= 173.92 * 1.84 → **X_{20} = 320.01**