

Chapitre 3: *Les modèles à correction d'erreur*

Département des Sciences Economiques

Econométrie de la Finance

Dr MEHIDI KAHINA

semestre 1 2023/2024



M2 EMB

Table des matières

Introduction	3
I - Définition de la cointégration	4
II - Test de cointégration (test de la trace)	5
III - Le modèle ECM	6
IV - Le modèle VECM	7
Conclusion	8
Bibliographie	9

Introduction



La vérification de l'existence d'une relation linéaire entre plusieurs variables et l'estimation de ses paramètres est confrontée à de nombreux problèmes, d'autant plus que certaines variables ont une tendance stochastique (racine unitaire).

Même si dans la réalité, aucune relation linéaire ne lie ces variables, une estimation par MCO peut donner des résultats qui font croire faussement qu'une telle relation existe et qu'elle est importante (coefficient de détermination élevé et statistique de Student significative).

C'est le phénomène bien connu de régression fallacieuse (GRA 1974) et (PHI 1986).

En fait, l'existence d'une réelle relation à long terme entre les variables intégrées est soumise à certaines conditions, appelées cointégration entre les variables intégrées. Si les variables sont intégrées (ce que l'on vérifie avec les tests de racine unitaire), il faut vérifier leur éventuelle cointégration pour savoir si elles entretiennent réellement une relation de long terme.

Définition de la cointégration



Définition

Des processus stochastiques X_1, X_2, \dots, X_n intégrés du même ordre « d » sont cointégrés s'il existe une combinaison linéaire de ces processus qui est intégrée d'un ordre inférieur à « d ».

Il faut donc qu'il existe une valeur $b > 0$ des valeurs B_1, B_2, \dots, B_n vérifiant :

$B_1 X_1, B_2 X_2, \dots, B_n X_n$ est I (d-b) où chaque variables X_1, X_2, \dots, X_n est I (d).

L'exemple le plus fréquent est celui de « n » variables X_1, X_2, \dots, X_n , toutes intégrées d'ordre « 1 » et cointégrées s'il existe une combinaison linéaire $B_1 X_1, B_2 X_2, \dots, B_n X_n$ stationnaire, donc une expression $B_1 X_1, B_2 X_2, \dots, B_n X_n$ I (0).

En pareil cas, chaque variable individuelle est non stationnaire avec une tendance stochastique ou déterministe, puisqu'elle est I (1) et donc à tendance à s'éloigner de ses propres caractéristiques initiales avec de larges fluctuations. Toutefois étant cointégrées, ces variables divergent ensemble, elles ont tendance à ne pas trop s'éloigner les unes des autres, puisqu'une fonction de ces variables reste stationnaire. Une force économique les relie à long terme, de manière qu'elles ne s'écartent pas durablement d'une relation d'équilibre.

Test de cointégration (test de la trace)



Les tests de Johansen permettent de vérifier des hypothèses sur le nombre de vecteurs de cointégration dans un système VAR (p) reliant des variables qui sont toutes intégrées du même ordre.

Pour bien mener le test de la trace, Johansen propose cinq spécifications concernant soit les séries, soit les vecteurs de cointégration.

A) Absence de tendance linéaire dans les données (les séries sont toutes des processus DS)

A-1) Absence d'une tendance linéaire dans les séries et d'une constante dans la relation de long terme (la constante dans la relation de cointégration est non significative)

A-2) Absence d'une tendance linéaire dans les séries, mais présence d'une constante dans la relation de long terme.

B) Présence d'une tendance linéaire dans les données.

B-1- Présence d'une tendance dans les données et d'une constante dans la relation de long terme.

B-2- Présence d'une tendance dans les données et dans la relation de long terme.

C) Présence d'une tendance quadratique dans les données (une tendance qui n'est pas linéaire).

Le choix d'une de ces cinq spécifications s'effectue en fonction des données et la forme supposée de la tendance.

Tableau N°1 : Type de processus et choix de la spécification

Type du processus	1	2	3	4	5
- Tous les processus sont des DS sans dérive	*	*			
- Au moins un processus est un DS sans dérive			*		
- Au moins un processus est un TS				*	
- Au moins un processus a une tendance quadratique					*

Source : Réalisé par l'auteur avec le logiciel Eviews 9



Le modèle ECM

Si on a deux séries cointégrées, on peut estimer le modèle à correction d'erreur (ECM) suivant :

$$\Delta Y_t = \gamma \Delta X_t + \delta (Y_{t-1} - \beta Y_{t-1} - \alpha) \text{ with : } \delta < 0$$

Autour de la relation de long terme, le modèle à correction d'erreur permet d'intégrrer les fluctuations de court terme.

Le coefficient δ - qui doit être négatif et significatif - rend compte d'une force de rappel vers l'équilibre de long terme.

La dynamique du court terme s'écrit :

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 X_t + \alpha_3 X_{t-1} + v_t$$

La dynamique du long terme s'écrit :

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t \quad \text{Car à long terme :}$$

$$Y_t = Y_{t-1} \quad \text{et} \quad X_t = X_{t-1}$$

Donc la dynamique de court terme devient à long terme :

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 X_t + \alpha_3 X_t + v_t$$

$$(1 - \alpha_1) Y_t = (\alpha_2 + \alpha_3) X_t + \alpha_0 + v_t$$

$$Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$$

$$\text{With : } \beta = \frac{\alpha_2 + \alpha_3}{1 - \alpha_1} \quad ; \quad \alpha = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1} \quad ; \quad \varepsilon_t = \frac{v_t}{1 - \alpha_1}$$

Le modèle VECM



Le modèle VECM est un modèle qui permet de modéliser les adaptations (ajustements) entre plusieurs variables conduisant à une situation d'équilibre à long terme.

Il s'agit d'un modèle qui intègre à la fois l'évolution du court terme et de long terme.



Synthèse de la procédure du test de cointégration et d'estimation du VECM.

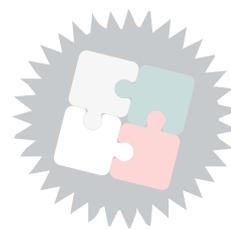
Etape 1 : Tester la stationnarité des séries pour déterminer s'il y a possibilité de cointégration ou non.

Etape 2 : Déterminer le nombre de retard du modèle VAR (P) avec les critères d'AIC et SC.

Etape 3 : Mettre en place le test de Johansen permettant la détermination du nombre de vecteurs de cointégration et identification de la relation de long terme.

Etape 4 : Estimer et valider le modèle VECM avec les tests usuels.

Conclusion



Les modèles à correction d'erreur ont l'avantage, d'une part, d'utiliser les séries brutes permettant ainsi de garder toute l'information, et d'autre part de donner une bonne estimation avec des équations de long terme et de court terme.

Bibliographie



- [1] BOURBONNAIS R, (2009), « Econométrie, Manuel et exercices corrigés », 7th Edition, DUNOD, Paris
- [2] LARDIC Sandrine et MIGNON Valérie, (2002), « Econométrie des séries temporelles Macroéconomiques et financières ». Edition ECONOMICA.
- [3] MIGNON Valérie, (2008), « Econométrie. Théorie et Applications», Corpus Economie. Edition ECONOMICA.